

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Объединенный институт высоких температур Российской академии наук (ОИВТ РАН)

На правах рукописи
УДК 533.9

Саметов Эдуард Александрович

**Спектральная плотность случайных процессов и
межчастичное взаимодействие в комплексной плазме**

1.3.9 – Физика плазмы

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
к. ф.-м. н.
Лисин Евгений Александрович

Москва – 2023

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА I. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ.....	14
1.1 Комплексная (пылевая) плазма	14
1.2 Заряд и электростатический потенциал микрочастицы в плазме.....	15
1.2.1 Заряд микрочастицы в изотропной плазме.....	15
1.2.2 Заряд микрочастицы в анизотропной плазме	17
1.2.3 Электростатический потенциал микрочастиц в изотропной плазме	18
1.2.4 Электростатический потенциал микрочастиц в анизотропной плазме	20
1.3 Основные силы, действующие на микрочастицы в плазме	21
1.3.1 Силы, не связанные с зарядом микрочастицы	21
1.3.2 Силы, вызванные электрическим зарядом микрочастицы.....	22
1.3.3 Взаимодействие между микрочастицами	23
1.4 Экспериментальное изучение взаимодействия микрочастиц в плазме.....	25
1.4.1 Методы диагностики, основанные на внешних возмущениях	25
1.4.2 Бесконтактные методы диагностики.....	28
ГЛАВА II. СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ	34
2.1 Аналитические выражения для спектральной плотности	34
2.1.1 Спектральные плотности для обобщённой линейной системы.....	34
2.1.2 Спектральные плотности смещений взаимодействующих броуновских частиц	35
2.1.3 Спектральные плотности совместных и относительных смещений взаимодействующих броуновских частиц	36
2.1.4 Спектры колебаний в системе двух частиц	37
2.1.5 Спектры колебаний идентичных частиц в ограниченных цепочечных структурах.....	39
2.1.6 Спектры колебаний идентичных частиц в малоразмерных квазидвумерных кластерах.	44
2.2 Численное моделирование динамики взаимодействующих броуновских частиц в ловушке	49

2.3 Влияние параметров системы на спектральные плотности колебаний.....	52
2.3.1 Двухчастичная система.....	52
2.3.2 Система нескольких частиц	61
2.4 Выводы ко второй главе.....	69
ГЛАВА III. МЕТОД СПЕКТРАЛЬНОГО ОТКЛИКА НА СТОХАСТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ДИАГНОСТИКИ.....	70
3.1 Решение обратной задачи	70
3.2 Проверка работы метода и сравнение с другими методами.....	71
3.3 Выводы к третьей главе	76
ГЛАВА IV. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА СПЕКТРАЛЬНОГО ОТКЛИКА НА СТОХАСТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ.....	77
4.1 Анализ экспериментов в высокочастотном газовом разряде емкостного типа	77
4.1.1 Условия экспериментов в высокочастотном газовом разряде.....	77
4.1.2 Результаты для двух частиц в приэлектродном слое.....	78
4.1.3 Результаты для цепочечных структур частиц в приэлектродном слое.....	87
4.2 Анализ экспериментов в стратифицированном тлеющем разряде постоянного тока... 91	91
4.2.1 Условия экспериментов в газовом разряде постоянного тока.....	91
4.2.2 Измерение действующих на частицы сил.....	93
4.2.3 Критерии устойчивости вертикальной пары частиц	95
4.2.4 Экспериментальная проверка критериев устойчивости.....	97
4.3 Выводы к четвертой главе	99
ГЛАВА V. ПРОЦЕССЫ ДИФФУЗИИ, СПЕКТРАЛЬНЫЕ И СТРУКТУРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОГРАНИЧЕННЫХ СИСТЕМ ЗАРЯЖЕННЫХ БРОУНОВСКИХ ЧАСТИЦ В ПРИСУТСТВИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ.....	101
5.1 Ограниченная система заряженных броуновских частиц, находящихся в постоянном электромагнитном поле	102
5.1.1 Поведение системы в постоянном электромагнитном поле	102
5.1.2 Результаты численного моделирования и их обсуждение.....	107

5.2 Ограниченная система заряженных броуновских частиц в удерживающем силовом поле в присутствии магнитного поля	111
5.2.1 Поведение системы в поле ловушки в присутствии магнитного поля	112
5.2.2 Результаты численного моделирования и их обсуждение	117
5.3 Выводы к пятой главе	125
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	126
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	128

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования.

Пылевая (комплексная) плазма представляет собой ионизированный газ, в котором присутствуют заряженные макроскопические частицы микронных размеров [1–5]. Эти пылевые частицы могут приобретать значительные электрические заряды (порядка 10^2 – 10^5 элементарных зарядов), как положительные, так и отрицательные, в зависимости от процессов зарядки, происходящих в плазме. Электростатическое взаимодействие между заряженными частицами зависит от произведения их зарядов, поэтому неидеальность в подсистеме пылевых частиц реализуется значительно легче, чем в подсистеме электронов и ионов, несмотря на значительно меньшую концентрацию микрочастиц. Следствием этого является возможность самоорганизации пылевых частиц в различные упорядоченные структуры. Большинство лабораторных исследований пылевых структур проводятся в слабоионизованных газовых разрядах, где столкновения между пылевыми частицами и нейтралами окружающего газа могут оказывать существенное воздействие на их динамику и процессы формирования структур. Воздействие внешних сил и межчастичных взаимодействий в сочетании с диссипацией в такой плазме может привести к образованию разнообразных структур, включая квазистационарные плазменно-пылевые структуры подобные жидкости или твердому телу, также к колебательным или хаотическим режимам [1,4,6–8]. В некоторых условиях пылевые частицы могут приобретать стохастические кинетические энергии, значительно превышающие температуру окружающего газа [9–11].

Первые экспериментальные исследования формирования упорядоченных структур заряженных микрочастиц были проведены в 1959 году с использованием модифицированной ловушки Пауля [12]. Возможность формирования кристаллических структур в плазме, содержащей пылевые частицы, была проанализирована Икези в 1986 году [13]. Вскоре после этого впервые экспериментально наблюдался пылевой кристалл в плазме емкостного высокочастотного разряда [14–17]. Позднее такие структуры были обнаружены в тлеющем разряде постоянного тока [18–20], термической плазме при атмосферном давлении и фотоиндуцированной плазме [21–23], а также в ядерно-возбуждаемой плазме при применении различных методов ее индукции [24]. Эксперименты с пылевой плазмой в емкостных высокочастотных разрядах показали разнообразие монослойных и многослойных пылевых структур с разной упаковкой в расположении частиц [1,4,25]. В экспериментах с плазмой индукционного ВЧ разряда и с плазмой тлеющего разряда постоянного тока образовывались отдельные пылевые цепочки, состоящие из нескольких десятков частиц [26,27]. Следует отметить, что конкретная форма пылевой структуры в плазме зависит от различных факторов, включая пространственную неоднородность плазмы, конфигурацию внешних электромагнитных

полей и анизотропию потенциала взаимодействия между микрочастицами. Анизотропия взаимодействия может происходить как из-за анизотропии плазмы, так и из-за асимметрии формы микрочастиц и неоднородного распределения заряда по их поверхности. В случае анизотропного взаимодействия, плазменно-пылевые системы могут принимать различные состояния, включая кристаллические, жидкостные и другие фазы с разными степенями ориентационного и позиционного упорядочения.

Важно подчеркнуть, что исследование характеристик пылевой плазмы представляет самостоятельный интерес в силу широкого распространения этого типа плазмы в космическом пространстве. Заряженные пылевые частицы присутствуют в различных космических средах, таких как межзвездные и межпланетные облака, хвосты комет, планетарные кольца и верхние слои атмосферы [5,28–31]. Пылевая плазма также обнаружена вблизи поверхности Луны и других атмосферических объектах в космосе, включая искусственные спутники Земли [32–34]. Пылевые частицы также играют важную роль в различных технологических процессах, связанных с использованием плазмы. Они находят применение в материаловедении, например, при производстве порошков с уникальными свойствами и создании наноструктурных материалов, включая тонкие пленки с включением наночастиц [35,36]. Также они находят применение в микроэлектронике, где используются в процессах плазменного осаждения и травления [37], в сфере энергетики, связанной с разработкой установок для термоядерного синтеза с магнитным удержанием плазмы [38,39], и при создании перспективных компактных фотогальванических источников электроэнергии [40,41].

Взаимодействие между микрочастицами обуславливает самоорганизацию, массоперенос, подкачку и перераспределение энергии, а также неравновесные фазовые переходы в пылевой компоненте комплексной плазмы. Несмотря на существование ряда методик для изучения взаимодействия, вопрос о силах межчастичного взаимодействия в эксперименте остается открытым. Отметим также, что ранее проводились измерения спектральной плотности колебаний пылевых частиц в газоразрядной плазме, однако спектральный анализ ограничивался только качественными характеристиками в виду отсутствия соответствующей теории, в особенности позволяющей учитывать нарушения симметрии эффективного взаимодействия. Таким образом, актуальность данной работы во многом обусловлена необходимостью создания эффективного метода диагностики межчастичного взаимодействия и проведения детального экспериментального исследования сил, действующих на пылевые частицы в комплексной плазме.

Степень разработанности темы исследования.

С тех пор, как были проведены первые эксперименты с лабораторной пылевой плазмой, были опубликованы тысячи исследований по теоретическому развитию этой темы. Несмотря на

такую богатую теоретическую базу, одной из важных нерешенных проблем в пылевой плазме остается прямое экспериментальное определение действующих сил, в частности межчастичного взаимодействия и конфайнмента. Существующие же методики, основанные на внешних возмущениях, и бесконтактные методы имеют серьезные ограничения в применении.

В частности, контактные методы требуют специальной модификации экспериментальной установки, предварительных измерений внешних сил, действующих на частицы, и/или предварительной информации о параметрах плазменной среды и потенциале межчастичного взаимодействия [42–44]. Внешнее возмущение системы частиц является распространенным подходом к исследованию несимметричных взаимодействий в пылевой плазме. Это могут быть лазерные воздействия [44–48], низкочастотные модуляции смещения электрода [42] или использование гравитационного динамического зонда [49]. Анализ динамического отклика частиц на внешнее возмущение позволяет определить силы взаимодействия между одной парой частиц [45,46,49] и оценить, является ли взаимодействие в системе многих частиц невзаимным [44]. Помимо упомянутых выше требований, внешние возмущения могут приводить к заметным изменениям исследуемой системы.

В работах [50,51] был предложен невозмущающий метод, основанный на решении обратной задачи Ланжевена для слабо демпфированных систем. Этот метод показал хорошие результаты при измерении сил взаимодействия между частицами в квазидвумерном монослое микрочастиц, взвешенных в приэлектродной области ВЧ разряда. Однако данный метод крайне чувствителен к экспериментальным ошибкам определения последовательных положений частиц в пространстве, которые используются для вычисления ускорений частиц [52].

В работе [53] был предложен бесконтактный метод, основанный на определении собственных частот с помощью системы уравнений для двух связанных осцилляторов. Однако, этот метод не учитывает диссипативные и случайные процессы, действующие в системе, что может приводить к значительной ошибке в определении характерных частот даже в слабодиссипативных системах с невзаимным взаимодействием [54].

В работе [54] был предложен корреляционный подход к изучению невзаимных эффективных взаимодействий пылевых броуновских частиц в плазме. Этот подход учитывает диссипативные и случайные процессы. Однако, он может давать некорректные результаты для систем, спектры которых имеют какие-либо артефакты обработки или «паразитные» моды.

Подробную информацию об особенностях движения заряженных частиц можно получить также путем анализа спектральной плотности и характерных частот колебаний. В отличие от других характеристик системы информация о спектральной плотности тепловых колебаний частиц позволяет анализировать их температуру, коэффициенты трения и полный спектр частот их собственных колебаний в исследуемых системах. Это, в свою очередь, дает возможность

определить характер и тип потенциала взаимодействия между частицами. В настоящее время спектральная плотность в системах пылевых частиц использовалась только для качественного анализа. Так, в работах [55–57] анализировались спектры колебаний, полученные в ходе численного моделирования для монослоя пылевых частиц, в работе [58] сравнивались спектры колебаний пары микрочастиц в ВЧ разряде в случае горизонтальной и вертикальной конфигураций частиц. Также ранее для систем взаимодействующих частиц (в том числе с несимметричным межчастичным взаимодействием) были получены собственные частоты колебаний и определены условия, при которых колебания устойчивы [59,60]. Однако аналитические выражения для спектров колебаний взаимодействующих броуновских частиц в ловушке, которые позволили бы проводить полноценный анализ действующих в системе пылевых частиц сил, пока не были получены.

Цели и задачи диссертационной работы:

1. Аналитическое исследование спектральной плотности случайных процессов в системе связанных осцилляторов. Анализ спектральной плотности колебаний взаимодействующих броуновских частиц, в том числе частных случаев пары частиц, идентичных частиц в ограниченных цепочечных структурах и в малоразмерных квазидвумерных кластерах.

2. Проверка полученных аналитических выражений с помощью численного моделирования. Изучение влияния параметров системы на спектральные плотности колебаний в различных системах взаимодействующих броуновских частиц.

3. Разработка спектрального метода восстановления параметров системы. Проверка работы методики и сравнение с другими методами на результатах численного моделирования

4. Апробация предложенного метода на результатах экспериментов с различными плазменно-пылевыми структурами в высокочастотном газовом разряде и разряде постоянного тока.

5. Анализ действующих сил в цепочечных структурах пылевых частиц. Исследование нарушения симметрии эффективного взаимодействия между пылевыми частицами. Исследование устойчивости вертикальных пар частиц.

6. Анализ динамики ограниченной системы заряженных броуновских частиц, находящихся в постоянном электромагнитном поле. Анализ спектральных характеристик и процессов диффузии системы заряженных броуновских частиц в удерживающем силовом поле в присутствии магнитного поля.

Научная новизна.

1. Впервые получены аналитические выражения для спектральной плотности случайных процессов, действующих в обобщенной системе связанных гармонических осцилляторов, в том числе и с учетом нарушения симметрии их взаимодействия.

2. Изучено влияние основных параметров системы заряженных броуновских частиц с несимметричным межчастичным взаимодействием в удерживающем силовом поле (таких как, невзаимность и неидентичность частиц, трение, интенсивность тепловых источников, колебание заряда, число частиц) на спектральную плотность их колебаний.

3. Предложен новый метод бесконтактной диагностики параметров плазменно-пылевой системы, основанный на измерении спектрального отклика пылевой подсистемы на стохастические процессы и позволяющий количественно определять (восстанавливать) производные удельных сил взаимодействия между пылевыми частицами и внешних удерживающих сил, а также коэффициенты трения частиц и интенсивности источников их стохастической энергии. Для работы метода не требуются внешние возмущения системы, специальная модернизация экспериментальной установки, предварительные измерения электрического поля ловушки и размеров частиц, а также предположения о типе парного межчастичного взаимодействия.

4. Проведена проверка работы предложенного экспериментального метода диагностики на результатах численных расчетов. Сравнение с существующими бесконтактными методами показало его значительное преимущество при обработке траекторий частиц с ошибками в определении их положений в пространстве (с конечным пространственным разрешением).

5. Впервые детально изучено нарушение симметрии эффективного взаимодействия двух микрочастиц в приэлектродном слое высокочастотного газового разряда емкостного типа. С помощью метода, основанного на анализе спектральной плотности колебаний частиц, получены зависимости производных сил межчастичного взаимодействия и относительных зарядов частиц от давления буферного газа и мощности разряда. Было обнаружено, что даже небольшие (порядка 0.1–1%) пространственные флуктуации заряда одной частицы, вызванные ее стохастическим движением в кильватерном следе другой частицы, могут привести к значительному изменению измеряемой производной межчастичной силы.

6. Впервые исследовано взаимодействие между пылевыми частицами, образующими вертикально ориентированную цепочку в приэлектродном слое высокочастотного разряда. С помощью метода, основанного на анализе спектральной плотности колебаний частиц, определены производные удельных внешних и межчастичных сил. Обнаружено значительное нарушение симметрии эффективного взаимодействия между всеми парами частиц (ближайших соседей) в цепочке.

7. Выполнена экспериментальная проверка критериев конфигурационной устойчивости системы из двух пылевых частиц в анизотропной плазме. Измерения проводились для частиц, левитирующих в стратифицированном тлеющем разряде постоянного тока.

8. Впервые количественно исследованы межчастичное взаимодействие и электрическое поле страты в области левитации пылевых частиц в тлеющем разряде. Показан эффект разрядки одной микрочастицы, находящейся в кильватерном следе другой частицы.

9. Получены новые данные о влиянии магнитного поля на транспортные, спектральные и структурные характеристики заряженных броуновских частиц в различных электрических полях. Предложены аналитические соотношения для спектральной плотности смещений частиц и их коэффициентов массопереноса.

10. Подробно рассмотрено влияние тепловых флуктуаций частиц на их движение в постоянном электромагнитном поле. Предложены аналитические оценки для анализа величины эффективного радиуса тепловых флуктуаций частиц. Предложенные соотношения были проверены путем численного моделирования задачи.

Научная и практическая значимость работы.

Научная значимость работы заключается в количественном анализе внешнего удерживающего поля и взаимодействия между пылевыми частицами, образующими цепочечные системы в приэлектродном слое ВЧ разряда и в страте разряда постоянного тока. Были определены производные удельных внешних и межчастичных сил. Зарегистрировано значительное нарушение симметрии эффективного взаимодействия между частицами. Практическая ценность работы заключается в возможности использования предложенной методики восстановления параметров системы специалистами, занимающихся изучением физических свойств пылевой плазмы. Методика применима для систем, состоящих из разносортных частиц, имеющих различные размеры, заряды и кинетические температуры, и с любым типом межчастичного взаимодействия. Описанная методика диагностики также применима для анализа широкого круга дисперсных систем различной природы, в которых возможно экспериментальное измерение спектральной плотности случайных процессов (коллоидные суспензии, биомакромолекулы в растворах).

Научные положения, выносимые на защиту:

1. Аналитические выражения для спектральной плотности случайных процессов, действующих в обобщенной системе связанных гармонических осцилляторов, в том числе и с учетом нарушения симметрии их взаимодействия.

2. Новый метод бесконтактной диагностики параметров плазменно-пылевой системы, основанный на анализе спектральной плотности случайных процессов.

3. Результаты экспериментального исследования нарушения симметрии эффективного взаимодействия между микрочастицами, левитирующими в приэлектродном слое высокочастотного газового разряда емкостного типа при различных давлениях буферного газа и мощностях разряда.

4. Экспериментальная проверка критериев конфигурационной устойчивости системы из двух пылевых частиц в условиях тлеющего разряда постоянного тока.

5. Новые данные о влиянии магнитного поля на спектральные, структурные и транспортные характеристики заряженных броуновских частиц в электрических полях различной конфигурации.

Степень достоверности и апробация результатов.

Достоверность полученных в диссертационной работе аналитических выражений для спектральной плотности случайных процессов, действующих в обобщенной системе связанных гармонических осцилляторов с нарушения симметрии их взаимодействия, подтверждается хорошим согласием с результатами численного моделирования динамики несимметрично взаимодействующих броуновских частиц в ловушке и экспериментами с пылевыми частицами, левитирующими в газовых разрядах. Анализируемые экспериментальные данные были получены с использованием современных экспериментальных средств и методов обработки данных, в том числе методов распознавания частиц и определения их пространственных траекторий, что позволило в том числе обеспечить воспроизводимость результатов. Достоверность результатов анализа экспериментальных данных также подтверждается согласием полученных коэффициентов трения и относительных зарядов частиц с литературными данными. Значимость исследований также подтверждена мировым научным сообществом посредством публикаций в рецензируемых журналах и признания на российских и международных конференциях.

Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих российских и международных конференциях: Научные конференции МФТИ (Москва, Россия, 2017-2023), International Conferences on Equations of State for Matter (Эльбрус, Россия, 2018, 2020), International Conferences on Interaction of Intense Energy Fluxes with Matter (Эльбрус, Россия, 2019, 2021), Scientific-Coordination Workshop on Non-Ideal Plasma Physics (Москва, Россия, 2018, 2019), XII конференция «Современные методы диагностики плазмы и их применение» (Москва, Россия, 2020), 17th International Conference on the Physics of Non-Ideal Plasmas (Дрезден, Германия, 2021), 18th International Workshop Complex Systems of Charged Particles and Their Interactions with Electromagnetic Radiation (Москва, Россия, 2022), 9th International Conference on the Physics of Dusty Plasmas (Москва, Россия, 2022), X International Conference Plasma Physics and Plasma Technology (Минск, Беларусь, 2022), III Международная конференция «Газоразрядная плазма и синтез наноструктур» (Казань, Россия, 2022).

Публикации.

По материалам диссертационной работы опубликовано 39 печатных работ, включая 13 статей в рецензируемых журналах:

1. Sametov E.A., Timirkhanov R.A., Vaulina O.S. Influence of thermal fluctuations on dynamics of charged particles in electromagnetic fields // *Physics of Plasmas*. 2017. Vol. 24, № 12. P. 123504.

2. Ваулина О.С., Лисин Е.А., Саметов Э.А. Процессы диффузии для ограниченного ансамбля заряженных частиц в постоянном магнитном поле // *ЖЭТФ*. 2017. Т. 152, № 5. С. 1144–1151.

3. Ваулина О.С., Саметов Э.А. Спектральные и структурные характеристики для кластерных систем заряженных броуновских частиц // *ЖЭТФ*. 2018. Т. 154, № 2(8). С. 407–414.

4. Vaulina O.S., Lisin E.A., Sametov E.A., Timirkhanov R.A. Thermal Motion of Charged Particles in Confined Ensemble under Constant Electromagnetic Field // *Plasma and Fusion Research*. 2018. Vol. 13, P. 1406125–1406125.

5. Ваулина О.С., Саметов Э.А. Влияние магнитного поля на спектральные характеристики теплового движения заряженных частиц в изотропной ловушке // *Физ. плазмы*. 2019. Т. 45, № 3. С. 258–267.

6. Ваулина О.С., Саметов Э.А. Влияние магнитного поля на динамику движения заряженных частиц в кластерных системах // *ЖЭТФ*. 2019. № 5. С. 947–955.

7. Саметов Э.А., Лисин Е.А., Ваулина О.С. Колебания диссипативной системы двух невязанно связанных осцилляторов при воздействии случайных сил // *Вестник ОИВТ РАН*. 2019. Т. 2, № 1. С. 33–35.

8. Саметов Э.А., Лисин Е.А., Ваулина О.С. Спектральные характеристики стохастического движения в системе из двух взаимодействующих частиц // *ЖЭТФ*. 2020. Т. 157, № 3. С. 552–560.

9. Ваулина О.С., Саметов Э.А., Лисин Е.А. Спектральные характеристики заряженных частиц в ограниченных цепочечных структурах // *ЖЭТФ*. 2020. Т. 158, № 2(8). С. 399–412.

10. Lisin E.A., Petrov O.F., Sametov E.A., Vaulina O.S., Statsenko K.B., Vasiliev M.M., Carmona-Reyes J., Hyde T.W. Experimental study of the nonreciprocal effective interactions between microparticles in an anisotropic plasma // *Sci. Rep.* 2020. Vol. 10, № 1. P. 13653.

11. Ваулина О.С., Саметов Э.А., Лисин Е.А., Лисина И.И. Спектральные характеристики для малоразмерных квазидвумерных кластеров // *Физ. плазмы*. 2020. Т. 46, № 12. С. 1125–1134.

12. Lisin E.A., Kononov E.A., Sametov E.A., Vasiliev M.M., Petrov O.F. Alignments of a Microparticle Pair in a Glow Discharge // *Molecules*. 2021. Vol. 26, № 24. P. 7535.

13. Саметов Э.А., Лисин Е.А., Ваулина О.С. Спектры колебаний броуновских частиц в ловушке с эффективным нарушением симметрии межчастичного взаимодействия // *Физ. плазмы*. 2023. Т. 49, № 1. С. 67–74.

Личный вклад автора.

Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка полученных результатов к публикациям проводилась совместно с соавторами, причем вклад диссертанта был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены автором лично.

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации 142 страницы, в том числе 60 рисунков. Список литературы включает 249 наименований.

ГЛАВА I. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

1.1 Комплексная (пылевая) плазма

Комплексная (пылевая) плазма представляет собой разновидность «мягкого вещества» (soft matter), которое состоит из дисперсных частиц, обычно микрометрового размера, рассеянных в слабоионизированной газовой среде. Изучение пылевой плазмы и поведения микрочастиц в газовых разрядах представляет большой интерес в научном и промышленном контексте [1,4,61,62].

В газовых разрядах микрочастицы подвержены воздействию различных физических процессов, таких как электрические поля, столкновения с компонентами плазмы, диффузия и т.д. [63,64]. Эти воздействия существенно влияют на поведение и динамику микрочастиц, формируя разнообразные структуры и коллективные состояния в пылевой плазме.

Одной из типичных структур, образующихся в газовых разрядах, являются вертикально ориентированные цепочки микрочастиц, которые левитируют в электрическом поле разряда [65–67]. Такие структуры возникают благодаря балансу между электрическими силами, действующими на частицы, и другими физическими эффектами, такими как гравитационные силы. Изучение этих цепочечных структур в газовых разрядах позволяет получить информацию о взаимодействии между микрочастицами, исследовать их устойчивость и динамические свойства.

Кроме того, микрочастицы в газовых разрядах могут образовывать сложные трехмерные структуры, такие как кристаллические или аморфные агрегаты с различными особенностями [5,15,68,69]. Эти структуры могут быть устойчивыми и иметь определенные физические свойства. Исследование таких структур в газовых разрядах позволяет понять процессы самоорганизации и формирования коллективных состояний, а также их влияние на различные физические явления.

Одним из эффектов, лежащих в основе формирования структур в пылевой плазме, является нарушение симметрии взаимодействия. Такое формальное несоблюдение третьего закона Ньютона возникает, например, когда рассматривается подсистема частиц в среде, а сама среда косвенно учитывается через потенциал межчастичного взаимодействия, диссипативные силы или как источник кинетической энергии частиц. «Невыполнение» третьего закона Ньютона может возникнуть из-за различных свойств частиц дисперсной фазы, взвешенных в среде. В пылевой плазме различие диэлектрической проницаемости заряженных сферических микрочастиц в равновесной изотропной плазме приводит к невзаимному эффективному электростатическому взаимодействию между ними из-за различной угловой зависимости распределения пространственного заряда вблизи поверхности частиц [70]. Взаимодействие между заряженными пылевыми частицами в изотропной плазме может обеспечиваться и силами

неэлектрической природы, которые связаны с так называемым теневым эффектом для потоков ионов или нейтрального газа в сторону одной пылевой частицы от другой [71–73]. Для частиц разных размеров теневое взаимодействие становится невзаимным [74]. Невзаимность сил межчастичного взаимодействия может возникать и из-за внешних сил, вызывающих течения среды, окружающей частицы. В пылевой плазме сильное электрическое поле вблизи электрода приводит к дрейфу ионов [75]. Находясь в плазме с потоком ионов, микронные частицы приобретают значительный отрицательный заряд (10^3 - 10^4 элементарных зарядов) за счет высокой подвижности электронов и могут создавать за собой в потоке ионов возмущенную положительную пространственную область (кильватерный ионный след) [76,77]. При этом отрицательно заряженные частицы пыли испытывают как электростатическое отталкивание от одноименно заряженных соседних частиц, так и эффективное притяжение к возникающему положительному объемному заряду.

С тех пор как были опубликованы первые работы по теоретическому [78] и численному [79] анализу ионного следа в пылевой плазме, были проведены сотни исследований по теоретическому развитию этой темы. Однако, несмотря на столь богатую теоретическую базу, одной из важных нерешенных проблем в исследовании пылевой плазмы оставалось прямое экспериментальное определение сил межчастичного взаимодействия, опосредованных следом.

1.2 Заряд и электростатический потенциал микрочастицы в плазме

1.2.1 Заряд микрочастицы в изотропной плазме

В отсутствие эмиссионных процессов, пылевая частица, погруженная в плазму, приобретает отрицательный заряд. Это происходит из-за того, что исходно, когда частица не заряжена, тепловой поток электронов на ее поверхность значительно превышает поток ионов, за счет более высокой тепловой скорости электронов. Полученный отрицательный заряд вызывает отталкивание электронов и притяжение ионов к частице. Абсолютная величина заряда нарастает до тех пор, пока потоки электронов и ионов на поверхности частицы не уравниваются. На более длительных временных масштабах заряд становится почти постоянным и флуктуирует вокруг своего равновесного значения. Стационарный потенциал поверхности пылевой частицы, обозначаемый как φ_s , определяется электронной температурой T_e и выражается как $\varphi_s \sim -T_e/e$ [62]. Конкретное значение коэффициента пропорциональности зависит от режима потоков электронов и ионов, воздействующих на поверхность частицы.

Один из широко используемых подходов для описания потоков электронов и ионов, падающих на частицу, базируется на приближении ограниченного орбитального движения (OML – orbital-motion-limited) [80–82]. В рамках модели OML предполагаются три ключевых условия: 1) пылевая частица считается изолированной, что означает, что движение электронов и ионов

вблизи нее не зависит от других частиц; 2) электроны и ионы не подвергаются столкновениям во время своего приближения к частице; 3) отсутствуют барьеры в эффективном потенциале. В таком случае, сечение захвата электрона (иона) определяется в соответствии с законами сохранения энергии и момента импульса и равно $\sigma(v) = \pi a^2 (1 - 2e\varphi_s/mv^2)$ для $e\varphi_s < 0.5mv^2$ и равно нулю в противном случае. Здесь m и e обозначают массу и заряд с соответствующим знаком электрона (иона), v – скорость относительно пылевой частицы радиуса a . Электронный и ионный ток на поверхность частицы определяется интегралом по соответствующей функции распределения скоростей $I = n \int v\sigma(v)f(v)d^3v$, где n – концентрация электронов (ионов). Используя максвелловское распределение частиц плазмы по скоростям, после интегрирования получаем:

$$I_e = \sqrt{8\pi}a^2n_e v_{Te} \exp\left(\frac{e\varphi_s}{T_e}\right), I_i = \sqrt{8\pi}a^2n_i v_{Ti} \left(1 - \frac{e\varphi_s}{T_e}\right), \quad (1.1)$$

где $\tau = T_e/T_i$ и $z = |Z|e^2/aT_e$. Обычно в газоразрядной плазме низкого давления, используемой в экспериментах, доля ионизации очень мала $\sim 10^{-6}-10^{-7}$. Электроны имеют температуру порядка нескольких электронвольт, тогда как ионы эффективно охлаждаются до комнатной температуры столкновениями с нейтралами, что приводит к тому, что температура ионов оказывается сопоставимой с комнатной температурой, и соотношение остается порядка $\tau \sim 10 - 100$. Размер частиц обычно составляет от ~ 1 до ~ 10 мкм. Предполагается, что заряд частицы и поверхностный потенциал связаны друг с другом соотношением $Ze = a\varphi_s$ (Z – зарядовое число, e – элементарный заряд). Это «вакуумное» соотношение обычно является хорошим приближением для малых частиц, когда размер частицы намного меньше соответствующей длины экранирования.

В рамках приближения OML абсолютная величина заряда z определяется двумя параметрами: отношением температур τ и отношением масс электронов к ионам, характерным для конкретного типа газа. В работе [61] представлены значения z для различных газов в зависимости от τ . Для типичных значений $\tau \sim 10 - 100$ абсолютная величина заряда составляет $z \sim 2 - 4$. Конкретно для частицы размером $a \sim 1$ мкм и электронной температуры $T_e \sim 1$ эВ характерное зарядовое число Z составит от 10^3 до 3×10^3 .

Преимущество приближения OML заключается в том, что сечения в этом случае рассматриваются независимыми от распределения потенциала вокруг частицы. Тем не менее, это свойство имеет место лишь в тех случаях, когда потенциал соответствует определенным условиям. Одно из этих условий связано с плотностью распределения пылевых частиц в экспериментах: если расстояние между частицами становится меньше, чем характерная длина взаимодействия электронов и ионов с частицей, то присутствие соседних частиц начинает влиять на траектории электронов и ионов. Это влияние на зарядку частиц описано в работе [83].

Также важно, что в рамках теории OML предполагается отсутствие барьера в эффективной потенциальной энергии электронов и ионов. Барьер отсутствует для отталкивающего взаимодействия, т.е. для электронов. Однако для ионов эффективный потенциал составлен из притягивающей части и части, связанной с обусловленным сохранением момента импульса центробежным отталкиванием, поэтому на некоторых расстояниях может возникнуть потенциальный барьер. Этот барьер вызывает отражение некоторых низкоэнергетических ионов, приближающихся к частице, что приводит к уменьшению ионного тока по сравнению с теорией OML и, следовательно, к увеличению заряда частицы. Если доля отраженных ионов невелика, то поправки к теории OML также будут незначительными. В работе [84] было получено условие применимости теории: $\sqrt{2z\tau} a/\lambda_D \leq \ln(z\tau a/\lambda_D)$, что при типичных параметрах плазмы ($\tau \sim 100$ и $z \sim 1$) приводит к ограничению $a/\lambda_D \leq 0.2$ (соответствует пылевым частицам размером меньше ~ 10 мкм) [62].

Значительное влияние имеют ион-нейтральные столкновения. В рамках подхода OML столкновения электронов и ионов с нейтральными частицами часто не учитываются, основываясь на предположении, что их длина свободного пробега заметно превышает длину экранирования плазмы [82]. Однако как показали теория, численное моделирование и эксперименты, столкновения вблизи небольших зондов или пылевых частиц могут привести к существенному увеличению ионного тока на поверхность, даже если длина свободного пробега ионов превышает характерную длину экранирования [64,85–87]. Увеличение ионного тока может существенно влиять на заряд частицы, приводя к его подавлению. Например, при типичных параметрах пылевой плазмы ($\tau \sim 100$ и $z \sim 1$) столкновения могут оказать влияние на зарядку частицы, даже если длина свободного пробега ионов на порядок превышает длину экранирования [62]. Таким образом, ионно-нейтральные столкновения могут играть ключевую роль в процессе зарядки частиц в объеме газовых разрядов.

1.2.2 Заряд микрочастицы в анизотропной плазме

Пылевая плазма часто подвергается воздействию электрических полей. Например, в наземных экспериментах с ВЧ-разрядом частицы могут левитировать в приэлектродном слое благодаря электрическому полю. Это электрическое поле приводит к движению плазмы относительно пылевой фазы, что, в свою очередь, может оказывать влияние на заряд частиц, изменяя сечения захвата и функции распределения ионов и электронов по скоростям. Обычно дрейф электронов сравнительно незначителен по сравнению с их тепловой скоростью, тогда как дрейф ионов существенно выше. В таком случае поток электронов на поверхность частицы может быть определен формулой (1.1), в то время как для ионов ток может быть рассчитан путем интегрирования сечения захвата OML по соответствующему распределению скоростей.

Проведенные в работах [33,88] расчеты показали, что заряд пылевой частицы практически постоянен, когда скорость дрейфа u меньше тепловой скорости, то есть $u/v_{T_i} \leq 1$. Заряд начинает возрастать и достигает пика в 2–2.5 раза больший при $u/v_{T_i} = (2 - 3)\sqrt{\tau}$, после чего уменьшается при дальнейшем увеличении скорости дрейфа ионов.

Стоит упомянуть о влиянии коллективных эффектов на заряд микрочастиц в плазме с ионным потоком. В частности, в случае вертикально ориентированных цепочек микрочастиц наблюдается эффект разрядки – уменьшение заряда нижней по потоку частицы. Это уменьшение заряда связано с влиянием ионного следа и было предсказано в работе [89]. По мере увеличения скорости дрейфующих ионов частица выше усиливает потоки ионов к отрицательно заряженной частице ниже, что приводит к уменьшению заряда. Данный эффект наблюдался как при численных расчётах [89,90], так и в экспериментах с ВЧ разрядом [47,53,91]. При этом наблюдалось, что заряд верхней частицы в вертикальной паре соответствует заряду одиночной частицы [91]. Этот эффект является важным в формировании и динамике структур, образующихся в газовых разрядах, например, устойчивость вертикальной конфигурации повышается при разрядке нижней частицы ионным следом [47,89,91,92].

1.2.3 Электростатический потенциал микрочастиц в изотропной плазме

Распределение электростатического потенциала $\varphi(r)$ вокруг изолированной сферической частицы с зарядом Z в изотропной плазме удовлетворяет уравнению Пуассона с граничными условиями $\varphi(\infty) = 0$ и $\varphi(a) = \varphi_s$. Связь между поверхностным потенциалом и зарядом частицы выражается в виде $d\varphi/dr|_{r=a} = -Ze/a^2$. Для бальмановских электронов и ионов их распределения могут быть линеаризованы при выполнении условия $|e\varphi_s/T_{e(i)}| < 1$ ($T_{e(i)}$ – электронная (ионная) температура в энергетических величинах). Поверхностный потенциал равен $\varphi_s = Ze/a(1 + a/\lambda_D)$, а для малых частиц ($a \ll \lambda_D$) имеем

$$\varphi(r) = \frac{Ze}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right), \quad (1.2)$$

где $\lambda_D^{-2} = \lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2}$ – линеаризованная дебаевская длина ($\lambda_{De(i)}$ – дебаевская длина для электронов (ионов)). Выражение (1.2) представляет собой потенциал Дебая-Хюккеля (Юкавы), который часто используется в пылевой плазме. Если поверхностный потенциал не мал по сравнению с температурами электронов и/или ионов, то можно использовать выражение (1.2) на достаточно больших расстояниях от частицы. В этом случае поверхностный потенциал φ_s следует заменить некоторым эффективным поверхностным потенциалом φ_{eff} , причем $|\varphi_{\text{eff}}| < |\varphi_s|$. Для заданных параметров плазмы значение φ_{eff} может быть рассчитано численно [93].

В действительности подход к выводу уравнения (1.2) не совсем оправдан для пылевой плазмы. В частности, нельзя использовать распределение Больцмана по крайней мере для ионов, так как обычно $|e\varphi_s/T_i| \gg 1$. Так же распределения Больцмана не полностью соответствует фактическому распределению плазмы вокруг частицы, особенно в случае притяжения между частицами, например, ионы для отрицательно заряженной микрочастицы. Кроме того, за счет поглощения на микрочастице потоки электронов и ионов, направленные от частицы, отсутствуют. Это делает функции распределения ионов и электронов анизотропными в пространстве скоростей. Таким образом, строго говоря, нет достаточных физических оснований для применения формулы (1.2) непосредственно к пылевой плазме.

Численные расчеты потенциала частицы в плазме с максвелловскими ионами, представленные в работе [94], показывают, что вблизи поверхности частицы существует вакуумоподобная область, где потенциал масштабируется как $\varphi(r) \propto r^{-1}$. Далее следует переходная область, где потенциальный профиль может быть хорошо аппроксимирован выражением (1.2) при правильном подборе длин экранирования, однако не было представлено значимых физических аргументов в пользу такого приближения [62]. Например, в работах [19,95,96] был представлен расчет структуры экранирующего облака в бесстолкновительном режиме с учётом нелинейности уравнения Пуассона и немаксвелловости функций распределения по энергиям электронов и ионов для сферических частиц в разряде гелия и неона. Было получено, что на малых расстояниях потенциал аппроксимируется потенциалом Дебая-Хюккеля с линейризованной дебаевской длиной, однако при невыполнении условия малости частицы ($a \ll \lambda_D$) величина λ_D в выражении (1.2) увеличивается с ростом a , достигая и даже превосходя электронную длину экранирования $\lambda_{De} = \sqrt{T_e/4\pi e^2 n_e}$ (n_e – концентрация электронов; в случае невыполнении условия малости частицы выражение (1.2) требует учет размера частицы: $\varphi(r) = Ze \exp(-(r-a)/\lambda_D)/r(1+a/\lambda_D)$).

На больших расстояниях, обычно превышающих несколько длин экранирования, действует далекодействующая асимптота, и электростатический потенциал может быть записан как $\varphi(r) \approx Zea/2r^2$ [97], принимая $\tau \gg 1$ и $z \sim 1$, что соответствует газоразрядной плазме [61]. Эта асимптота связана с тем, что плазма поглощается на поверхности микрочастиц, что вызывает слабое нарушение распределения Больцмана (оно выполняется для расстояний, не превышающих длины свободного пробега ионов). Заметим, что, если давление газа достаточно велико и, следовательно, ион-нейтральные столкновения достаточно часты, далекодействующая асимптота на расстояниях порядка нескольких длин свободного пробега может измениться на $\varphi(r) \propto r^{-1}$ [98].

1.2.4 Электростатический потенциал микрочастиц в анизотропной плазме

В условиях лабораторных экспериментов, например в приэлектродном слое ВЧ разряда или в стратах разряда постоянного тока, наблюдаются интенсивные электрические поля. Это приводит к дрейфу ионов относительно микрочастиц, создавая возмущенную область позади микрочастицы – так называемый кильватерный ионный след [62]. Для расчета распределения потенциала в таких случаях применяется метод линейного диэлектрического отклика [99]. Этот подход эффективен, если взаимодействие между ионами и частицей слабо, и область нелинейных эффектов мала по сравнению с длиной экранирования плазмы. Важно отметить, что с увеличением скорости дрейфа ионов применимость линейной теории улучшается. В рамках этого приближения электростатический потенциал, создаваемый неподвижным точечным зарядом, определяется следующим образом:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{Ze}{2\pi^2} \int \frac{\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})}{k^2 \varepsilon(0, \mathbf{k})} d\mathbf{k}, \quad (1.3)$$

где $\varepsilon(\omega, \mathbf{k})$ – анизотропная диэлектрическая проницаемость плазмы. Используя определенную модель диэлектрической проницаемости, можно рассчитать анизотропное распределение потенциала [100–104]. Потенциальный профиль можно также получить с помощью численного моделирования [105–109].

Согласно результатам численного моделирования, форма кильватерного потенциала сильно зависит от столкновений ионов с нейтральными частицами [110], а также от отношения температур электронов и ионов, которое определяет явление затухания Ландау [111]. В типичных условиях эти механизмы способны эффективно размазать колебательную структуру следа, уменьшая ее до единственного максимума. Форма потенциала следа зависит от числа Маха $M_T = u/c_i$, но само проявление следа возникает как при сверхзвуковых, так и при дозвуковых режимах дрейфа ионов. В данном контексте стоит отметить работу [106], в которой приведены некоторые примеры структур следа, полученных численно для различных плазменных условий. Влияние конечных размеров частицы и асимметрии распределения заряда по ее поверхности были рассмотрены в работах [112,113].

При рассмотрении субтермического дрейфа ионов ($M_T \leq 1$) потенциальный профиль можно рассчитать по формуле (1.3) аналитически в рамках подхода Бхатнагара-Гросса-Крука для интеграла ион-нейтральных столкновений [114,115]. Потенциал дальнего поля имеет известную асимптоту $\varphi(r) \propto r^{-3}$ [116]. Комбинируя это с потенциалом Юкавы для ближнего поля, в случае малой столкновительности, то есть малого отношения частоты столкновений ионов с нейтралами к плазменной частоте ионов, можно аппроксимировать потенциал следующим выражением [117]:

$$\varphi(r, \psi) = Ze \left[\frac{\exp(-r/\lambda_D)}{r} - \sqrt{\frac{8}{\pi}} \frac{M_T \lambda_D^2}{r^3} \cos \theta + \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \frac{M_T^2 \lambda_D^2}{r^3} (1 - 3 \cos^2 \theta) \right] + o(M_T^2/r^3), \quad (1.4)$$

где ψ – угол между \mathbf{r} и \mathbf{u} . Выражение (1.4) показывает, что микрочастицы притягиваются друг к другу в некотором телесном угле вдоль потока и отталкиваются в поперечном направлении. Подобное поведение наблюдается в лабораторных экспериментах – частицы, левитирующие, например, в приэлектродном слое ВЧ разрядов, образуют устойчивые вертикальные цепочки.

1.3 Основные силы, действующие на микрочастицы в плазме

1.3.1 Силы, не связанные с зарядом микрочастицы

Особенностью пылевой плазмы является то, что в ней важную роль могут играть различные неэлектрические силы. В наземных условиях важную роль играет гравитационная сила

$$F_g = m_d g, \quad (1.5)$$

где g – ускорение свободного падения. Для достижения состояния левитации частица должна быть уравновешена другими силами.

Сила торможения нейтралами является основным механизмом, ответственным за трение при движении частицы через неподвижную плазму. Это связано с тем, что доля ионизации обычно довольно низкая, порядка 10^{-7} - 10^{-6} . В пылевой плазме скорость микрочастиц значительно меньше тепловой скорости нейтральных атомов или молекул, поэтому сила торможения пропорциональна скорости микрочастиц. При этом движение происходит в свободномолекулярном режиме [4], когда выполняется условие для числа Кнудсена $Kn = l_n/a \gg 1$ – отношения длины свободного пробега нейтралов к размеру микрочастиц. В случае достаточно малых относительных скоростей микрочастиц ($u_d \ll v_{T_n}$) сила торможения нейтралами имеет вид [118,119]

$$F_{nd} = -\frac{8\sqrt{2\pi}}{3} \gamma a^2 n_n T_n \frac{u_d}{v_{T_n}}, \quad (1.6)$$

где n_n и T_n – концентрация и температура нейтрального газа соответственно, γ – коэффициент порядка единицы, определяемый особенностями взаимодействия нейтралов с поверхностью частицы. Знак минус означает, что сила действует в направлении, противоположном относительной скорости. Часто силу торможения представляют в виде $F_{nd} = -\nu m_d u_d$, где ν – коэффициент трения пылевой частицы, характеризующий эффективную частоту передачи импульса при столкновении с нейтралами.

Термофоретическая сила, создаваемая нейтральным газом, может играть важную роль. Эта сила толкает частицы к более холодным областям газа из-за асимметрии передачи импульса

от нейтралов. В свободномолекулярном режиме ($Kn \gg 1$) термофорез вызывается тепловым потоком, искажающим распределение атомов по скоростям. Термофоретическая сила выражается [120]

$$\mathbf{F}_{th} = -\frac{8}{15} \sqrt{\frac{\pi m_n}{2T_n}} a^2 \lambda_n \nabla T_n, \quad (1.7)$$

где m_n и T_n – масса и температура нейтрального газа соответственно, λ_n – коэффициент теплопроводности газа. В приближении идеального атомарного газа выражение принимает вид

$$\mathbf{F}_{th} = -\frac{16}{9} \frac{a^2}{\sigma} \nabla T_n, \quad (1.8)$$

где σ – транспортное сечение рассеяния для атомов или молекул газа. Как видно, сила не зависит от давления и температуры газа. Создавая правильный температурный градиент в нейтральном газе, можно уравновесить вес частиц и удержать их в объеме плазмы [63,121].

1.3.2 Силы, вызванные электрическим зарядом микрочастицы

Электростатическая сила, обусловленная электрическим полем в приэлектродном слое ВЧ разряда или в страте разряда постоянного тока, может обеспечивает баланс с гравитацией. Сила равна $\mathbf{F}_{el} = Ze\mathbf{E}$, где \mathbf{E} – напряженность электрического поля. Учет поляризации плазмы вблизи пылевой частиц, индуцированной внешним электрическим полем, приводит к выражению [96]:

$$\mathbf{F}_{el} = Ze\mathbf{E} \left[1 + \frac{(a/\lambda_D)^2}{3(1 + a/\lambda_D)} \right] = Ze\mathbf{E}_{eff}, \quad (1.9)$$

Этот эффект увеличивает абсолютную величину электрической силы. Внешнее поле также наводит на частицу дипольный момент $\mathbf{p} \approx a^3 \mathbf{E}_{eff}$, направленный вдоль поля. Для диэлектрической частицы может быть наведен дополнительный дипольный момент из-за анизотропии при зарядке [122]. В неоднородном электрическом поле на диполь будет действовать дополнительная сила $\mathbf{F}_{dp} = (\mathbf{p}\nabla)\mathbf{E}$, однако в силу малости дипольного момента дипольной силой \mathbf{F}_{dp} можно пренебречь по сравнению с \mathbf{F}_{el} [4,61]. Следует отметить, что заряд частицы в электрическом поле неявно изменяется в зависимости от величины поля. Это происходит, например, из-за влияния индуцированной плазмы, анизотропии заряда, скорости дрейфа ионов (или электронов) и других факторов. Важной проблемой также является вопрос о захваченных ионах, который связан с электрической силой, действующей на частицу в плазме. Ионы, находящиеся на захваченных орбитах, способны экранировать частицу от воздействия внешнего электрического поля, что ведет к уменьшению силы, действующей на неё [123].

Сила ионного увлечения является результатом передачи импульса от текущих ионов заряженным микрочастицам. Потоки ионов обычно индуцируются крупномасштабными электрическими полями, которые могут быть вызваны либо естественными неоднородностями

амбиполярных полей плазмы разряда, либо индуцированы внешними источниками для манипулирования микрочастицами [62]. Для типичных экспериментальных условий увлечение ионов направлено противоположно электрической силе, и их конкуренция обычно определяет глобальные структуры в сложной плазме [124–126]. Для дотепловых скоростей дрейфа и не слишком сильной нелинейности взаимодействия ($\beta(v_{Ti}) = |Z|e^2/(m_i v_{Ti}^2 \lambda_D) \leq 5$ – параметр рассеяния, являющийся отношением кулоновского радиуса к длине экранирования) можно использовать выражение [127]

$$F_{id} = -\frac{8\sqrt{2\pi}}{3} a^2 n_i m_i v_{Ti} u \left[1 + \frac{1}{2} z\tau + \frac{1}{4} z^2 \tau^2 \Lambda \right], \quad (1.10)$$

где $\Lambda = 2 \int_0^\infty \exp(-x) \ln\left(\frac{2\lambda_D/a+z\tau}{2x+z\tau}\right) dx$ – модифицированный кулоновский логарифм, интегрированный по максвелловской функции распределения ионов по скоростям.

В работе [128] было предложено оценочное выражение в случае дотепловых скоростей и сильной нелинейности ($\beta(v_{Ti}) > \beta_{cr} \cong 13.2$):

$$F_{id} \sim -\pi \lambda_D^2 \left[\ln(\beta(v_{Ti})) + 1 - \frac{1}{2 \ln(\beta(v_{Ti}))} \right]^2 n_i m_i v_{Ti} u. \quad (1.11)$$

При очень большой относительной скорости важным параметром становится только геометрический размер частицы, тогда [129]

$$F_{id} = -\pi a^2 n_i m_i u^2. \quad (1.12)$$

1.3.3 Взаимодействие между микрочастицами

Рассмотрим сначала электрическое взаимодействия между парой частиц. Для упрощения примем, что частицы обладают одинаковыми зарядами, которые не зависят от расстояния r между ними. В этом случае сила взаимодействия может быть представлена как $F_{int} = -dU(r)/dr$, где

$$U(r) = Ze\phi(r). \quad (1.13)$$

Как было рассмотрено ранее, в зависимости от параметров плазмы и межчастичного расстояния, электрическое взаимодействие может проявлять свойства экранированного кулоновского или обратностепенного ($\sim r^{-2}$ или $\sim r^{-1}$) потенциала.

Наравне с электрическим взаимодействием, следует также обратить внимание на дополнительные факторы, оказывающие влияние на межчастичные взаимодействия в пылевой плазме. Эти факторы связаны с особыми свойствами пылевой плазмы, обусловленными ее термодинамической открытостью, что предполагает обмен вещества и энергии между частицами и окружающей плазмой. Например, постоянный поток плазмы на поверхности частиц приводит к увлечению соседних частиц этим потоком. Из-за большей массы ионов данный эффект

определяется в основном ионной компонентой [61]. Возникает эффективная сила «теневого эффекта» [71,106,130], которая, по сути, представляет собой силу ионного увлечения, которую одна частица испытывает вследствие потока ионов, направленного к другой соседней частице, и наоборот. Сила затенения ионов всегда имеет притягивающий характер [1]. В работе [131] было получено приближенное выражение для потенциала взаимодействия с учетом ион-нейтральных столкновений в слабостолкновительном режиме. Выражение имеет вид

$$U_{is} \cong -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2 Z^2 e^4 J_i}{\pi r v_{T_i} T_i}} \Lambda, \quad (1.14)$$

где J_i – поток ионов на поверхность зерна, Λ представляет собой модифицированный кулоновский логарифм, полученный в работе [127]. В случае малых размеров частиц, выражение $\Lambda \cong \ln(1 + 1/\beta(v_{T_i}))$ дает достаточно точное приближение [1]. Отметим, что взаимодействие через теневую силу не является парным, поскольку оно зависит от ориентации частиц относительно друг друга для более чем двух частиц, в случае разреженных систем уравнение (1.14) может быть рассмотрено как хорошее приближение.

При рассмотрении влияния нейтральной компоненты возможен механизм взаимодействия, аналогичный теневому эффекту, при условии, что температура поверхности частицы T_s расходится с температурой окружающей нейтральной среды T_n [132]. Когда поверхность частицы обладает более высокой температурой, возникает поток импульса от частицы в плазму, что инициирует отталкивание между частицами. В ситуации, где поверхность частицы имеет более низкую температуру, поток импульса нейтрального газа к частице порождает аттракцию между частицами. В свободномолекулярном (кинетическом) режиме выражение для указанного нейтрального теневого эффекта потенциал взаимодействия может быть представлен в виде [132]

$$U_{ns} = \frac{3\pi a^2 p T_s - T_n}{8 r T_n}, \quad (1.15)$$

где p – давление нейтрального газа. Эмпирические и теоретические исследования свидетельствуют, что в случае газовых разрядов низкого давления температура поверхности частицы может превышать температуру нейтрального газа [96,133,134]. Анализ выявил, что в типичных условиях разряда величина теневого эффекта, связанного с нейтральной компонентой, как правило, слабее по сравнению с ионным затенением и электрическими взаимодействиями [134].

Как для нейтральных, так и для ионных теневых эффектов соответствующие потенциалы подчиняются закону $\sim r^{-1}$. Следовательно, на больших расстояниях теневое взаимодействие будет превышать дальнедействующее электростатическое отталкивание, что должно приводить

к образованию связанных состояний пылевых частиц. Однако в лабораторных экспериментах на первый план выходят эффекты, связанные с анизотропией плазмы, – фокусировка ионов в потоке вслед за микрочастицей [123], рассмотренная ранее в подразделе 1.2.4.

1.4 Экспериментальное изучение взаимодействия микрочастиц в плазме

1.4.1 Методы диагностики, основанные на внешних возмущениях

Изучение несимметричных эффективных взаимодействий представляет собой сложную экспериментальную задачу. В пылевой плазме наиболее распространенным методом является использование лазерных манипуляций [44–48]. Например, в работе [44] были предприняты попытки с помощью оптических манипуляций проанализировать силы притяжения между частицами в простом гексагональном кулоновском кристалле пылевой плазмы. Было показано, что частица, находящаяся сверху относительно ионного потока, создает силу притяжения по отношению к нижней частице.

Однако, обычно исследуется двухчастичная система, поскольку учет коллективных эффектов не требуется. Например, в работе [45] исследовано электростатическое взаимодействие системы двух одиночных пылевых частиц в приэлектродном слое ВЧ разряда с потоком ионов. Было показано, что между отрицательно заряженными частицами присутствуют силы притяжения, приводящие к образованию «молекулы» пыли. С помощью лазерных манипуляций с частицами пыли показано, что притяжение асимметрично и действует только на нижнюю частицу в паре. Более того, результирующие силы между частицами могут обратимо изменяться между притяжением и отталкиванием. В работе [47] представлено экспериментальное исследование вертикальных колебаний в паре пылевых частиц в индуктивно-связанной аргоновой плазме при давлении 7 Па. Пылевая структура подвергалась воздействиям двух типов: добавление сигнала переменного тока к напряжению удержания постоянного тока, который возбуждал структуру в целом, и воздействие лазером, который возбуждал только одну частицу в структуре. Было показано, что заряды частиц в вертикальной паре различны. Сравнение экспериментальных данных с результатами моделирования и теоретической моделью позволило сделать вывод, что это различие обусловлено в основном влиянием ионного потока. В работе [48] изучалась релаксация системы вертикальной пары частиц после лазерного воздействия на нижнюю частицу при идентичных условиях в ВЧ разряде аргоновой плазмы, и таким образом был проанализирован потенциал взаимодействия между частицами. Анализ подтвердил наличие силы притяжения, действующей между частицами из-за кильватерного потенциала. Также в работе была экспериментально исследована роль кильватерных полей на трехмерное расположение частиц в конечных пылевых облаках при низких давлениях нейтрального газа с помощью стереоскопической цифровой голографии для мгновенного измерения положения

трехмерных частиц. В работе [46] профиль взаимодействия в цепочке двух частиц был получен с использованием лазерного луча для возмущения каждой отдельной частицы. При расчетах использовался предварительно полученный профиль удерживающего потенциала, создаваемого в помещенной на электрод стеклянной кювете, с помощью метода свободного падения частиц. Невзаимное взаимодействие частиц наблюдалось как в горизонтальном, так и в вертикальном направлениях, подтверждая существование поля ионного следа внутри стеклянной кюветы.

Как можно увидеть, зачастую исследования взаимодействия с помощью лазерного воздействия имели качественный характер [44,45,48], количественный анализ требовал более сложной техники эксперимента [47] или предварительных измерений [46].

Также были разработаны методы, основанные на иных подходах. Например, в работе [49] был предложен метод изучения потенциала ионного кильватерного поля под отрицательно заряженной пылевой частицей, левитирующей в приэлектродном слое ВЧ разряда с помощью гравитационного динамического зонда. Эксперименты проводились в аргоновой плазме при давлении 100 мТорр и мощности 1.8 Вт. Нижний электрод имел особую форму: поверхность с радиусом кривизны 0.5 м и на ней находился небольшой желоб. Желоб создаёт электростатическую «впадину», которая удерживает частицы в одномерном движении. Вертикальное движение частиц быстро затухало, как и любые колебания по нормали к желобу, что приводило к ограниченному движению только по координатной оси, параллельной желобу. Использовались две меламиновые частицы разного размера: 8.3 и 11.9 мкм. В ходе эксперимента сначала вбрасывалась на конце желоба легкая частица. Частица занимала равновесное положение в центре ловушки, далее на конце желоба вбрасывалась более тяжелая частица, и наблюдалось их совместное движение. Однако дальнейший количественный анализ движения основывался на предварительных измерениях для монослоя частиц (информация о конфайнменте, коэффициенте трения и зарядах частиц). Таким образом были получены притягивающие и отталкивающие компоненты силы взаимодействия. Структура потенциала притяжения, индуцированного ионным кильватерным полем, существенно отличалась от экранированного кулоновского потенциала отталкивания.

В работе [42] было предложено использование низкочастотной модуляции смещения электрода для исследования структуры ионного следа за пылевой частицей в приэлектродном слое ВЧ разряда в двухчастичной системе. Эксперименты проводились в плазме аргона при давлении 6.25 Па. Были использованы две частицы разного размера и материала: частица меламиноформальдегида (МФ) радиусом 5.8 мкм и частица полиметилметакрилата (ПММА) радиусом 10 мкм. Из-за разной начальной массы ($m_{\text{ПММА}} \approx 4m_{\text{МФ}}$) частицы располагаются вертикально в плазменной оболочке над ведомым электродом.

Использовался метод резонанса с фазовым разрешением (PRRM – phase-resolved resonance method) [91,135] и его модификации для асимметричных систем частиц. Смещение ведомого (нижнего) электрода модулируется синусоидально низкочастотным сигналом функционального генератора, который подается на электрод через фильтр низких частот. Это приводит к вертикальным колебаниям частиц. При малых амплитудах колебаний частицы можно рассматривать как асимметрично связанные гармонические осцилляторы, совершающие вынужденные колебания. С помощью измерения отклонения траектории частиц от предполагаемых синусоидальных траекторий при различных частотах смещений ведомого электрода можно получить резонансные кривые, которые позволяют провести прямой анализ асимметричного взаимодействия частиц.

Зондирование следа на разных расстояниях до верхней частицы было реализовано с помощью использования различных материалов частиц. Частица ПММА в гораздо большей степени подвержена процессу травления, чем частица МФ. Потеря массы приводит к изменению заряда и увеличению высоты левитации частиц в приэлектродном слое. Отслеживание массы частиц происходило с помощью формулы Эпштейна [118], где использовалось восстановленное с помощью PRRM значение трения.

Таким образом, с помощью PRRM и травления частиц было исследовано кильватерное поле пылевой частицы в плазменной оболочке. Было получено, что ионный след, ответственный за несимметричное взаимодействие частиц и уменьшение заряда нижней частицы, располагался на расстоянии от 0.7 мм до не менее 2 мм ниже по потоку от частицы.

Отдельно стоит отметить работу [136], в которой используя молекулярно-динамическое моделирование, было исследовано взаимодействие между пылевыми частицами в длинной вертикальной цепочке, заключенной в стеклянной кювете, расположенной на нижнем электроде ВЧ разряда. Был проведен итеративный расчет на основе экспериментально измеренных положений равновесия частиц для самосогласованного определения их зарядов, электрического поля и плотности ионов по длине цепи, а также скорости потока ионов. Хотя на первый взгляд описанный подход является невозмущающим, однако в теоретической модели заложены как предположения о взаимодействии между компонентами плазмы и удерживающем поле, так и предварительные измерения, требующиеся для расчета некоторых параметров, например, дебаевской длины. К тому же измерения требуются для выбора начальных параметров расчета.

Как можно видеть, методы, основанные на внешних возмущениях, имеют значительные ограничения: сложная конструкция экспериментальной установки, основаны на предварительных измерениях или теоретических моделях электрических полей и внешних сил. К тому же внешние возмущения могут приводить к заметным изменениям в исследуемой системе.

1.4.2 Бесконтактные методы диагностики

Большинство бесконтактных методов лишены перечисленных выше требований и недостатков [50,51,53,54,137–139], поскольку основаны на непрямом измерении параметров и характеристик взаимодействующих объектов без физического воздействия на них. Эти методы обладают значительными преимуществами в том, что они позволяют избежать возможных искажений или нарушений исследуемой системы, которые могут возникнуть при прямом контакте или воздействии на объекты.

В работах [50,51,137] представлена методика определения сил взаимодействия между частицами в неидеальных диссипативных системах. Этот метод основан на решении обратной задачи (ILP – solving the inverse Langevin problem), описывающей движение пылевых частиц системой уравнений Ланжевена, и позволяет учитывать коэффициенты трения и параметры внешних удерживающих сил. Особенностью решаемой задачи является «необратимость» уравнений Ланжевена, так как эти уравнения включают в себя действия стохастических сил. Тем не менее, в частных случаях, когда число уравнений много больше числа неизвестных параметров, можно уменьшить случайные ошибки, связанные со стохастическим тепловым движением частиц, и решить обратную задачу наилучшей подгонкой между решением прямой задачи о движении частиц и информацией о координатах и перемещении этих частиц, которую легко найти как в численном, так и в реальном эксперименте.

Пылевая подсистема в слабоионизованной плазме является открытой диссипативной системой. Диссипативный канал связан со столкновениями пылинок с нейтралами. Движение пылевых частиц обусловлено силами их взаимодействия, внешним силовым полем и силами трения с нейтральным компонентом буферного газа. Подобная система описывается уравнением Ланжевена:

$$M \frac{d^2 \vec{l}_k}{dt^2} = -M \nu_{fr} \frac{d \vec{l}_k}{dt} + \sum_j \vec{F}_{int}(\vec{l}_k - \vec{l}_j) + \vec{F}_{ext}(\vec{l}_k) + \vec{F}_{ran}, \quad (1.16)$$

где $\vec{l}_k(t)$ – траектория частицы k , $k = 1, \dots, N$, N – число частиц пылевой подсистемы, M – масса частиц, ν_{fr} – коэффициент трения, \vec{F}_{int} , \vec{F}_{ext} и \vec{F}_{ran} – межчастичная, внешняя и случайная сила, соответственно.

Решение прямой задачи (1.16) фиксируется как в экспериментах, так и в численном моделировании в виде координат отдельных частиц для различных моментов времени, t_m . Скорость \vec{V}_k и ускорение \vec{a}_k частицы в момент времени t_m при $\Delta t = t_{m+1} - t_m$ (шаг по времени, связанный с частотой кадров видеорегистрации) рассчитывались как

$$\vec{V}_k(t_m) = \frac{d\vec{l}_k}{dt} \cong [\vec{l}_k(t_{m+1}) - \vec{l}_k(t_m)]/\Delta t, \quad (1.17)$$

$$\vec{a}_k(t_m) = \frac{d^2\vec{l}_k}{dt^2} \cong [\vec{V}_k(t_{m+1}) - \vec{V}_k(t_m)]/\Delta t. \quad (1.18)$$

Таким образом, при известных траекториях $\vec{l}_k(t)$ всех N частиц пылевой подсистемы обратная задача для корректного определения неизвестных параметров взаимодействия и внешних сил ($\vec{F}_{pp,k}$ и $\vec{F}_{pt,k}$) представляет из себя сильно переопределенную систему уравнений движения для различных моментов t_m , состоящую из $\sim N\tau/\Delta t$ уравнений (τ – длительность видеозаписи эксперимента):

$$M\vec{a}_k = -Mv_{fr}\vec{V}_k + \vec{F}_{pp,k} + \vec{F}_{pt,k}$$

Неизвестные силы $\vec{F}_{pp,k}$ и $\vec{F}_{pt,k}$ могут быть аппроксимированы кусочно-постоянными функциями, сплайнами или различными комбинациями степенных и экспоненциальных функций. Во избежание влияния случайных сил количество уравнений в анализируемой системе было намного больше, чем количество неизвестных параметров обратной задачи.

Метод решения обратной задачи Ланжевена показал хорошие результаты при измерении сил взаимодействия между частицами в квазидвумерном монослое микрочастиц, взвешенных в приэлектродном слое ВЧ разряда [50,140–143]. Однако Описанный метод очень требователен к пространственному и временному разрешению системы видеонаблюдения, поскольку недостаточное разрешение приводит к значительным ошибкам при расчете ускорений частиц [140].

В работах [53,138] представлен невозмущающий метод сканирования модовых спектров (SMS – scanning mode spectra), который позволяет измерять силы взаимодействия и конфайнмента для вертикально ориентированной пары пылевых частиц в комплексной плазме.

Вертикально ориентированная пара пылевых частиц, левитирующая в плазменной оболочке, может быть смоделирована как два линейно связанных осциллятора с уравнениями движения, заданными как

$$\ddot{x}_1 = -\omega_1^2 x_1 - D_{21}(x_1 - x_2), \quad (1.19)$$

$$\ddot{x}_2 = -\omega_2^2 x_2 - D_{12}(x_2 - x_1), \quad (1.20)$$

где x_1 и x_2 – смещения верхней и нижней частиц из положения равновесия соответственно. Частоты ω_1^2 и ω_2^2 описывают удерживающий конфайнмент в положениях равновесия частиц, а $D_{21(12)}$ отображают линеаризованную силу взаимодействия со стороны частицы 1 (2), действующую на частицу 2 (1), определяемую как производную удельной межчастичной силы $F_{21(12)}$ относительно межчастичного расстояния r [91]. Поскольку движение частиц обусловлено тепловыми флуктуациями, смещения достаточно малы, чтобы силы можно было считать

линейными, даже когда удержание в положениях равновесия негармонично или заряд частицы меняется с высотой. Трение газа уравнивается случайными тепловыми столкновениями с микрочастицами, что вместе создает случайные тепловые флуктуации системы микрочастиц и позволяет получать спектры мод. Эти силы не были учтены в системе (1.19)-(1.20), исходя из предположения, что они не влияют на значение частот мод или собственных векторов [144]. Однако данное пренебрежение может привести к значительным ошибкам в определении характерных частот даже в слабодемпфированных системах с несимметричным взаимодействием [54].

Две нормальные моды могут быть получены из уравнений (1.19) и (1.20) с собственными частотами

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 + D_{21} + D_{12} \pm \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + (D_{21} + D_{12})^2 + 2(\omega_1^2 - \omega_2^2)(D_{21} - D_{12})}}{2}, \quad (1.21)$$

где \pm обозначает верхнюю и нижнюю частоты. Отношения амплитуд колебаний частиц 1 и 2 на этих частотах обозначены σ_+ и σ_- :

$$\sigma_{\pm} = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2 + D_{21} - D_{12} \mp \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + (D_{21} + D_{12})^2 + 2(\omega_1^2 - \omega_2^2)(D_{21} - D_{12})}}{2D_{21}}. \quad (1.22)$$

Решение уравнений (1.21) и (1.22) для ω_1^2 , ω_2^2 , D_{21} и D_{12} дают соотношения:

$$D_{21}^2 = \frac{(\omega_+^2 - \omega_-^2)^2}{(\sigma_+ - \sigma_-)^2}, \quad (1.23)$$

$$\frac{D_{12}}{D_{21}} = -\sigma_+ \sigma_-, \quad (1.24)$$

$$\omega_1^2 = \frac{(\omega_+^2 + \omega_-^2) + D_{21}(\sigma_+ + \sigma_-)}{2} - D_{21} \quad (1.25)$$

$$\omega_2^2 = \frac{(\omega_+^2 + \omega_-^2) - D_{21}(\sigma_+ + \sigma_-)}{2} - D_{12} \quad (1.26)$$

В этом методе анализируется пространство собственных векторов, изменяя отношение σ амплитуд колебаний верхней и нижней частиц от ∞ до $-\infty$. Фазовый угол α определяется как $\sigma = \cos \alpha / \sin \alpha$ (где α изменяется от 0 до π , а σ изменяется от ∞ до $-\infty$). Проецируя тепловую скорость частицы на каждый из этих собственных векторов и используя преобразование Фурье, получается модовый спектр мощности. Максимумы в SMS представляют собой собственные векторы, соответствующие нормальным модам. Модовые спектры имеют две спектральные линии, соответствующие двум нормальным модам с частотами ω_+ (более высокая частота) и ω_- (более низкая частота). Значения α , при которых возникают максимумы в двух спектральных линиях, определяют собственные векторы, соответствующие каждой моде, представленные отношениями амплитуд частиц 1 и 2, σ_+ и σ_- .

Таким образом, значения ω_+ , ω_- , σ_+ и σ_- могут быть определены экспериментально по тепловому движению частиц, а силы взаимодействия D_{21} , D_{12} и удерживающие силы ω_1 и ω_2 могут быть получены непосредственно из уравнений (1.23)-(1.26). Кроме того, поскольку модель может применяться к движению как в вертикальном, так и в горизонтальном направлении, взаимодействие частиц и удержание на месте в обоих направлениях можно определять одновременно.

С помощью метода SMS были проанализированы результаты экспериментов для вертикальной пары 8.89 мкм частиц меламинформальдегида в ВЧ плазме. Эксперименты проводились в аргоновой плазме при давлении 5.7 Па с использованием ВЧ мощности 1.5-10 Вт. Было установлено, что взаимодействие между частицами является взаимно отталкивающим, но не взаимным в вертикальном направлении. В горизонтальном направлении сила, действующая на нижнюю частицу со стороны верхней по отношению к ионному потоку, является притягивающей, а сила, действующая на верхнюю частицу со стороны нижней, является отталкивающей. Было установлено, что нижняя частица кинетически разогревается, а ее заряд уменьшается за счет ионного следа верхней частицы.

Однако в работе [54] было показано, что учет диссипации очень важен в обратной задаче определения сил взаимодействия, действующих в системе с нарушенной симметрией межчастичного взаимодействия. Рассмотрение системы частиц как линейно связанных осцилляторов без учета диссипативных и случайных процессов приводит к значительным ошибкам в определении характерных частот в системе.

В работах [54,139] описан общий подход к корреляционному анализу случайного движения (CARM – correlational analysis of random motion) сильно связанных частиц в открытых диссипативных системах. Этот подход может быть применен для теоретического описания различных неидеальных статистически равновесных систем (в том числе негамильтоновых систем), а также для анализа экспериментальных данных.

В рамках метода рассматривается термодинамически открытая система из N взаимодействующих частиц разных масс M_i ($i = 1, \dots, N$), погруженных в диссипативную среду и находящихся под действием внешнего нелинейного силового поля \mathbf{F}_{ext} . Учитывается, что симметрия межчастичного взаимодействия может быть нарушена, т.е. $\mathbf{F}_{ki} \neq -\mathbf{F}_{ik}$, где \mathbf{F}_{ki} - сила, действующая со стороны частицы k на частицу i . Частицы считаются сильно связанными, поэтому они находятся в тепловом броуновском движении вблизи своих положений равновесия $\langle \mathbf{r}_i \rangle$ (угловые скобки обозначают среднее значение с течением времени). Для краткости символ ξ_i обозначает малое отклонение частицы i от ее положения равновесия. Внешняя и межчастичная силы, действующие на частицу i , могут быть линеаризованы, тогда уравнение движения частицы

i с отклонением ξ_i , вызванным действием случайной силы $F_{\text{ran},i}$, можно записать в следующем виде:

$$\ddot{\xi}_i = -\nu_i \dot{\xi}_i + \sum_{k=1, k \neq i}^N (\xi_i - \xi_k) a_{ki} + \xi_i b_i + F_{\text{ran},i}/M_i, \quad (1.27)$$

где a_{ki} и b_i – пространственные производные удельных сил взаимодействия и внешних удельных сил при нахождении частиц в точках равновесия; ν_i – коэффициент трения частицы i за счет столкновений с нейтралами окружающей среды.

Поскольку частицы движутся вблизи равновесия, их траектории замкнуты. Также предполагается, что нет корреляции между медленным смещением частиц и «быстрым» стохастическим воздействием. Таким образом, случайная сила, действующая на частицу, коррелирует только с ее скоростью и не коррелирует с остальными. Из перечисленного следуют формулы:

$$\begin{aligned} \langle \xi_i \dot{\xi}_i \rangle &= 0, & \langle \xi_i F_{\text{ran},i} \rangle &= 0, & \langle \dot{\xi}_i F_{\text{ran},i} \rangle &= \nu_i T; \\ \langle \xi_k F_{\text{ran},i} \rangle &= 0, & \langle \dot{\xi}_k F_{\text{ran},i} \rangle &= 0, & \langle F_{\text{ran},i} F_{\text{ran},k} \rangle &, \quad i \neq k. \end{aligned} \quad (1.28)$$

Также учтены следующие условия, справедливые для статистически равновесной системы (когда $\partial \langle \dots \rangle / \partial t = 0$):

$$\langle \xi_i \dot{\xi}_k \rangle + \langle \xi_k \dot{\xi}_i \rangle \equiv 0, \quad \langle \xi_i \ddot{\xi}_k \rangle + \langle \dot{\xi}_i \dot{\xi}_k \rangle \equiv 0. \quad (1.29)$$

Умножение уравнения (1.27) на $\xi_{i(k)}$ или $\dot{\xi}_{i(k)}$ и учет уравнений (1.28)-(1.29) позволяет перейти к новой системе уравнений:

$$-\langle \xi_i \dot{\xi}_j \rangle \nu_i - \langle \xi_i \xi_j \rangle b_i - \sum_{k=1, k \neq i}^N (\langle \xi_i \xi_j \rangle - \langle \xi_j \xi_k \rangle) a_{ki} = \langle \dot{\xi}_i \dot{\xi}_j \rangle, \quad \forall i, j, \quad (1.30)$$

$$\begin{aligned} \langle \dot{\xi}_i \dot{\xi}_j \rangle (\nu_i + \nu_j) - \langle \xi_i \dot{\xi}_j \rangle (b_i - b_j) - \sum_{k=1, k \neq i}^N (\langle \xi_i \dot{\xi}_j \rangle - \langle \xi_k \dot{\xi}_j \rangle) a_{ki} + \\ + \sum_{k=1, k \neq j}^N (\langle \xi_i \dot{\xi}_j \rangle - \langle \xi_i \dot{\xi}_k \rangle) a_{kj} = 0, \quad i \neq j, \end{aligned} \quad (1.31)$$

где $i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N$ и $\langle \xi_{i(k)} \dot{\xi}_{j(k)} \rangle = 0$ для $i = j, k = j$ или $i = k$.

Если экспериментально определить усредненные по времени корреляционные функции для смещений и скоростей взаимодействующих частиц $\langle \xi_i^2 \rangle$, $\langle \xi_i \xi_k \rangle$, $\langle \dot{\xi}_i^2 \rangle$, $\langle \dot{\xi}_i \dot{\xi}_k \rangle$ и $\langle \xi_i \dot{\xi}_k \rangle$, то производные удельных сил, действующих на частицы в точках их равновесия (a_{ki} и b_i), как и коэффициенты трения ν_i можно рассчитать по уравнениям (1.30)-(1.31). Таким образом достаточно экспериментальных траекторий частиц для восстановления параметров. В случае двухчастичной системы, имеющей осевую симметрию, мы получаем 10 уравнений (1.30) и (1.31), содержащих 10 неизвестных величин. В отличие от пары разных микрочастиц в плазме,

монодисперсные частицы удобно использовать в экспериментах с большими плазменно-пылевыми структурами. В этом случае (когда $M_i = M_k$) имеется $(3N - 1)N/2$ уравнений для нахождения $N^2 + 1$ неизвестных параметров. При $N > 2$ система уравнений (1.30) и (1.31) становится переопределенной, и ее следует решать, применяя регрессионный анализ.

Таким образом был описан корреляционный подход к изучению невязимных эффективных взаимодействий пылевых броуновских частиц в плазме. В этом методе используются данные об усредненных по времени корреляциях смещений и скоростей частиц, которые легко измеряются в эксперименте. Метод основан только на анализе броуновского движения и может использоваться для изучения многочастичных цепочечных структур в сложной плазме. В этом подходе учитываются диссипативные и случайные процессы, однако применение данного метода может давать неверные результаты для систем, спектры которых имеют какие-либо артефакты обработки или «паразитные» моды, так как они будут влиять на значения корреляторов, получаемых усреднением по времени, на основе которых происходит восстановление параметров, см. (1.30)-(1.31).

В заключение параграфа еще раз отметим, что описанные невозмущающие методы имеют заметные недостатки, более подробно применение методов рассмотрено в **разделе 3.2**.

ГЛАВА II. СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

2.1 Аналитические выражения для спектральной плотности

2.1.1 Спектральные плотности для обобщённой линейной системы

Рассмотрим обобщённую линейную систему N несимметрично связанных осцилляторов $\delta_i(t)$, под воздействием некоторых процессов $B_i(t)$:

$$\frac{d^2\delta_i}{dt^2} = -\sum_{j=1}^N u_{ij} \frac{d\delta_j}{dt} + \sum_{j=1}^N a_{ij}\delta_j + B_i, \quad (2.1)$$

где u_{ij} – обобщённые коэффициенты трения, а коэффициенты a_{ij} зависят от физики решаемой задачи. Процессы $B_i(t)$, действующие в системе (2.1), характеризуются спектральной плотностью

$$S_i(\omega) = 2 \int_0^{\infty} \langle B_i(t)B_i(t+\tau) \rangle \cos \omega\tau \, d\tau \quad (2.2)$$

и взаимной спектральной плотностью

$$S_{ij}(\omega) = 2 \int_0^{\infty} \langle B_i(t)B_j(t+\tau) \rangle \cos \omega\tau \, d\tau. \quad (2.3)$$

Угловые скобки в уравнениях (2.2) и (2.3) обозначают усреднение по времени.

Если система (2.1) находится под воздействием внешних периодических сил $B_i = H_i \sin \omega t$, то в ней будут возникать вынужденные колебания вида $\delta_i(t) = M_i e^{i\omega t}$, где коэффициенты M_i определяются из системы линейных уравнений $\mathbf{AM} = \mathbf{H}$:

$$\begin{pmatrix} -\omega^2 + i\omega u_{11} - a_{11} & i\omega u_{12} - a_{12} & \vdots & i\omega u_{1N} - a_{1N} \\ i\omega u_{21} - a_{21} & -\omega^2 + i\omega u_{22} - a_{22} & \vdots & i\omega u_{2N} - a_{2N} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ i\omega u_{N1} - a_{N1} & i\omega u_{N2} - a_{N2} & \vdots & -\omega^2 + i\omega u_{NN} - a_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \dots \\ M_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \dots \\ H_N \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Для решения данной системы можно воспользоваться методом Крамера [145]:

$$M_i = \frac{1}{\det \mathbf{A}} \det \begin{pmatrix} -\omega^2 + i\omega u_{11} - a_{11} & \vdots & i\omega u_{1(i-1)} - a_{1(i-1)} & H_1 & \vdots & i\omega u_{1N} - a_{1N} \\ i\omega u_{21} - a_{21} & \vdots & i\omega u_{2(i-1)} - a_{2(i-1)} & H_2 & \vdots & i\omega u_{2N} - a_{2N} \\ \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ i\omega u_{N1} - a_{N1} & \vdots & i\omega u_{N(i-1)} - a_{N(i-1)} & H_N & \vdots & -\omega^2 + i\omega u_{NN} - a_{NN} \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

Полагая $H_k = 1$, а остальные $H_i = 0$ в выражении для M_l можно определить частотную передаточную функцию, связывающую воздействие на k -ую частицу с откликом l -ой частицы.

Напомним, что если на вход линейной системы подан стационарный случайный процесс с равным нулю средним значением, то спектральная плотность стационарного случайного процесса на выходе линейной системы равна спектральной плотности случайного процесса на входе системы, умноженной на квадрат модуля частотной передаточной функции этой системы

[146]. Если процесс B_i , действующий в системе (2.1) на i -й осциллятор, является стационарным, случайным с $\langle B_i(t) \rangle = 0$, то спектральная плотность вынужденных колебаний i -го осциллятора может быть представлена в виде:

$$G_i(\omega) = \sum_{j=1}^N S_j \bar{M}_i(j) + \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N S_{ij} \bar{M}_i(j, k), \quad (2.6)$$

где $\bar{M}_i(j) = |M_i(\omega, H_{l,l \neq j} = 0, H_j = 1)|^2$, а $\bar{M}_i(j, k) = M_i(\omega, H_{l,l \neq j} = 0, H_j = 1) M_i^*(\omega, H_{l,l \neq k} = 0, H_k = 1) + M_i^*(\omega, H_{l,l \neq j} = 0, H_j = 1) M_i(\omega, H_{l,l \neq k} = 0, H_k = 1)$ (* обозначает комплексно-сопряжённую величину).

В завершении раздела отметим, что спектральные плотности скоростей G_{V_i} ($V_i = d\delta_i/dt$) связаны со спектрами соответствующих колебаний простым соотношением [147]:

$$G_{V_i}(\omega) = \omega^2 G_i(\omega). \quad (2.7)$$

2.1.2 Спектральные плотности смещений взаимодействующих броуновских частиц

Рассмотрим стационарную систему, состоящую из N взаимодействующих частиц с массами m_i и зарядами q_i , на которые в направлении γ ($\gamma = X, Y$ или Z) действуют: внешняя сила $F_i^{(\gamma)}$, сила межчастичного взаимодействия $F_{ji}^{(\gamma)}$, действующая со стороны j -ой частицы на i -ую, сила трения с коэффициентами трения ν_i и сила Ланжевена $F_{\text{ran},i}^{(\gamma)}$, являющаяся источником стохастической кинетической энергии частиц. В предположении, что смещение $\xi_i^{(\gamma)}$ частиц, от их положения равновесия под действием случайной силы $F_{\text{ran},i}^{(\gamma)}$ ограничено малыми отклонениями, мы можем получить линеаризацию для сил в выбранном направлении для каждой из степеней свободы:

$$F_{ji}^{(\gamma)} = \langle F_{ji}^{(\gamma)} \rangle + (\xi_i^{(\gamma)} - \xi_j^{(\gamma)}) \left(\frac{\partial F_{ji}^{(\gamma)}}{\partial \xi} \right) = \langle F_{ji}^{(\gamma)} \rangle + (\xi_i^{(\gamma)} - \xi_j^{(\gamma)}) m_i f_{ji}^{(\gamma)}, \quad (2.8)$$

$$F_i^{(\gamma)} = \langle F_i^{(\gamma)} \rangle + \xi_i^{(\gamma)} \left(\frac{\partial F_i^{(\gamma)}}{\partial \xi} \right) = \langle F_i^{(\gamma)} \rangle + \xi_i^{(\gamma)} m_i f_i^{(\gamma)}, \quad (2.9)$$

где угловые скобки $\langle \rangle$ обозначают усреднение по времени, а $f_{ji}^{(\gamma)}$, $f_i^{(\gamma)}$ – производные удельных межчастичных и внешних сил, то есть жесткости этих удельных сил.

Таким образом мы получаем новую систему уравнений относительно $\xi_i^{(\gamma)}$ с коэффициентами $b_{ij}^{(\gamma)}$ из системы (2.1) ($a_{ij} = b_{ij}^{(\gamma)}$, $u_{ii} = \nu_i$, $u_{ij,i \neq j} = 0$). Коэффициенты $b_{ij}^{(\gamma)}$ связаны со значениями удельных производных внешних и межчастичных сил с помощью:

$$b_{ii}^{(\gamma)} = \sum_{j=1, j \neq i}^N f_{ji}^{(\gamma)} - f_i^{(\gamma)}, \quad (2.10)$$

$$b_{ij, i \neq j}^{(\gamma)} = -f_{ji}^{(\gamma)}. \quad (2.11)$$

Если случайный процесс $F_{\text{ran},i}^{(\gamma)}$ является дельта-коррелированным гауссовским процессом (белым шумом), то спектральные плотности $S_{\xi_i}^{(\gamma)} = 2\nu_i T_i^{(\gamma)} / m_i$, где $T_i^{(\gamma)}$ – температура теплового источника для частиц, а $S_{\xi_i \xi_j}^{(\gamma)} \equiv 0$, так как процессы $F_{bi}^{(\gamma)}$ являются независимыми. В таком случае выражение (2.6) приобретает более простой вид:

$$G_{\xi_i}^{(\gamma)}(\omega) = \sum_{j=1}^N \frac{2\nu_j T_j^{(\gamma)}}{m_j} \bar{M}_{\xi_i}^{(\gamma)}(j). \quad (2.12)$$

2.1.3 Спектральные плотности совместных и относительных смещений взаимодействующих броуновских частиц

Так же с помощью решения для системы уравнений (2.1) можно получить спектральные плотности совместных ($\sum_{j=1}^N \xi_j$) и относительных ($\xi_i - \xi_{i+1}$) смещений частиц:

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_1^{(\gamma)} = \xi_1^{(\gamma)} - \xi_2^{(\gamma)} \\ \dots \\ \eta_i^{(\gamma)} = \xi_i^{(\gamma)} - \xi_{i+1}^{(\gamma)} \\ \dots \\ \eta_{N-1}^{(\gamma)} = \xi_{N-1}^{(\gamma)} - \xi_N^{(\gamma)} \\ \eta_N^{(\gamma)} = \sum_{j=1}^N \xi_j^{(\gamma)} \end{array} \right. \quad (2.13)$$

Таким образом мы получаем новую систему уравнений относительно $\eta_i^{(\gamma)}$ с коэффициентами $c_{ij}^{(\gamma)}$ при воздействии новых сил Ланжевена $F'_{\text{ran},i}^{(\gamma)}$, при этом коэффициенты u_{ij} , $c_{ij}^{(\gamma)}$ связаны с исходными ν_i , $b_{ij}^{(\gamma)}$ системами линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{pmatrix} -u_{11} - u_{1N} & u_{11} - u_{12} - u_{1N} & \vdots & u_{1(i-1)} - u_{1i} - u_{1N} & \vdots & u_{1(N-1)} - u_{1N} \\ -u_{21} - u_{2N} & u_{21} - u_{22} - u_{2N} & \vdots & u_{2(i-1)} - u_{2i} - u_{2N} & \vdots & u_{2(N-1)} - u_{2N} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots \\ -u_{N1} - u_{NN} & u_{N1} - u_{N2} - u_{NN} & \vdots & u_{N(i-1)} - u_{Ni} - u_{NN} & \vdots & u_{N(N-1)} - u_{NN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\nu_1 & \nu_2 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & -\nu_2 & \nu_3 & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & -\nu_{N-1} & \nu_N \\ -\nu_1 & -\nu_2 & -\nu_3 & \vdots & -\nu_{N-1} & -\nu_N \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} c_{11}^{(\gamma)} + c_{1N}^{(\gamma)} & c_{12}^{(\gamma)} - c_{11}^{(\gamma)} + c_{1N}^{(\gamma)} & \vdots & c_{1i}^{(\gamma)} - c_{1(i-1)}^{(\gamma)} + c_{1N}^{(\gamma)} & \vdots & c_{1N}^{(\gamma)} - c_{1(N-1)}^{(\gamma)} \\ c_{21}^{(\gamma)} + c_{2N}^{(\gamma)} & c_{22}^{(\gamma)} - c_{21}^{(\gamma)} + c_{2N}^{(\gamma)} & \vdots & c_{2i}^{(\gamma)} - c_{2(i-1)}^{(\gamma)} + c_{2N}^{(\gamma)} & \vdots & c_{2N}^{(\gamma)} - c_{2(N-1)}^{(\gamma)} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots \\ c_{N1}^{(\gamma)} + c_{NN}^{(\gamma)} & c_{N2}^{(\gamma)} - c_{N1}^{(\gamma)} + c_{NN}^{(\gamma)} & \vdots & c_{Ni}^{(\gamma)} - c_{N(i-1)}^{(\gamma)} + c_{NN}^{(\gamma)} & \vdots & c_{NN}^{(\gamma)} - c_{N(N-1)}^{(\gamma)} \end{pmatrix} = \\
& = \begin{pmatrix} b_{11}^{(\gamma)} - b_{21}^{(\gamma)} & b_{12}^{(\gamma)} - b_{22}^{(\gamma)} & \vdots & b_{1i}^{(\gamma)} - b_{2i}^{(\gamma)} & \vdots & b_{1N}^{(\gamma)} - b_{2N}^{(\gamma)} \\ b_{21}^{(\gamma)} - b_{31}^{(\gamma)} & b_{22}^{(\gamma)} - b_{32}^{(\gamma)} & \vdots & b_{2i}^{(\gamma)} - b_{3i}^{(\gamma)} & \vdots & b_{2N}^{(\gamma)} - b_{3N}^{(\gamma)} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots \\ b_{(N-1)1}^{(\gamma)} - b_{N1}^{(\gamma)} & b_{(N-1)2}^{(\gamma)} - b_{N2}^{(\gamma)} & \vdots & b_{(N-1)i}^{(\gamma)} - b_{Ni}^{(\gamma)} & \vdots & b_{(N-1)N}^{(\gamma)} - b_{NN}^{(\gamma)} \\ \sum_{j=1}^N b_{j1}^{(\gamma)} & \sum_{j=1}^N b_{j2}^{(\gamma)} & \vdots & \sum_{j=1}^N b_{ji}^{(\gamma)} & \vdots & \sum_{j=1}^N b_{jN}^{(\gamma)} \end{pmatrix} \quad (2.15)
\end{aligned}$$

Для рассматриваемой системы спектральные плотности $S_{\eta_i}^{(\gamma)}$ имеют значения: $S_{\eta_i, i \neq N}^{(\gamma)} = S_{\xi_i}^{(\gamma)} + S_{\xi_{i+1}}^{(\gamma)}$, а $S_{\eta_N}^{(\gamma)} = \sum_{j=1}^N S_{\xi_j}^{(\gamma)}$. Если ранее $F_{\text{ran},i}^{(\gamma)}$ были независимыми, то $F'_{\text{ran},i}$ имеют взаимную спектральную плотность: $S_{\eta_i \eta_j, i \neq j \neq N}^{(\gamma)} = -S_{\xi_k}^{(\gamma)}$, где $k = \max(i, j)$, если $|i - j| = 1$, иначе $S_{\eta_i \eta_j, i \neq j \neq N}^{(\gamma)} = 0$, а $S_{\eta_i \eta_N, i \neq N}^{(\gamma)} = S_{\xi_i}^{(\gamma)} - S_{\xi_{i+1}}^{(\gamma)}$.

Применим аналогичный подход, что и к системе (2.1), и получим распределение спектральной плотности для $\eta_i^{(\gamma)}$:

$$\begin{aligned}
G_{\eta_i}^{(\gamma)}(\omega) &= \sum_{j=1}^N S_{\eta_j}^{(\gamma)} \bar{M}_{\eta_i}^{(\gamma)}(j) + \sum_{j=1}^{N-1} S_{\eta_j \eta_N}^{(\gamma)} \bar{M}_{\eta_i}^{(\gamma)}(j, N) + \sum_{j=1}^{N-2} S_{\eta_j \eta_{j+1}}^{(\gamma)} \bar{M}_{\eta_i}^{(\gamma)}(j, j+1) = \\
&= \sum_{j=1}^N \frac{2\nu_j T_j^{(\gamma)}}{m_j} \left\{ \bar{M}_{\eta_i}^{(\gamma)}(j-1) + \bar{M}_{\eta_i}^{(\gamma)}(j) + \bar{M}_{\eta_i}^{(\gamma)}(N) - \bar{M}_{\eta_i}^{(\gamma)}(j-1, j) - \bar{M}_{\eta_i}^{(\gamma)}(j-1, N) + \bar{M}_{\eta_i}^{(\gamma)}(j, N) \right\}, \quad (2.16)
\end{aligned}$$

где выполняются условия $1 \leq k, l < N$, иначе $\bar{M}_{\eta_i}^{(\gamma)}(k) = 0$, $\bar{M}_{\eta_i}^{(\gamma)}(k, l) = 0$, кроме случаев когда N прямо указано в формуле (2.16).

2.1.4 Спектры колебаний в системе двух частиц

Для наглядности рассмотрим частное решение для системы (2.1) для двух осцилляторов:

$$G_1(\omega) = \frac{S_1[(\omega^2 + a_{22})^2 + u_{22}^2 \omega^2] + S_2(a_{12}^2 + u_{12}^2 \omega^2) - 2S_{12}[(a_{12} + u_{22}u_{12})\omega^2 + a_{12}a_{22}]}{W}, \quad (2.17)$$

$$G_2(\omega) = \frac{S_1[a_{21}^2 + u_{21}^2 \omega^2] + S_2[(\omega^2 + a_{11})^2 + u_{11}^2 \omega^2] - 2S_{12}[(a_{21} + u_{11}u_{21})\omega^2 + a_{11}a_{21}]}{W}, \quad (2.18)$$

где

$$\begin{aligned}
W &= [\omega^4 + \omega^2(u_{12}u_{21} - u_{11}u_{22} + a_{11} + a_{22}) + a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}]^2 + \\
&+ \omega^2[\omega^2(u_{11} + u_{22}) + u_{22}a_{11} + u_{11}a_{22} - u_{12}a_{21} - u_{21}a_{12}]^2. \quad (2.19)
\end{aligned}$$

В случае если известны соотношения для трения $u_{11} = u_{22} = \nu$, $u_{12} = u_{21} = 0$, то выражения (2.17)-(2.19) упрощаются:

$$G_{1(2)}(\omega) = \frac{S_{1(2)} \left[(\omega^2 + a_{22(11)})^2 + \nu^2 \omega^2 \right] + S_{2(1)} a_{12(21)}^2 - 2S_{12} [a_{12(21)} \omega^2 + a_{12(21)} a_{22(11)}]}{[\omega^4 + (\nu^2 - 2\omega_1^2) \omega^2 + \omega_1^4][\omega^4 + (\nu^2 - 2\omega_2^2) \omega^2 + \omega_2^4]}, \quad (2.20)$$

где

$$\omega_{1(2)}^2 = -\frac{a_{11} + a_{22}}{2} \mp \frac{\sqrt{(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21}}}{2}. \quad (2.21)$$

Для колебаний двух взаимодействующих броуновских частиц в ловушке и для их совместных и относительных колебаний (для краткости индексы '1' и '2' обозначают колебания ξ_1 и ξ_2 , соответственно, а '+' и '-' подразумевают совместные ($\xi_1 + \xi_2$) и относительные ($\xi_1 - \xi_2$)) спектральные плотности принимают вид:

$$G_{1(2)}^{(\gamma)}(\omega) = \frac{\frac{2\nu_{1(2)} T_{1(2)}^{(\gamma)}}{m_{1(2)}} \left[(\omega^2 - f_{2(1)}^{(\gamma)} + f_{12(21)}^{(\gamma)})^2 + \nu_{2(1)}^2 \omega^2 \right] + \frac{2\nu_{2(1)} T_{2(1)}^{(\gamma)}}{m_{2(1)}} f_{21(12)}^{(\gamma)2}}{W^{(\gamma)}}, \quad (2.22)$$

$$G_{+}^{(\gamma)}(\omega) = \frac{\frac{2\nu_1 T_1^{(\gamma)}}{m_1} \left[(\omega^2 - f_2^{(\gamma)} + 2f_{12}^{(\gamma)})^2 + \nu_2^2 \omega^2 \right] + \frac{2\nu_2 T_2^{(\gamma)}}{m_2} \left[(\omega^2 - f_1^{(\gamma)} + 2f_{21}^{(\gamma)})^2 + \nu_1^2 \omega^2 \right]}{W^{(\gamma)}}, \quad (2.23)$$

$$G_{-}^{(\gamma)}(\omega) = \frac{\frac{2\nu_1 T_1^{(\gamma)}}{m_1} \left[(\omega^2 - f_2^{(\gamma)})^2 + \nu_2^2 \omega^2 \right] + \frac{2\nu_2 T_2^{(\gamma)}}{m_2} \left[(\omega^2 - f_1^{(\gamma)})^2 + \nu_1^2 \omega^2 \right]}{W^{(\gamma)}}, \quad (2.24)$$

$$W^{(\gamma)} = \left[\omega^2 \left(\omega^2 - \nu_1 \nu_2 - f_1^{(\gamma)} - f_2^{(\gamma)} + f_{21}^{(\gamma)} + f_{12}^{(\gamma)} \right) + f_1^{(\gamma)} f_2^{(\gamma)} - f_1^{(\gamma)} f_{12}^{(\gamma)} - f_2^{(\gamma)} f_{21}^{(\gamma)} \right]^2 + \omega^2 \left[\nu_1 \omega^2 + \nu_2 \omega^2 + \nu_2 \left(f_{21}^{(\gamma)} - f_1^{(\gamma)} \right) + \nu_1 \left(f_{12}^{(\gamma)} - f_2^{(\gamma)} \right) \right]^2. \quad (2.25)$$

Отметим, что совместные колебания ('+') являются колебаниями центра масс с удвоенной амплитудой в случае равенства масс частиц.

В случае если частицы имеют одинаковые коэффициенты трения ($\nu_1 = \nu_2 = \nu$), то выражение (2.25) упрощается:

$$W^{(\gamma)} = \left[\omega^4 + \left(\nu^2 - 2\omega_1^{(\gamma)2} \right) \omega^2 + \omega_1^{(\gamma)4} \right] \left[\omega^4 + \left(\nu^2 - 2\omega_2^{(\gamma)2} \right) \omega^2 + \omega_2^{(\gamma)4} \right], \quad (2.26)$$

где $\omega_j^{(\gamma)}$ – основные частоты системы, определяемые выражениями:

$$\omega_{1(2)}^{(\gamma)2} = \frac{f_1^{(\gamma)} + f_2^{(\gamma)} - f_{21}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} \mp D^{(\gamma)}}{2}, \quad (2.27)$$

$$D^{(\gamma)} = \sqrt{\left(f_1^{(\gamma)} - f_2^{(\gamma)} - f_{21}^{(\gamma)} + f_{12}^{(\gamma)} \right)^2 + 4f_{21}^{(\gamma)} f_{12}^{(\gamma)}}. \quad (2.28)$$

Если частицы имеют одинаковый размер ($v_1 = v_2 = v$), симметричный характер взаимодействия ($f_{21}^{(\nu)} = f_{12}^{(\nu)} = f_{\text{int}}^{(\nu)}$) и равные интенсивности шума ($\frac{2v_1 T_1^{(\nu)}}{m_1} = \frac{2v_2 T_2^{(\nu)}}{m_2} = S^{(\nu)}$), то спектральные плотности частиц преобразуются:

$$G_{1(2)}^{(\nu)}(\omega) = \frac{A_{1(2)}^{(\nu)}}{\omega^4 + (v^2 - 2\omega_1^{(\nu)2})\omega^2 + \omega_1^{(\nu)4}} + \frac{A_{2(1)}^{(\nu)}}{\omega^4 + (v^2 - 2\omega_2^{(\nu)2})\omega^2 + \omega_2^{(\nu)4}}, \quad (2.29)$$

где $A_1^{(\nu)} = \frac{S^{(\nu)}}{2} \left(1 - \frac{f_1^{(\nu)} - f_2^{(\nu)}}{D^{(\nu)}}\right)$ и $A_2^{(\nu)} = \frac{S^{(\nu)}}{2} \left(1 + \frac{f_1^{(\nu)} - f_2^{(\nu)}}{D^{(\nu)}}\right)$. Таким образом спектральная плотность смещений частиц представляет из себя суперпозицию спектральных плотностей двух классических затухающих осцилляторов [147].

В случае если частицы также имеют одинаковый размер ($v_1 = v_2 = v$), симметричный характер взаимодействия ($f_{21}^{(\nu)} = f_{12}^{(\nu)} = f_{\text{int}}^{(\nu)}$) и равные удельные производные внешней силы ($f_1^{(\nu)} = f_1^{(\nu)} = f_{\text{ext}}^{(\nu)}$), то в таком случае выражения для сумм и разностей смещений частиц (2.23)-(2.24) приобретают вид спектральной плотности классического осциллятора:

$$G_{+(-)}^{(\nu)}(\omega) = \frac{2v \left(\frac{T_1^{(\nu)}}{m_1} + \frac{T_2^{(\nu)}}{m_2} \right)}{\omega^4 + (v^2 - 2\omega_{+(-)}^{(\nu)2})\omega^2 + \omega_{+(-)}^{(\nu)4}}, \quad (2.30)$$

и с учетом (2.27) с частотами:

$$\omega_+^{(\nu)2} = f_{\text{ext}}^{(\nu)}, \quad (2.31)$$

$$\omega_-^{(\nu)2} = f_{\text{ext}}^{(\nu)} - 2f_{\text{int}}^{(\nu)}. \quad (2.32)$$

2.1.5 Спектры колебаний идентичных частиц в ограниченных цепочечных структурах

Рассмотрим спектральные характеристики для случая трех, четырех и пяти идентичных частиц ($q_i = q$, $m_i = m$, $v_i = v$), взаимодействующих с произвольной симметричной силой $F_{ij} = F_{ji} = F(\Delta_{ij})$ в линейном электрическом поле $E(r, z)$ ловушки с радиальной симметрией в горизонтальной плоскости (см. Рис. 2.1) с радиальными составляющими $E^{(X)} = \alpha x$, $E^{(Y)} = \alpha y$ и вертикальной составляющей $E^{(Z)} = \beta z$. Здесь x, y, z – координаты по соответствующим осям, α и β — величины градиентов электрического поля. Критерии устойчивости таких систем представлены в работе [148]. В силу симметрии задачи относительно центра ловушки в этих системах функции $G_i^{(\nu)}(\omega) = G_j^{(\nu)}(\omega)$ для частиц i и j , которые имеют одинаковое расстояние от центра структуры, см. Рис. 2.1.

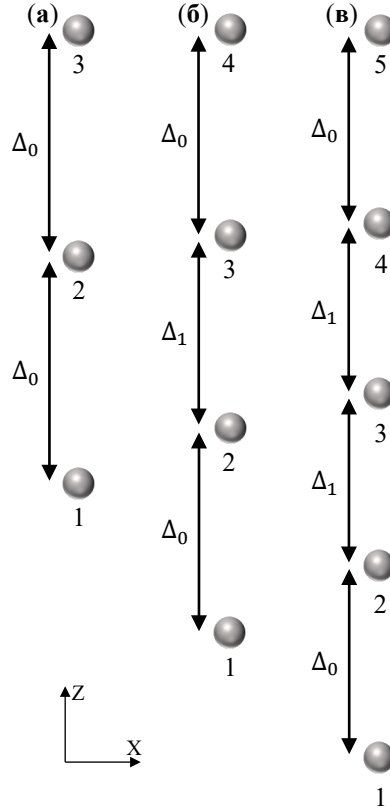


Рис. 2.1. Вертикальная конфигурация (а) трех, (б) четырех и (в) пяти взаимодействующих частиц в электрическом поле ловушки с радиальной симметрией в горизонтальной плоскости.

Три частицы

Обратимся к случаю трех частиц ($N = 3$), см. Рис. 2.1(а). В состоянии равновесия средние расстояния между двумя ближайшими частицами равны $\Delta_{12} \equiv \Delta_{23} = \Delta_0$, а уравнение баланса сил дает $\beta q \Delta_0 = F_{12} + F_{13}$, где $F_{12} \equiv F_{23}$. Исследование динамики таких частиц в цепочечной структуре сводится к анализу системы уравнений движения для $i = 1, 2, 3$.

Для поиска спектральных характеристик выполним замену переменных: $\zeta_1^{(\gamma)} = \xi_1^{(\gamma)} + \xi_2^{(\gamma)} + \xi_3^{(\gamma)}$, $\zeta_2^{(\gamma)} = \xi_1^{(\gamma)} - \xi_3^{(\gamma)}$, $\zeta_3^{(\gamma)} = 2\xi_2^{(\gamma)} - (\xi_1^{(\gamma)} + \xi_3^{(\gamma)})$. С учетом указанной замены переменных преобразуем систему уравнений движения для случая $F_{\text{ran},i}^{(\gamma)} = 0$ к виду

$$\begin{cases} \frac{d^2 \zeta_1^{(\gamma)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_1^{(\gamma)}}{dt} - f_{\text{ext}}^{(\gamma)} \zeta_1^{(\gamma)} \\ \frac{d^2 \zeta_2^{(\gamma)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_2^{(\gamma)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} - 2f_{13}^{(\gamma)}) \zeta_2^{(\gamma)} \\ \frac{d^2 \zeta_3^{(\gamma)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_3^{(\gamma)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - 3f_{12}^{(\gamma)}) \zeta_3^{(\gamma)} \end{cases} \quad (2.33)$$

Здесь для вертикальных смещений частиц от их положения равновесия: $f_{\text{ext}}^{(Z)} = \beta q/m$, $f_{12}^{(Z)} = F'_{12}/m \equiv F'_{23}/m$, $f_{13}^{(Z)} = F'_{13}/m$, где F'_{12} – первая производная силы взаимодействия F_{12} в точке Δ_0

и F'_{13} – первая производная силы взаимодействия F_{13} в точке $\Delta_{13} = 2\Delta_0$. Для радиальных смещений частиц: $f_{\text{ext}}^{(X)} \equiv f_{\text{ext}}^{(Y)} = \beta q/m$, $f_{12}^{(X)} \equiv f_{12}^{(Y)} = F_{12}/m\Delta_0$, $f_{13}^{(X)} \equiv f_{13}^{(Y)} = F_{13}/2m\Delta_0$. Для систем с кулоновским взаимодействием: $F_{12} = q^2/\Delta_0^2$, $F_{13} = q^2/4\Delta_0^2$, $F'_{12} = -2q^2/\Delta_0^3$, $F'_{13} = -q^2/4\Delta_0^3$.

Рассматриваемая система (2.33) имеет по три характерных частоты в вертикальном и радиальном направлениях, соответственно: $\omega_1^{(\gamma)^2} = f_{\text{ext}}^{(\gamma)}$, $\omega_2^{(\gamma)^2} = f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} - 2f_{13}^{(\gamma)}$, $\omega_3^{(\gamma)^2} = f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - 3f_{12}^{(\gamma)}$. Её решение позволяет получить для спектральной плотности смещений отдельных частиц:

$$G_{\xi_2}^{(\gamma)}(\omega) = \frac{P_1^{(\gamma)}(\omega) + 2P_3^{(\gamma)}(\omega)}{3}, \quad (2.34)$$

$$G_{\xi_1}^{(\gamma)}(\omega) \equiv G_{\xi_3}^{(\gamma)}(\omega) = \frac{2P_1^{(\gamma)}(\omega) + 3P_2^{(\gamma)}(\omega) + P_3^{(\gamma)}(\omega)}{6}, \quad (2.35)$$

где $P_k^{(\gamma)}(\omega)$ – плотность классического осциллятора с частотой $\omega_k^{(\gamma)}$.

Отметим, что спектральная плотность для смещений $\zeta_k^{(\gamma)}$ пропорциональна спектру классического осциллятора $G_{\zeta_k}^{(\gamma)} = D_k P_k^{(\gamma)}$ с соответствующей частотой $\omega_k^{(\gamma)}$, где коэффициент D_k определяется суммарной температурой частиц, входящих в данный коррелятор. Так для $\zeta_1^{(\gamma)}$ величина $D_1 = 3$, для $\zeta_2^{(\gamma)}$ – $D_2 = 2$, а для $\zeta_3^{(\gamma)}$ – $D_3 = 6$.

Четыре частицы

Уравнения баланса сил для вертикальной конфигурации четырех частиц ($N = 4$), см. Рис. 2.1(б), можно записать в виде системы двух уравнений:

$$\begin{cases} \beta q \Delta_1 = 2F_{s_1} \\ \beta q (2\Delta_0 + \Delta_1) = 2F_{s_2} \end{cases}, \quad (2.36)$$

где $\Delta_1 = \Delta_{23}$ – среднее расстояние между двумя центральными частицами, а $\Delta_0 = \Delta_{12} \equiv \Delta_{34}$ – среднее расстояние между двумя частицами на периферии. Здесь $F_{s_1} = F_{23} + F_{24} - F_{12} \equiv F_{23} + F_{13} - F_{34}$, $F_{s_2} = F_{12} + F_{13} + F_{14} \equiv F_{14} + F_{24} + F_{34}$, поскольку цепочка симметрична относительно центра системы. Совместное решение уравнений (2.36) позволяет найти и отношение Δ_1/Δ_0 и величину градиента β электрического поля ловушки. Для систем с кулоновским взаимодействием:

$$F_{14} = \frac{q^2}{(2\Delta_0 + \Delta_1)^2}, \quad F_{23} = \frac{q^2}{\Delta_1^2},$$

$$F_{13} \equiv F_{24} = \frac{q^2}{(\Delta_0 + \Delta_1)^2}, \quad F_{12} \equiv F_{34} = \frac{q^2}{\Delta_0^2}.$$

Исследование динамики четырех частиц в цепочечной структуре сводится к анализу системы уравнений для $i = 1 \div 4$. Для поиска спектральных характеристик выполним замену

переменных: $\varsigma_1^{(\gamma)} = \xi_1^{(\gamma)} + \xi_2^{(\gamma)} + \xi_3^{(\gamma)} + \xi_4^{(\gamma)}$, $\varsigma_2^{(\gamma)} = (\xi_1^{(\gamma)} + \xi_4^{(\gamma)}) - (\xi_2^{(\gamma)} + \xi_3^{(\gamma)})$, $\varsigma_3^{(\gamma)} = \xi_1^{(\gamma)} - \xi_4^{(\gamma)}$, $\varsigma_4^{(\gamma)} = \xi_2^{(\gamma)} - \xi_3^{(\gamma)}$. С учетом указанной замены преобразуем систему уравнений движения для $F_{\text{ran},i}^{(\gamma)} = 0$ к виду

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \varsigma_1^{(\gamma)}}{dt^2} = -\nu \frac{d\varsigma_1^{(\gamma)}}{dt} - f_{\text{ext}}^{(\gamma)} \varsigma_1^{(\gamma)} \\ \frac{d^2 \varsigma_2^{(\gamma)}}{dt^2} = -\nu \frac{d\varsigma_2^{(\gamma)}}{dt} - \left(f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - 2(f_{12}^{(\gamma)} + f_{13}^{(\gamma)}) \right) \varsigma_2^{(\gamma)} \\ \frac{d^2 \varsigma_3^{(\gamma)}}{dt^2} = -\nu \frac{d\varsigma_3^{(\gamma)}}{dt} - \left(f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} - f_{13}^{(\gamma)} - 2f_{14}^{(\gamma)} \right) \varsigma_3^{(\gamma)} + \left(f_{13}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} \right) \varsigma_4^{(\gamma)} \\ \frac{d^2 \varsigma_4^{(\gamma)}}{dt^2} = -\nu \frac{d\varsigma_4^{(\gamma)}}{dt} - \left(f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} - f_{13}^{(\gamma)} - 2f_{23}^{(\gamma)} \right) \varsigma_4^{(\gamma)} + \left(f_{13}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} \right) \varsigma_3^{(\gamma)} \end{array} \right. \quad (2.37)$$

Здесь в случае вертикальных смещений частиц от их положения равновесия: $f_{\text{ext}}^{(\text{Z})} = \beta q/m$, $f_{12}^{(\text{Z})} = F'_{12}/m$, $f_{13}^{(\text{Z})} = F'_{13}/m$, $f_{14}^{(\text{Z})} = F'_{14}/m$, $f_{23}^{(\text{Z})} = F'_{23}/m$, где F' – первая производная соответствующей силы взаимодействия. Для радиальных смещений: $f_{\text{ext}}^{(\text{X})} = \beta q/m$, $f_{12}^{(\text{X})} = F_{12}/m\Delta_0$, $f_{13}^{(\text{X})} = F_{13}/m(\Delta_0 + \Delta_1)$, $f_{14}^{(\text{X})} = F_{14}/m(2\Delta_0 + \Delta_1)$, $f_{23}^{(\text{X})} = F_{23}/m\Delta_1$.

Рассматриваемая система имеет по четыре характерных частоты в вертикальном и радиальном направлениях, соответственно: $\omega_1^{(\gamma)^2} = f_{\text{ext}}^{(\gamma)}$, $\omega_2^{(\gamma)^2} = f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - 2(f_{12}^{(\gamma)} + f_{13}^{(\gamma)})$, $\omega_3^{(\gamma)^2} = f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} - f_{13}^{(\gamma)} - f_{14}^{(\gamma)} - f_{23}^{(\gamma)} - d^{(\gamma)}$, $\omega_4^{(\gamma)^2} = f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} - f_{13}^{(\gamma)} - f_{14}^{(\gamma)} - f_{23}^{(\gamma)} + d^{(\gamma)}$, где $d^{(\gamma)} = \left[\left(f_{23}^{(\gamma)} - f_{14}^{(\gamma)} \right)^2 + \left(f_{12}^{(\gamma)} - f_{13}^{(\gamma)} \right)^2 \right]^{0.5}$. А её решение дает для спектральной плотности смещений частиц:

$$G_{\xi_1}^{(\gamma)} \equiv G_{\xi_4}^{(\gamma)} = \frac{P_1^{(\gamma)} + P_2^{(\gamma)} + A_1^{(\gamma)} P_3^{(\gamma)} + A_2^{(\gamma)} P_4^{(\gamma)}}{4}, \quad (2.38)$$

$$G_{\xi_2}^{(\gamma)} \equiv G_{\xi_3}^{(\gamma)} = \frac{P_1^{(\gamma)} + P_2^{(\gamma)} + A_2^{(\gamma)} P_3^{(\gamma)} + A_1^{(\gamma)} P_4^{(\gamma)}}{4}, \quad (2.39)$$

где $P_k^{(\gamma)}$ – плотность классического осциллятора с частотой $\omega_k^{(\gamma)}$, а $A_1^{(\gamma)} = 1 + (f_{23}^{(\gamma)} - f_{14}^{(\gamma)})/2d^{(\gamma)}$, $A_2^{(\gamma)} = 1 - (f_{23}^{(\gamma)} - f_{14}^{(\gamma)})/2d^{(\gamma)}$.

Спектральные плотности $G_{\varsigma_k}^{(\gamma)}$ для рассматриваемых смещений $\varsigma_k^{(\gamma)}$ ($k = 1 \div 4$) связаны с функциями $P_k^{(\gamma)}$ следующими соотношениями: $G_{\varsigma_k}^{(\gamma)} = 4P_k^{(\gamma)}$ для $k = 1, 2$; а сумма спектральных плотностей $G_{\varsigma_3}^{(\gamma)} + G_{\varsigma_4}^{(\gamma)} = 2(P_3^{(\gamma)} + P_4^{(\gamma)})$.

Пять частиц

Уравнения баланса сил для вертикальной конфигурации пяти частиц ($N = 5$), см. Рис.

2.1(в), можно записать в виде системы двух уравнений:

$$\begin{cases} \beta q \Delta_1 = F_{s_1} \\ \beta q (\Delta_0 + \Delta_1) = F_{s_2} \end{cases} \quad (2.40)$$

где $\Delta_1 = \Delta_{23} \equiv \Delta_{34}$ – среднее расстояние между центральными частицами системы, а $\Delta_0 = \Delta_{12} \equiv \Delta_{45}$ – среднее расстояние между двумя частицами на периферии. Здесь $F_{s_1} = F_{23} + F_{24} + F_{25} - F_{12}$, $F_{s_2} = F_{12} + F_{13} + F_{14} + F_{15}$. Совместное решение уравнений (2.40) позволяет найти равновесные значения Δ_1/Δ_0 и величину градиента β . Для систем с кулоновским взаимодействием:

$$F_{12} \equiv F_{45} = \frac{q^2}{\Delta_0^2}, \quad F_{13} \equiv F_{35} = \frac{q^2}{(\Delta_0 + \Delta_1)^2}, \quad F_{14} \equiv F_{25} = \frac{q^2}{(\Delta_0 + 2\Delta_1)^2},$$

$$F_{15} = \frac{q^2}{(2\Delta_0 + 2\Delta_1)^2}, \quad F_{23} \equiv F_{34} = \frac{q^2}{\Delta_1^2}, \quad F_{24} = \frac{q^2}{4\Delta_1^2}.$$

Исследование динамики системы сводится к анализу системы уравнений для $i = 1 \div 5$. Для поиска спектральных характеристик выполним замену переменных: $\zeta_1^{(\gamma)} = \xi_1^{(\gamma)} + \xi_2^{(\gamma)} + \xi_3^{(\gamma)} + \xi_4^{(\gamma)} + \xi_5^{(\gamma)}$, $\zeta_2^{(\gamma)} = \xi_1^{(\gamma)} - \xi_5^{(\gamma)}$, $\zeta_3^{(\gamma)} = \xi_2^{(\gamma)} - \xi_4^{(\gamma)}$, $\zeta_4^{(\gamma)} = 2\xi_3^{(\gamma)} - (\xi_1^{(\gamma)} + \xi_5^{(\gamma)})$, $\zeta_5^{(\gamma)} = 2\xi_3^{(\gamma)} - (\xi_2^{(\gamma)} + \xi_4^{(\gamma)})$. С учетом указанной замены преобразуем систему уравнений движения при $F_{\text{ran},i}^{(\gamma)} = 0$ к виду

$$\begin{cases} \frac{d^2 \zeta_1^{(\gamma)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_1^{(\gamma)}}{dt} - f_{\text{ext}}^{(\gamma)} \zeta_1^{(\gamma)} \\ \frac{d^2 \zeta_2^{(\gamma)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_2^{(\gamma)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} - f_{13}^{(\gamma)} - f_{14}^{(\gamma)} - 2f_{15}^{(\gamma)}) \zeta_2^{(\gamma)} + (f_{14}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)}) \zeta_3^{(\gamma)} \\ \frac{d^2 \zeta_3^{(\gamma)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_3^{(\gamma)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} - f_{13}^{(\gamma)} - f_{14}^{(\gamma)} - 2f_{24}^{(\gamma)}) \zeta_3^{(\gamma)} + (f_{14}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)}) \zeta_2^{(\gamma)} \\ \frac{d^2 \zeta_4^{(\gamma)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_4^{(\gamma)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} - 3f_{13}^{(\gamma)} - f_{14}^{(\gamma)}) \zeta_4^{(\gamma)} + (2f_{23}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} - f_{14}^{(\gamma)}) \zeta_5^{(\gamma)} \\ \frac{d^2 \zeta_5^{(\gamma)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_5^{(\gamma)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} - 3f_{23}^{(\gamma)} - f_{14}^{(\gamma)}) \zeta_5^{(\gamma)} + (2f_{13}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} - f_{14}^{(\gamma)}) \zeta_4^{(\gamma)} \end{cases} \quad (2.41)$$

В случае вертикальных смещений частиц: $f_{\text{ext}}^{(Z)} = \beta q/m$, $f_{12}^{(Z)} = F'_{12}/m$, $f_{13}^{(Z)} = F'_{13}/m$, $f_{14}^{(Z)} = F'_{14}/m$, $f_{15}^{(Z)} = F'_{15}/m$, $f_{23}^{(Z)} = F'_{23}/m$, $f_{24}^{(Z)} = F'_{24}/m$, где F' – первая производная соответствующей силы взаимодействия. Для радиальных смещений: $f_{\text{ext}}^{(X)} = \beta q/m$, $f_{12}^{(X)} = F_{12}/m\Delta_0$, $f_{13}^{(X)} = F_{13}/m(\Delta_0 + \Delta_1)$, $f_{14}^{(X)} = F_{14}/m(2\Delta_0 + \Delta_1)$, $f_{15}^{(X)} = F_{15}/m(2\Delta_0 + 2\Delta_1)$, $f_{23}^{(X)} = F_{23}/m\Delta_1$, $f_{24}^{(X)} = F_{24}/2m\Delta_1$.

Рассматриваемая система имеет пять характерных частот: $\omega_1^{(\gamma)^2} = f_{\text{ext}}^{(\gamma)}$, $\omega_2^{(\gamma)^2} = c_1^{(\gamma)} + d_1^{(\gamma)}$, $\omega_3^{(\gamma)^2} = c_1^{(\gamma)} - d_1^{(\gamma)}$, $\omega_4^{(\gamma)^2} = c_2^{(\gamma)} - d_2^{(\gamma)}$, $\omega_5^{(\gamma)^2} = c_2^{(\gamma)} + d_2^{(\gamma)}$. Здесь

$$\begin{aligned}
c_1^{(\gamma)} &= f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} - f_{13}^{(\gamma)} - f_{14}^{(\gamma)} - f_{15}^{(\gamma)} - f_{24}^{(\gamma)}, \\
c_2^{(\gamma)} &= f_{\text{ext}}^{(\gamma)} - f_{12}^{(\gamma)} - 1.5f_{13}^{(\gamma)} - f_{14}^{(\gamma)} - 1.5f_{23}^{(\gamma)}, \\
d_1^{(\gamma)} &= \left\{ \left(f_{15}^{(\gamma)} - f_{24}^{(\gamma)} \right)^2 + \left(f_{12}^{(\gamma)} - f_{14}^{(\gamma)} \right)^2 \right\}^{0.5}, \\
d_2^{(\gamma)} &= \left\{ 9 \left(f_{13}^{(\gamma)} - f_{23}^{(\gamma)} \right)^2 / 4 + \left(f_{12}^{(\gamma)} + f_{14}^{(\gamma)} - 2f_{23}^{(\gamma)} \right) \left(f_{12}^{(\gamma)} - 2f_{13}^{(\gamma)} + f_{14}^{(\gamma)} \right) \right\}^{0.5}.
\end{aligned}$$

Спектральные плотности $G_{\zeta_k}^{(\gamma)}$ для рассматриваемых смещений $\zeta_k^{(\gamma)}$ ($k = 1 \div 5$) связаны с функциями $P_k^{(\gamma)}$ следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}
G_{\zeta_1}^{(\gamma)} &= 5P_1^{(\gamma)}, \\
G_{\zeta_2}^{(\gamma)} + G_{\zeta_3}^{(\gamma)} &= 2 \left(P_2^{(\gamma)} + P_3^{(\gamma)} \right), \\
G_{\zeta_4}^{(\gamma)} + G_{\zeta_5}^{(\gamma)} &= 6 \left(C_1^{(\gamma)} P_4^{(\gamma)} + C_2^{(\gamma)} P_5^{(\gamma)} \right),
\end{aligned} \tag{2.42}$$

где $C_1^{(Z)} = 2/3$, $C_2^{(Z)} = 4/3$ для вертикальных смещений частиц и $C_1^{(X)} \equiv C_1^{(Y)} = 4/3$, $C_2^{(X)} \equiv C_2^{(Y)} = 2/3$ для их радиальных смещений.

2.1.6 Спектры колебаний идентичных частиц в малоразмерных квазидвумерных кластерах

Рассмотрим спектральные характеристики для случая трех, четырех, пяти и семи идентичных частиц ($q_i = q$, $m_i = m$, $v_i = v$), взаимодействующих с произвольной симметричной силой $F_{ij} = F_{ji} = F(\Delta_{ij})$ в линейном электрическом поле $E(r, z)$ ловушки с радиальной симметрией в горизонтальной плоскости (см. Рис. 2.2) с радиальными составляющими $E^{(X)} = \alpha x$, $E^{(Y)} = \alpha y$ и вертикальной составляющей $E^{(Z)} = \beta z$. Здесь x , y , z – координаты по соответствующим осям, α и β — величины градиентов электрического поля. Критерии устойчивости таких систем представлены в работе [148]. В силу симметрии задачи относительно центра ловушки в таких системах функции $G_i^{(\gamma)}(\omega) \equiv G^{(\gamma)}(\omega)$ для частиц, которые имеют одинаковое расстояние от центра структуры (т.е. центра ловушки), см. Рис. 2.2.

В радиальной плоскости такие системы являются маргинально неустойчивыми, частицы вращаются относительно центра ловушки [149], т.е. дрейфуют с тепловой скоростью вдоль эквипотенциальных силовых линий внешнего электрического поля, см. пример численного моделирования для $N = 3$ на Рис. 2.3. Данное обстоятельство затрудняет определение тепловых смещений частиц в радиальной плоскости (плоскости XY – плоскости кластера) даже в условиях численного эксперимента. Это, в свою очередь, не всегда позволяет адекватно зафиксировать положение и величину экстремумов спектральной плотности смещений частиц и их характерные частоты. Вращение частиц в радиальной плоскости не оказывает влияния на величину их вертикальных смещений. Поэтому основное внимание в данном подразделе уделено

спектральным характеристикам частиц при их вертикальных смещениях, ортогональных плоскости квазидвумерных кластеров.

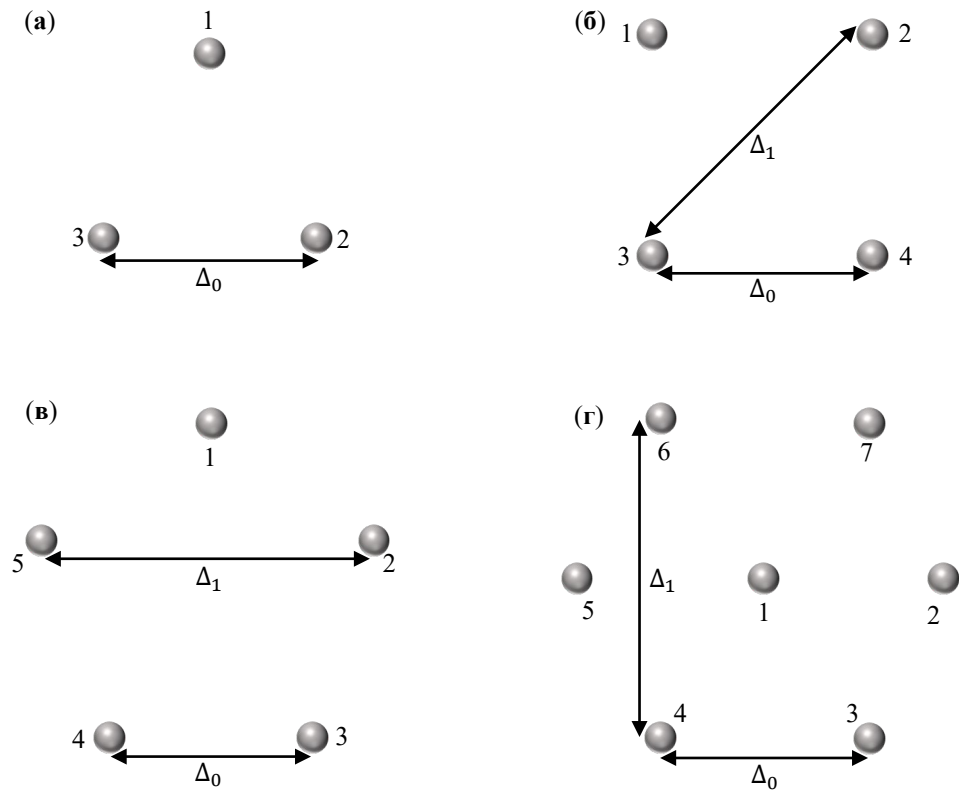


Рис. 2.2. Квазидвумерные конфигурации (а) трех, (б) четырех, (в) пяти и (г) семи заряженных частиц в электрическом поле ловушки с радиальной симметрией в горизонтальной плоскости.

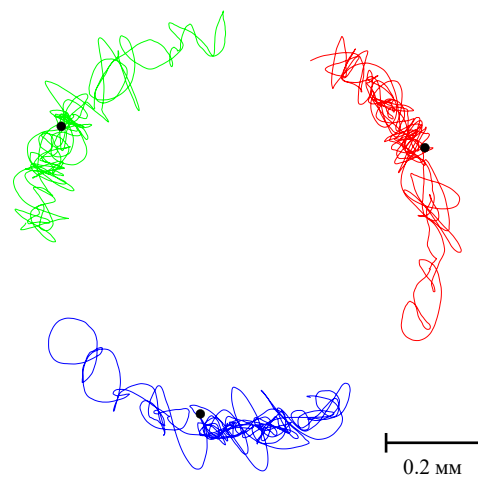


Рис. 2.3. Иллюстрация траекторий для трех частиц в радиальной плоскости ловушки за время 10 с при коэффициенте трения $\nu = 2 \text{ с}^{-1}$ и температуре $T \approx 0.21 \text{ эВ}$.

Три частицы

Обратимся к случаю трех частиц ($N = 3$), см. Рис. 2.2(a). В состоянии равновесия средние расстояния между частицами равны $\Delta_{12} = \Delta_{23} = \Delta_{13} \equiv \Delta_0$, а уравнение баланса сил можно записать в виде

$$\alpha q \Delta_0 = 3F_0, \quad (2.43)$$

где F_0 – сила взаимодействия между частицами ($F_{12} = F_{23} = F_{13} \equiv F_0$). Для систем с кулоновским взаимодействием: $F_0 = q^2 / \Delta_0^2$.

Для поиска спектральных характеристик выполним замену переменных в системе уравнений движения для вертикальных смещений частиц при $F_{\text{ran},i}^{(\gamma)} = 0$: $\zeta_1^{(\gamma)} = \xi_1^{(\gamma)} + \xi_2^{(\gamma)} + \xi_3^{(\gamma)}$, $\zeta_2^{(\gamma)} = \xi_1^{(\gamma)} - \xi_3^{(\gamma)}$, $\zeta_3^{(\gamma)} = 2\xi_2^{(\gamma)} - (\xi_1^{(\gamma)} + \xi_3^{(\gamma)})$. С учетом указанной замены переменных преобразуем систему уравнений к виду

$$\begin{cases} \frac{d^2 \zeta_1^{(Z)}}{dt^2} = -\nu \frac{d\zeta_1^{(Z)}}{dt} - f_{\text{ext}}^{(Z)} \zeta_1^{(Z)} \\ \frac{d^2 \zeta_2^{(Z)}}{dt^2} = -\nu \frac{d\zeta_2^{(Z)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(Z)} - 3f_0^{(Z)}) \zeta_2^{(Z)} \\ \frac{d^2 \zeta_3^{(Z)}}{dt^2} = -\nu \frac{d\zeta_3^{(Z)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(Z)} - 3f_0^{(Z)}) \zeta_3^{(Z)} \end{cases} \quad (2.44)$$

Здесь для вертикальных смещений частиц: $f_{\text{ext}}^{(Z)} = \beta q / m$, $f_0^{(Z)} = F_0 / m \Delta_0$. Таким образом, данная система имеет две характерных частоты в вертикальном направлении: $\omega_1^{(Z)^2} = f_{\text{ext}}^{(Z)}$, $\omega_2^{(Z)^2} = f_{\text{ext}}^{(Z)} - 3f_0^{(Z)} = (\beta - \alpha)q / m$ ($\omega_2^{(Z)} \equiv \omega_3^{(Z)}$).

Решение системы (2.44) позволяет получить для спектральной плотности смещений отдельных частиц $G_i^{(Z)} \equiv G^{(Z)}$ ($i = 1, 2, 3$):

$$G^{(Z)}(\omega) = \frac{P_1^{(Z)}(\omega) + 2P_2^{(Z)}(\omega)}{3}, \quad (2.45)$$

где $P_k^{(Z)}(\omega)$ – плотность классического осциллятора с частотой $\omega_k^{(Z)}$.

Отметим, что спектральная плотность для смещений $\zeta_k^{(Z)}$ пропорциональна спектру классического осциллятора $G_{\zeta_k}^{(Z)} = D_k P_k^{(Z)}$ с соответствующей частотой $\omega_k^{(Z)}$, где коэффициент D_k определяется суммарной температурой частиц, входящих в данный коррелятор. Так для $\zeta_1^{(Z)}$ величина $D_1 = 3$, для $\zeta_2^{(Z)}$ – $D_2 = 2$, а для $\zeta_3^{(Z)}$ – $D_3 = 6$.

Четыре частицы

Уравнения баланса сил для горизонтальной конфигурации четырех частиц (Рис. 2.2(б)) можно записать в виде:

$$\frac{\alpha q}{2} = \frac{F_0}{\Delta_0} + \frac{F_1}{\Delta_1}, \quad (2.46)$$

где Δ_0 – среднее расстояние между двумя соседними периферическими частицами, а $\Delta_1 = \sqrt{2}\Delta_0$ – среднее расстояние между двумя противоположенными частицами, $F_{12} = F_{13} = F_{24} = F_{34} \equiv F_0$, $F_{14} = F_{23} \equiv F_1$. Для систем с кулоновским взаимодействием: $F_0 = q^2/\Delta_0^2$, $F_1 = q^2/\Delta_1^2$.

Для поиска спектральных характеристик выполним замену переменных в системе уравнений для вертикальных смещений частиц при $F_{\text{ran},i}^{(Y)} = 0$: $\zeta_1^{(Y)} = \xi_1^{(Y)} + \xi_2^{(Y)} + \xi_3^{(Y)} + \xi_4^{(Y)}$, $\zeta_2^{(Y)} = (\xi_1^{(Y)} + \xi_4^{(Y)}) - (\xi_2^{(Y)} + \xi_3^{(Y)})$, $\zeta_3^{(Y)} = \xi_1^{(Y)} - \xi_4^{(Y)}$, $\zeta_4^{(Y)} = \xi_2^{(Y)} - \xi_3^{(Y)}$. Откуда получим

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \zeta_1^{(Z)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_1^{(Z)}}{dt} - f_{\text{ext}}^{(Z)} \zeta_1^{(Z)} \\ \frac{d^2 \zeta_2^{(Z)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_2^{(Z)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(Z)} - 4f_0^{(Z)}) \zeta_2^{(Z)} \\ \frac{d^2 \zeta_3^{(Z)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_3^{(Z)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(Z)} - 2f_0^{(Z)} - 2f_1^{(Z)}) \zeta_3^{(Z)} \\ \frac{d^2 \zeta_4^{(Z)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_4^{(Z)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(Z)} - 2f_0^{(Z)} - 2f_1^{(Z)}) \zeta_4^{(Z)} \end{array} \right. \quad (2.47)$$

Здесь $f_{\text{ext}}^{(Z)} = \beta q/m$, $f_0^{(Z)} = F_0/m\Delta_0$, $f_1^{(Z)} = F_1/m\Delta_1$. Рассматриваемая система имеет три характерных частоты в вертикальном направлении: $\omega_1^{(Z)2} = f_{\text{ext}}^{(Z)}$, $\omega_2^{(Z)2} = f_{\text{ext}}^{(Z)} - 4f_0^{(Z)}$, $\omega_3^{(Z)2} = f_{\text{ext}}^{(Z)} - 2f_0^{(Z)} - 2f_1^{(Z)} = (\beta - \alpha)q/m$ ($\omega_3^{(Z)} \equiv \omega_4^{(Z)}$).

Решение системы (2.47) позволяет получить для спектральной плотности смещений отдельных частиц $G_i^{(Z)} \equiv G^{(Z)}$ ($i = 1 \div 4$):

$$G^{(Z)} = \frac{P_1^{(Z)} + P_2^{(Z)} + 2P_3^{(Z)}}{4}, \quad (2.48)$$

где $P_k^{(Z)}$ – плотность классического осциллятора с частотой $\omega_k^{(Z)}$.

Спектральные плотности $G_{\zeta_k}^{(Z)}$ для смещений $\zeta_k^{(Z)}$ равны $G_{\zeta_k}^{(Z)} = D_k P_k^{(Z)}$, где коэффициент D_k : для $\zeta_1^{(Z)}$ и $\zeta_2^{(Z)}$ – $D_{1(2)} = 4$, для $\zeta_3^{(Z)}$ и $\zeta_4^{(Z)}$ – $D_{3(4)} = 2$.

Пять частиц

Уравнение баланса сил для горизонтальной конфигурации пяти частиц (Рис. 2.2(в)) позволяют получить величину αq , используя математические соотношения для правильного пятиугольника и величину сил ($F_0 = F(\Delta_0)$, $F_1 = F(\Delta_1)$), действующих между частицами

$$\frac{\alpha q}{2} \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{10}} = \frac{F_0}{\Delta_0} \cos \theta + \frac{F_1}{\Delta_1} \kappa \sqrt{1 - \frac{\kappa^2}{4}}. \quad (2.49)$$

Здесь Δ_0 – расстояние между двумя ближайшими частицами, $\Delta_1 = 2\Delta_0 \sin \theta$, где $\theta = 3\pi/10$, $\kappa = \Delta_0/\Delta_1$. Для частиц с кулоновским взаимодействием: $F_0 = q^2/\Delta_0^2$, $F_1 = q^2/\Delta_1^2$.

Для поиска спектральных характеристик выполним замену переменных в системе уравнений для вертикальных смещений частиц при $F_{\text{ran},i}^{(y)} = 0$: $\zeta_1^{(y)} = \xi_1^{(y)} + \xi_2^{(y)} + \xi_3^{(y)} + \xi_4^{(y)} + \xi_5^{(y)}$, $\zeta_2^{(y)} = \xi_1^{(y)} - \xi_2^{(y)}$, $\zeta_3^{(y)} = \xi_3^{(y)} - \xi_5^{(y)}$, $\zeta_4^{(y)} = 2\xi_4^{(y)} - (\xi_1^{(y)} + \xi_2^{(y)})$, $\zeta_5^{(y)} = 2\xi_4^{(y)} - (\xi_3^{(y)} + \xi_5^{(y)})$.

Откуда получим

$$\begin{cases} \frac{d^2 \zeta_1^{(z)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_1^{(z)}}{dt} - f_{\text{ext}}^{(z)} \zeta_1^{(z)} \\ \frac{d^2 \zeta_2^{(z)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_2^{(z)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(z)} - 2f_0^{(z)} - 3f_1^{(z)}) \zeta_2^{(z)} + (f_0^{(z)} - f_1^{(z)}) \zeta_3^{(z)} \\ \frac{d^2 \zeta_3^{(z)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_3^{(z)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(z)} - 3f_0^{(z)} - 2f_1^{(z)}) \zeta_3^{(z)} + (f_0^{(z)} - f_1^{(z)}) \zeta_2^{(z)} \\ \frac{d^2 \zeta_4^{(z)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_4^{(z)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(z)} - 3f_0^{(z)} - 2f_1^{(z)}) \zeta_4^{(z)} + (f_0^{(z)} - f_1^{(z)}) \zeta_5^{(z)} \\ \frac{d^2 \zeta_5^{(z)}}{dt^2} = -v \frac{d\zeta_5^{(z)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(z)} - 2f_0^{(z)} - 3f_1^{(z)}) \zeta_5^{(z)} + (f_0^{(z)} - f_1^{(z)}) \zeta_4^{(z)} \end{cases} \quad (2.50)$$

Здесь $f_{\text{ext}}^{(z)} = \beta q/m$, $f_0^{(z)} = F_0/m\Delta_0$, $f_1^{(z)} = F_1/m\Delta_1$. Рассматриваемая система имеет три характерных частоты в вертикальном направлении: $\omega_1^{(z)2} = f_{\text{ext}}^{(z)}$, $\omega_2^{(z)2} = f_{\text{ext}}^{(z)} - 2.5(f_0^{(z)} + f_1^{(z)}) - d$, $\omega_3^{(z)2} = f_{\text{ext}}^{(z)} - 2.5(f_0^{(z)} + f_1^{(z)}) + d$, где $d = \sqrt{5}(f_0^{(z)} - f_1^{(z)})/2$ ($\omega_2^{(z)} \equiv \omega_4^{(z)}$, $\omega_3^{(z)} \equiv \omega_5^{(z)}$).

Решение системы (2.50) дает для спектральной плотности смещений частиц $G_i^{(z)} \equiv G^{(z)}$ ($i = 1 \div 5$):

$$G^{(z)} = \frac{P_1^{(z)} + 2P_2^{(z)} + 2P_3^{(z)}}{5}, \quad (2.51)$$

где $P_k^{(z)}$ – плотность классического осциллятора с частотой $\omega_k^{(z)}$.

Спектральная плотность для смещений $\zeta_1^{(z)}$ равна $G_{\zeta_1}^{(z)} = D_1 P_1^{(z)}$, а для остальных $\zeta_k^{(z)}$ имеют место следующие соотношения: $G_{\zeta_2}^{(z)} + G_{\zeta_3}^{(z)} = D_{2(3)}(P_2^{(z)} + P_3^{(z)})$, $G_4^{(z)} + G_{\zeta_5}^{(z)} = D_{4(5)}(P_2^{(z)} + P_3^{(z)})$, где для $\zeta_1^{(z)} - D_1 = 5$, $\zeta_2^{(z)}$ и $\zeta_3^{(z)} - D_{2(3)} = 2$, $\zeta_4^{(z)}$ и $\zeta_5^{(z)} - D_{4(5)} = 6$.

Семь частиц

Уравнение баланса сил для горизонтальной конфигурации семи частиц (Рис. 2.2(г)) можно записать в виде:

$$\alpha q \Delta_0 = 2F_0 + \sqrt{3}F_1 + F_{\text{II}}. \quad (2.52)$$

Здесь Δ_0 – среднее расстояние между двумя ближайшими частицами, $\Delta_1 = \sqrt{3}\Delta_0$, $F_0 = F(\Delta_0)$, $F_1 = F(\Delta_1)$, $F_{\text{II}} = F(2\Delta_1)$. Для частиц с кулоновским взаимодействием: $F_0 = q^2/\Delta_0^2$, $F_1 = q^2/\Delta_1^2$, $F_{\text{II}} = q^2/4\Delta_0^2$.

Для поиска спектральных характеристик выполним замену переменных в системе уравнений для вертикальных смещений частиц при $F_{\text{ran},i}^{(Y)} = 0$: $\zeta_1^{(Y)} = \sum_{i=1}^7 \xi_i^{(Y)}$, $\zeta_2^{(Y)} = \xi_2^{(Y)} - \xi_4^{(Y)}$, $\zeta_3^{(Y)} = \xi_7^{(Y)} - \xi_5^{(Y)}$, $\zeta_4^{(Y)} = (\xi_3^{(Y)} + \xi_5^{(Y)} + \xi_7^{(Y)}) - (\xi_2^{(Y)} + \xi_4^{(Y)} + \xi_6^{(Y)})$. Откуда получим

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \zeta_1^{(Z)}}{dt^2} = -\nu \frac{d\zeta_1^{(Z)}}{dt} - f_{\text{ext}}^{(Z)} \zeta_1^{(Z)} \\ \frac{d^2 \zeta_2^{(Z)}}{dt^2} = -\nu \frac{d\zeta_2^{(Z)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(Z)} - 3f_0^{(Z)} - 3f_1^{(Z)} - f_{\text{II}}^{(Z)}) \zeta_2^{(Z)} - (f_0^{(Z)} - f_{\text{II}}^{(Z)}) \zeta_3^{(Z)} \\ \frac{d^2 \zeta_3^{(Z)}}{dt^2} = -\nu \frac{d\zeta_3^{(Z)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(Z)} - 3f_0^{(Z)} - 3f_1^{(Z)} - f_{\text{II}}^{(Z)}) \zeta_3^{(Z)} - (f_0^{(Z)} - f_{\text{II}}^{(Z)}) \zeta_2^{(Z)} \\ \frac{d^2 \zeta_4^{(Z)}}{dt^2} = -\nu \frac{d\zeta_4^{(Z)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(Z)} - 5f_0^{(Z)} - 2f_{\text{II}}^{(Z)}) \zeta_4^{(Z)} \\ \frac{d^2 \xi_1^{(Z)}}{dt^2} = -\nu \frac{d\xi_1^{(Z)}}{dt} - (f_{\text{ext}}^{(Z)} - 7f_0^{(Z)}) \xi_1^{(Z)} + f_0^{(Z)} \zeta_1^{(Z)} \end{array} \right. \quad (2.53)$$

Здесь $f_{\text{ext}}^{(Z)} = \beta q/m$, $f_0^{(Z)} = F_0/m\Delta_0$, $f_1^{(Z)} = F_1/m\Delta_1$, $f_{\text{II}}^{(Z)} = F_{\text{II}}/2m\Delta_1$. Рассматриваемая система имеет пять характерных частот в вертикальном направлении: $\omega_1^{(Z)2} = f_{\text{ext}}^{(Z)}$, $\omega_2^{(Z)2} = f_{\text{ext}}^{(Z)} - 2f_0^{(Z)} - 3f_1^{(Z)} - 2f_{\text{II}}^{(Z)}$, $\omega_3^{(Z)2} = f_{\text{ext}}^{(Z)} - 4f_0^{(Z)} - 3f_1^{(Z)}$, $\omega_4^{(Z)2} = f_{\text{ext}}^{(Z)} - 5f_0^{(Z)} - 2f_{\text{II}}^{(Z)}$, $\omega_5^{(Z)2} = f_{\text{ext}}^{(Z)} - 7f_0^{(Z)}$.

Решение системы (2.53) дает для спектральной плотности смещений частиц $G_i^{(Z)} \equiv G^{(Z)}$ ($i = 2 \div 7$) на оболочке кластера:

$$G^{(Z)} = \frac{6P_1^{(Z)} + 14P_2^{(Z)} + 14P_3^{(Z)} + 7P_4^{(Z)} + P_5^{(Z)}}{42}, \quad (2.54)$$

а для центральной частицы кластера:

$$G_1^{(Z)} = \frac{P_1^{(Z)} + 6P_5^{(Z)}}{7}. \quad (2.55)$$

Здесь $P_k^{(Z)}$ – плотность классического осциллятора с частотой $\omega_k^{(Z)}$.

Спектральная плотность для смещений $\zeta_1^{(Z)}$ равна $G_{\zeta_1}^{(Z)} = D_1 P_1^{(Z)}$, для смещений $\zeta_4^{(Z)}$ – $G_{\zeta_4}^{(Z)} = D_4 P_4^{(Z)}$, а для остальных $\zeta_k^{(Z)}$ имеет место следующее соотношение: $G_{\zeta_2}^{(Z)} + G_{\zeta_3}^{(Z)} = D_{2(3)} (P_2^{(Z)} + P_3^{(Z)})$, где для $\zeta_1^{(Z)} - D_1 = 7$, $\zeta_2^{(Z)}$ и $\zeta_3^{(Z)} - D_{2(3)} = 2$, $\zeta_4^{(Z)} - D_4 = 6$.

2.2 Численное моделирование динамики взаимодействующих броуновских частиц в ловушке

Полученные аналитические выражения для распределений спектральных плотностей были проверены на результатах численного моделирования в широком диапазоне параметров.

Численное моделирование стохастических процессов выполнялось методом молекулярной динамики. Техника моделирования подробно описана в работах [1,2,150,151].

Было выполнено численное моделирование динамики вертикальной пары как одинаковых частиц ($m_i = m_0$, $q_i = q_0$, $v_i = v_0$, $T_i^{(\gamma)} = T_0$), так и при варьировании параметров частиц. Частицы находились в поле силы тяжести, скомпенсированном электрическим полем \mathbf{E} линейной ловушки с радиальной симметрией в горизонтальной плоскости с радиальными составляющими $E^{(X)} = \alpha x$, $E^{(Y)} = \alpha y$ и вертикальной составляющей $E^{(Z)} = E_0 + \beta z$. Здесь x, y, z – координаты по соответствующим осям (ось Z направлена антипараллельно силе тяжести), α и β – величины градиентов электрического поля, а значение E_0 определяется балансом сил, действующих в системе. В соответствии с градиентами поля определяются характерные частоты ловушки $\omega_t^{(X)} \equiv \omega_t^{(Y)} = \sqrt{\alpha q_0 / m_0}$ в поперечной плоскости и $\omega_t^{(Z)} = \sqrt{\beta q_0 / m_0}$ в продольной. В случае если i -ая частица имеет m_0 и q_0 , то $f_i^{(\gamma)} = \omega_t^{(\gamma)^2}$. При моделировании пар, цепочек и кластеров частиц использовались параметры $m_0 = 10^{-10}$ г, $q_0 = -0.5\beta\Delta r^3 = -4658e$ (β – вертикальный градиент поля в случае вертикальных пар частиц, $\Delta r = 0.1$ см – среднее расстояние между частицами в паре, e – элементарный электрический заряд), $T_0 = q_0^2 / 150\Delta r \approx 0.21$ эВ, что соответствует получаемой температуре в экспериментах с пылевой плазмой [152,153]. В случае пар использовалось соотношение между градиентами поля $\alpha/\beta = 4$, частоты ловушки составили $\omega_t^{(X)} = 20$ с $^{-1}$ и $\omega_t^{(Z)} = 10$ с $^{-1}$, основной коэффициент трения равнялся 3 с $^{-1}$. Для цепочек соотношение α/β варьировалось от 4 до 36 в зависимости от числа частиц ($N = 2 \div 8$), а коэффициент трения равнялся 2 с $^{-1}$. Для квазидвумерных кластеров использовались следующие параметры: $\alpha/\beta = 1/4$, $\omega_t^{(X)} = 20$ с $^{-1}$, $\omega_t^{(Z)} = 40$ с $^{-1}$, $\nu = 2$ с $^{-1}$.

Для простоты нарушение симметрии взаимодействия в вертикальной паре частиц моделировалось с помощью модифицированного кулоновского взаимодействия:

$$\mathbf{F}_{ji} = \epsilon_i q_i q_j \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^3}, \quad (2.56)$$

где \mathbf{r}_i – это радиус-вектор i -ой частицы, $\epsilon_{1,2} = 1 \mp R$, а R – безразмерный параметр невязимности, характеризующий величину нарушения симметрии взаимодействия между частицами ($R = |\mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{12}| / |\mathbf{F}_{21} - \mathbf{F}_{12}|$) [154,155]. Данный потенциал удобен при моделировании, так как позволяет регулировать невязимность при фиксированных остальных параметрах (в частности, межчастичном расстоянии). Используя (2.56), варьирование R сохраняет такое соотношение между силами взаимодействия, что значение частоты $\omega_1^{(\gamma)}$ (2.27) не зависит от R , то есть $\omega_1^{(\gamma)} \equiv \omega_-^{(\gamma)}$, а равенство производных удельных внешних сил ($f_1^{(\gamma)} = f_2^{(\gamma)}$) сохраняет значение $\omega_2^{(\gamma)} \equiv$

$\omega_+^{(\nu)}$. Таким образом производные удельных сил взаимодействия имеют значения: $f_{ji}^{(X)} = \frac{F_{ji}(\Delta r)}{m_i \Delta r} = \epsilon_i \frac{q_i q_j}{m_i \Delta r^3}$, $f_{ji}^{(Z)} = \frac{F'_{ji}(\Delta r)}{m_i} = -2\epsilon_i \frac{q_i q_j}{m_i \Delta r^3}$; и в случае $R = 0$ и одинаковых частиц для внешних и межчастичных сил получается: $f_{\text{ext}}^{(X)} = 400 \text{ с}^{-2}$, $f_{\text{int}}^{(X)} = 50 \text{ с}^{-2}$, $f_{\text{ext}}^{(Z)} = 100 \text{ с}^{-2}$, $f_{\text{int}}^{(Z)} = -100 \text{ с}^{-2}$.

Также были проведены расчеты с межчастичным взаимодействием, основанным на модели точечного следа, которая часто используется для получения качественного описания распределения электрического поля вокруг частицы микронных размеров, погруженной в анизотропную плазменную среду с ионным дрейфом [139,154,156]. Данное явление проявляется в реальных экспериментах с пылевой плазмой, когда сильное электрическое поле вблизи электрода приводит к дрейфу ионов [157] и микрочастицы оказываются в плазме с ионным потоком. Вследствие высокой подвижности электронов частицы приобретают значительный отрицательный заряд (10^3 – 10^4 элементарных зарядов) и создают за собой возмущенную область (кильватерный ионный след) [76,77]. В модели точечного следа данный эффект закладывается с помощью виртуальной заряженной частицы, жестко привязанной к реальной и воздействующей только на соседнюю реальную частицу, в то время как она не влияет на виртуальную частицу. Таким образом варьируя заряд и расстояние, на котором находится виртуальная частица, мы можем получить различные значения R .

При моделировании шаг интегрирования составлял от $\Delta t = \left(20 \max\left[\omega_t^{(\nu)}; \nu_i\right]\right)^{-1}$ до $\left(80 \max\left[\omega_t^{(\nu)}; \nu_i\right]\right)^{-1}$. Значение отношения $\varrho = \nu/\omega_t^{(\nu)}$ варьировалось от 0.005 до 10. Во всех рассмотренных случаях моделируемые системы являлись устойчивыми. Функции распределения частиц по скоростям соответствовали распределению Максвелла. Вычисления спектральной плотности проводились для траекторий частиц $x(t)$, $y(t)$ и $z(t)$.

Также для имитации реального эксперимента была смоделирована погрешность измерений (случайная), связанная с определением координат пылевых частиц по видеозаписи эксперимента:

$$\hat{\mathbf{r}}_i = \mathbf{r}_i + N(0, p), \quad (2.57)$$

где $N(0, p)$ - нормально распределенная случайная величина с нулевым средним значением и стандартным отклонением $p \approx 10^{-3}$ см ($p/\Delta r \approx 10^{-2}$), который представляет собой обычный размер пикселя в камерах, используемых в реальных экспериментах.

Сопоставление аналитических выражений с результатами моделирования проводится в **разделах 2.3 и 3.2.**

2.3 Влияние параметров системы на спектральные плотности колебаний

2.3.1 Двухчастичная система

Влияние невзаимности

На Рис. 2.4 представлены спектральные плотности колебаний в системе из двух частиц с различной невзаимностью R . Представленные спектральные плотности отнормированы: $\tilde{G}_i^{*(\gamma)} = n^{(\gamma)} \tilde{G}_i^{(\gamma)}$, где $n^{(\gamma)} = (v\omega_t^{(\gamma)})^2 / S^{(\gamma)} = m_0 v \omega_t^{(\gamma)2} / 2T_0$. Обозначение $i = 1$ соответствует нижней частице, испытывающей изменение характера воздействия (эффективное притяжение) с ростом R . В первую очередь отметим, что модель взаимодействия (2.56) дает качественно аналогичные результаты модели точечного следа, см. Рис. 2.4(б) и (в). Рассмотрим общие закономерности: как можно увидеть взаимное расположение пиков, соответствующих частотам $\omega_+^{(\gamma)}$ и $\omega_-^{(\gamma)}$, отличается по осям. Данное различие объясняется уравнением (2.32): в случае $f_{\text{int}}^{(\gamma)} > 0$ пик $\omega_-^{(\gamma)}$ находится ближе к нулю, чем $\omega_+^{(\gamma)}$, что и наблюдается по оси X , и наоборот. Величиной значения $f_{\text{int}}^{(\gamma)}$ определяется расстояние между пиками, и так как $|f_{\text{int}}^{(Z)} / f_{\text{ext}}^{(Z)}| > |f_{\text{int}}^{(X)} / f_{\text{ext}}^{(X)}|$, поэтому пики по оси X расположены ближе, что усложняет визуальное выделение пиков особенно с ростом R .

С ростом невзаимности растут амплитуды колебаний и, соответственно, кинетическая энергия частиц за счет работы невзаимных эффективных межчастичных сил [154,158,159]. В частности для представленных на Рис. 2.4(а) и (б) результатов отношение средней кинетической энергии частиц к задаваемой температуре: $2E_{R=0.2}/T_0 \approx 1.03$, $2E_{R \approx 1}/T_0 \approx 1.6$, $2E_{R=2}/T_0 \approx 3.3$, при этом распределение подкачанной энергии неравномерно по степеням свободы, а также между частицами, например: $2E_{1,R=2}^{(Z)}/T_0 \approx 2.7$, $2E_{2,R=2}^{(Z)}/T_0 \approx 6.1$, что согласуется с предыдущими работами (что находится в соответствии с полученными ранее соотношениями) [156,160–162]. Отметим, что в выражения для спектральной плотности, например, (2.12), (2.22)–(2.24) и (2.29)–(2.30), входят именно температуры тепловых источников (задаваемые температуры), а не кинетические температуры частиц.

Рассмотрим отдельные спектры. Спектральная плотность относительных смещений $\tilde{G}_-^{(\gamma)}$ представляет из себя единственный пик при любых R для используемых в работе моделей взаимодействия, а для модели (2.56) $\tilde{G}_-^{(\gamma)}$ остается неизменной (см. Рис. 2.4(а) и (б)). На спектре $\tilde{G}_+^{(\gamma)}$ с ростом R наблюдается появление и дальнейший рост второго пика, соответствующего $\omega_-^{(\gamma)}$, что является наглядным проявлением невзаимности. Стоит отметить, что различие в производных удельных внешних сил ($f_1^{(\gamma)} \neq f_2^{(\gamma)}$) также может проявляться появлением пика $\omega_-^{(\gamma)}$ в спектре суммы смещений частиц, поэтому одновременное присутствие пика $\omega_-^{(\gamma)}$ в спектре суммы и отсутствие $\omega_+^{(\gamma)}$ в спектре разности, что является критерием $f_1^{(\gamma)} = f_2^{(\gamma)}$ (далее

более подробно рассмотрим влияние внешних сил), представляют из себя достаточное условие наличия невзаимности. Спектры частиц $\tilde{G}_1^{(\gamma)}$ и $\tilde{G}_2^{(\gamma)}$ содержат оба пика, однако изменение их амплитуд происходит нелинейно с ростом R : уменьшение абсолютного значения силы $|\mathbf{F}_{21}|$, с которой верхняя частица действует на нижнюю, до нуля, то есть изменение R от 0 до 1, отражается уменьшением пика $\omega_-^{(\gamma)}$ в спектре нижней частиц до исчезновения, а в спектре верхней наоборот – пик $\omega_-^{(\gamma)}$ приобретает максимальную амплитуду относительно пика $\omega_+^{(\gamma)}$. При дальнейшем росте R происходят обратные процессы, так как \mathbf{F}_{21} меняет знак и далее увеличивает свое абсолютное значение.

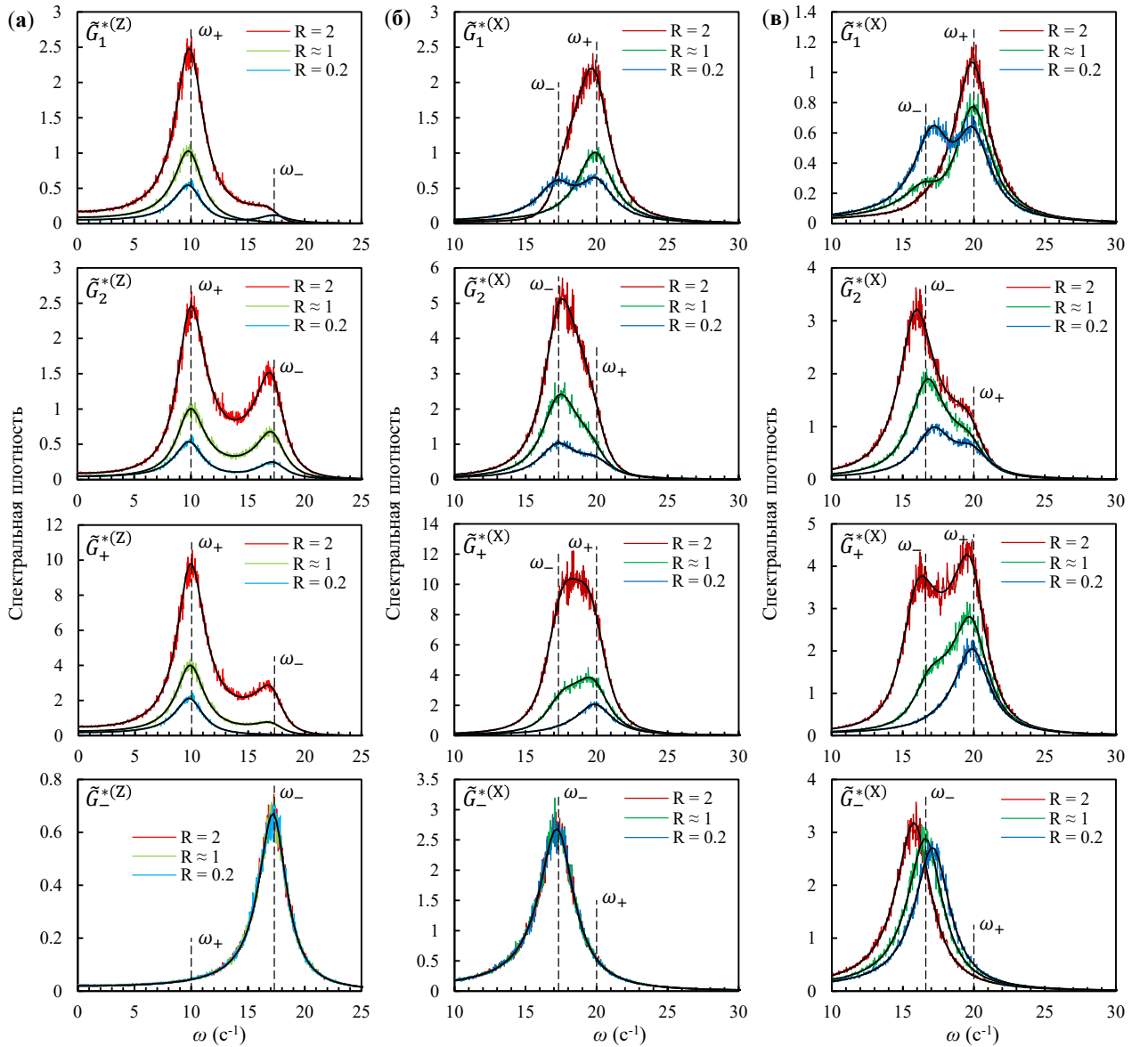


Рис. 2.4. Спектральные плотности $\tilde{G}_n^{*(\gamma)}$ ($n = '1', '2', '+', '-'$) при различных значениях параметра невзаимности R и $\nu = 3 \text{ c}^{-1}$ для двух частиц, взаимодействующих с силой (2.56) (а) в вертикальном направлении $\gamma = Z$ и (б) в горизонтальном $\gamma = X$, а также для пары частиц с ионным фокусом (в) при $\gamma = X$. Черными линиями показаны аналитические решения задачи (2.22)-(2.24), цветными

– результаты численного моделирования, штриховыми – основные частоты $\omega_+^{(\gamma)}$ (2.31) и $\omega_-^{(\gamma)}$ (2.32).

Влияние трения

Проанализируем влияние трения на спектральные плотности колебаний. На Рис. 2.5 представлены спектры для верхней частицы, сумм и разностей смещений в зависимости от $\varrho = \nu / \omega_t^{(\gamma)}$. Как можно увидеть, при $\varrho \ll 1$ спектры представляют из себя ярко выраженные пики, хорошо соответствующие аналитическим значениям (2.31) и (2.32), но при увеличении трения пики смещаются в сторону более низких частот [163]. С увеличением ϱ также наблюдается слияние пиков в единый “горб” при $\nu / \left| f_{\text{int}}^{(\gamma)} / f_{\text{ext}}^{(\gamma)} \right| > 10$, что особенно видно по оси X из-за близкого расположения пиков; дальнейший рост трения приводит к вырождению спектров в максимум в нуле при характерном $\varrho > 1.5$, пример на Рис. 2.5(а) для $\tilde{G}_2^{*(Z)}$, где приведено схематичное изображение при $\varrho = 3$. Таким образом рост величины трения затрудняет анализ спектральных характеристик систем.

Однако с ростом трения, растет значение спектров сумм и разностей, так как в случае слияния пиков на спектрах колебаний частиц, спектры сумм и разностей позволяют разнести пики отдельно, что особенно важно при их близком расположении, и что упрощает анализ, см. Рис. 2.5(б) $\varrho = 0.5$. Аналогичный эффект присутствует и при увеличении R, однако растущий пик $\omega_-^{(\gamma)}$, отвечающий за невзаимность, может ухудшить визуальный анализ спектра $\tilde{G}_+^{*(\gamma)}$, см. Рис. 2.4(б). Также в случае спектров колебаний, близких к вырождению в нуле, спектры суммы или разности могут предоставить информацию об одном из пиков [162,164], например, если $\omega_-^{(\gamma)} > \omega_+^{(\gamma)}$, то спектр разности $\tilde{G}_-^{*(\gamma)}$ сохраняет вид пика, см. Рис. 2.5(а) $\varrho = 1.5$, и наоборот. Влияние данного эффекта тем выраженнее, чем дальше расположены пики друг от друга. Также данное наблюдение работает при небольшой невзаимности, так как в случае с большим R может оказаться, что пик, находящийся дальше от нуля, наиболее выражен на спектре какой-либо из частиц, например, пик $\omega_+^{(X)}$ на спектре $\tilde{G}_1^{*(X)}$ при R = 2, см. Рис. 2.4(б). Таким образом применение сумм и разностей позволяет улучшить результаты анализа спектральных плотностей. Однако так или иначе (рано или поздно) спектры смещений вырождаются в пик в нуле, смотрите вставки на Рис. 2.5(а). В таком случае может помочь анализ распределения спектральных плотностей для скоростей.

Рассмотрим спектральные плотности для скоростей, изображенные на Рис. 2.6, где представлены спектры для некоторых случаев из Рис. 2.5(а). Спектры скоростей отнормированы: $\tilde{G}_{V_i}^{*(\gamma)} = n^{(\gamma)} \tilde{G}_{V_i}^{(\gamma)}$, где $n^{(\gamma)} = \nu^2 / S^{(\gamma)} = m_0 \nu / 2T_0$. Как можно увидеть, при небольшом трении

спектры скоростей похожи на спектры смещений, однако с ростом трения заметно отличие – спектр скорости всегда исходит из нуля. Также в случае, когда спектры смещений уже выродились в максимум в нуле, см. вставку на Рис. 2.5(a) ($q = 3$), спектры суммы и разности скоростей сохраняют форму широкого, но соответствующего своей частоте пика. Таким образом благодаря дополнительному множителю ω^2 согласно (2.7), спектры скоростей дольше сохраняют форму при росте трения, расширяя возможности проводить анализ спектральных характеристик.

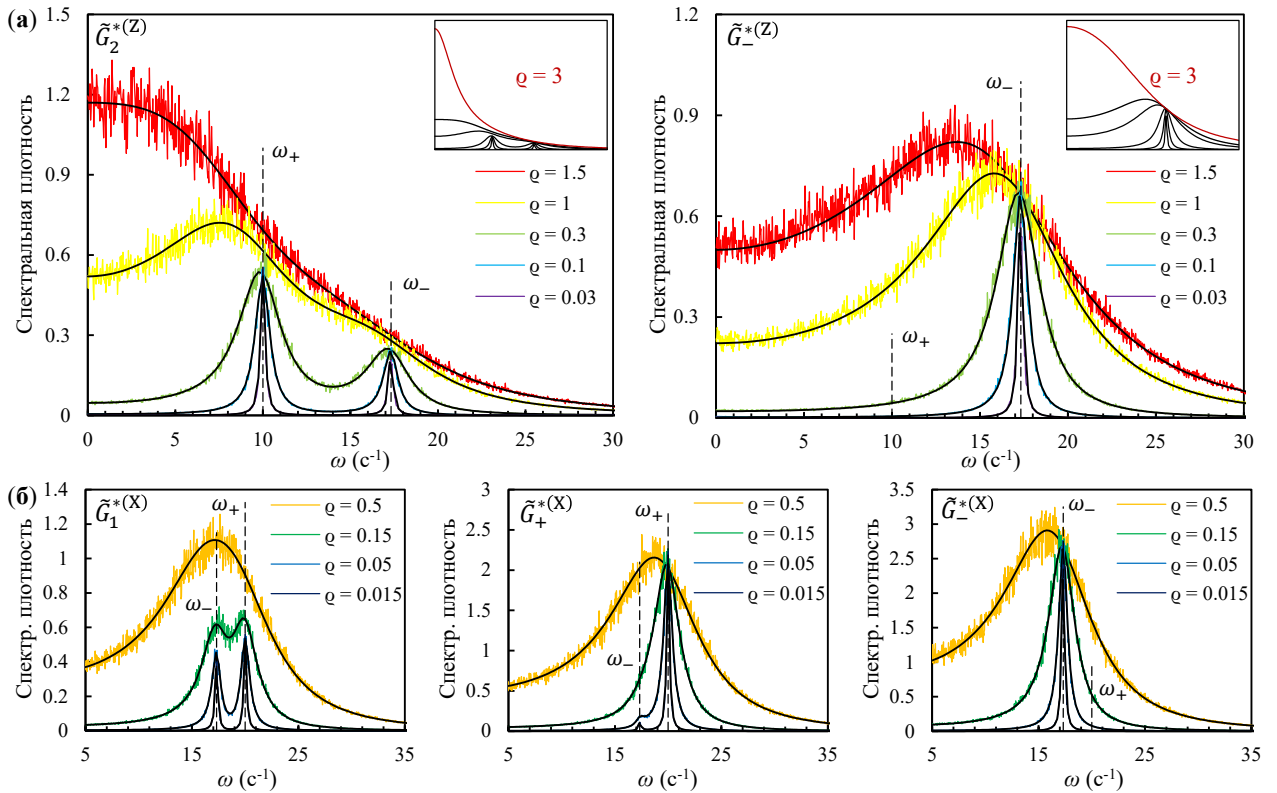


Рис. 2.5. Спектральные плотности $\tilde{G}_n^{*(\gamma)}$ при различных значениях параметра $q = \nu / \omega_t^{(\gamma)}$ и $R = 0.2$ (а) колебаний верхней частицы ($n = '2'$) и относительных смещений частиц ($n = '-'$) в вертикальном направлении $\gamma = Z$, (б) колебаний нижней частицы ($n = '1'$), суммы и разности смещений ($n = '+', '-'$) для $\gamma = X$. Представленные трения: $\nu = 30 \text{ c}^{-1} - q^{(Z)} = 3$; $\nu = 15 \text{ c}^{-1} - q^{(Z)} = 1.5$; $\nu = 10 \text{ c}^{-1} - q^{(Z)} = 1$, $q^{(X)} = 0.5$; $\nu = 3 \text{ c}^{-1} - q^{(Z)} = 0.3$, $q^{(X)} = 0.15$; $\nu = 1 \text{ c}^{-1} - q^{(Z)} = 0.1$, $q^{(X)} = 0.05$; $\nu = 0.3 \text{ c}^{-1} - q^{(Z)} = 0.03$, $q^{(X)} = 0.015$. Черными линиями показаны аналитические решения задачи (2.22)-(2.24), цветными – результаты численного моделирования, штриховыми – основные частоты $\omega_+^{(\gamma)}$ (2.31) и $\omega_-^{(\gamma)}$ (2.32); на (а) также приведены схематичные изображения для $q = 3$.

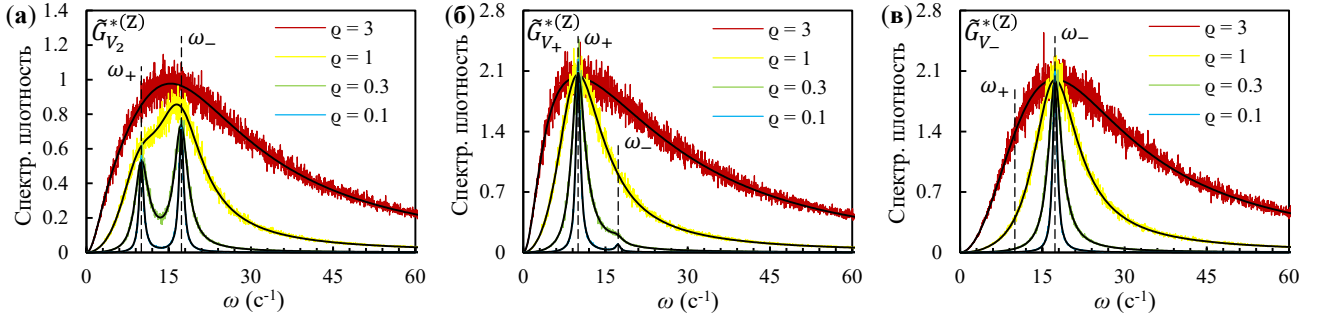


Рис. 2.6. Спектральные плотности $\tilde{G}_{V_n}^{*(Z)}$ при различных значениях параметра $q = v / \omega_t^{(Z)}$ и $R = 0.2$ в вертикальном направлении Z . **(а)** Скорость верхней частицы ($n = '2'$), **(б)** совместная скорость частиц ($n = '+'$), **(в)** относительная скорость ($n = '-'$). Представленные трения: $v = 30 \text{ c}^{-1} - q^{(Z)} = 3$; $v = 10 \text{ c}^{-1} - q^{(Z)} = 1$; $v = 3 \text{ c}^{-1} - q^{(Z)} = 0.3$; $v = 1 \text{ c}^{-1} - q^{(Z)} = 0.1$. Черными линиями показаны аналитические решения задачи (2.22)-(2.24), цветными – результаты численного моделирования, штриховыми – основные частоты $\omega_+^{(Z)}$ (2.31) и $\omega_-^{(Z)}$ (2.32).

Влияние тепловых источников

Перейдем к рассмотрению эффектов, связанных с различием в параметрах частиц. В первую очередь рассмотрим влияние различия в величине тепловых источников ($T_1^{(Y)} \neq T_2^{(Y)}$). Как можно увидеть на Рис. 2.7(а) и (б), амплитуды колебаний частиц незначительно изменились несмотря на то, что величины заданных температур отличаются у частиц в 3 и 9 раз, соответственно. Данное явление объясняется перераспределением энергии между частицами [165–167] внутри одной степени свободы в случае симметричного взаимодействия ($R = 0$): $2(E_1^{(Y)} + E_2^{(Y)}) = T_1^{(Y)} + T_2^{(Y)}$. Примечательно, что несмотря на большее различие температур ($9T_1^{(Y)} = T_2^{(Y)} = T_0$) на Рис. 2.7(б), амплитуды спектральных плотностей колебаний частиц на Рис. 2.7(а) ($3T_1^{(Y)} = T_2^{(Y)} = 3T_0$) значительно различаются между собой, что является отражением различий в кинетической энергии частиц: $E_2^{(Z)} / E_1^{(Z)} \approx 1.3$ и $E_2^{(X)} / E_1^{(X)} \approx 1.8$, соответственно. Данная особенность объясняется эффективностью перераспределения энергии, которая в случае равенства жесткостей для внешних ($f_1^{(Y)} = f_2^{(Y)} = f_{\text{ext}}^{(Y)}$) и межчастичных ($f_{21}^{(Y)} = f_{12}^{(Y)} = f_{\text{int}}^{(Y)}$) сил определяется величиной отношения $|f_{\text{int}}^{(Y)} / f_{\text{ext}}^{(Y)}|$ - условно чем больше величина, тем сильнее перераспределение [165–167], что и наблюдается в нашем случае ($|f_{\text{int}}^{(Z)} / f_{\text{ext}}^{(Z)}| > |f_{\text{int}}^{(X)} / f_{\text{ext}}^{(X)}|$). Отметим, что несмотря на малые различия в амплитудах колебаний частиц на основных частотах на Рис. 2.7(б), значительно отличается форма спектральных плотностей. Спектры же сумм и разностей сохраняют свою форму, меняя только амплитуду пропорционально значению $S_1^{(Y)} + S_2^{(Y)}$ согласно формуле (2.30), см. Рис. 2.7(в).

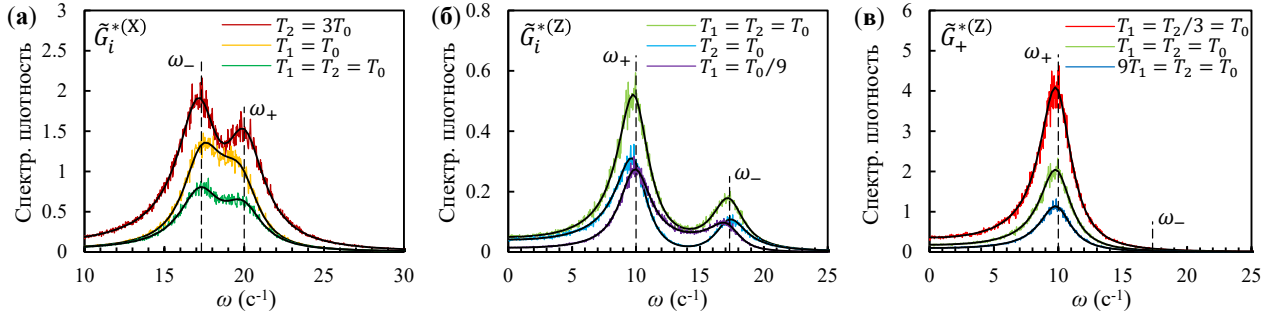


Рис. 2.7. Спектральные плотности $\tilde{G}_i^{*(\gamma)}$ ($i = '1', '2'$) и $\tilde{G}_+^{*(\gamma)}$ для частиц, имеющих различные заданные температуры ($T_1^{(\gamma)} \neq T_2^{(\gamma)}$), при $R = 0$, $\nu = 3 \text{ c}^{-1}$, также для сравнения приведены $\tilde{G}_1^{*(\gamma)} \equiv \tilde{G}_2^{*(\gamma)}$ и $\tilde{G}_+^{*(\gamma)}$ при $T_1^{(\gamma)} = T_2^{(\gamma)} = T_0$. **(а)** $T_1^{(\gamma)} = T_0$, $T_2^{(\gamma)} = 3T_0$, $\gamma = X$; **(б)** $T_1^{(\gamma)} = T_0/9$, $T_2^{(\gamma)} = T_0$, $\gamma = Z$; **(в)** приведенные соотношения температур в случае суммы смещений частиц при $\gamma = X$. Черными линиями показаны аналитические решения задачи (2.22) и (2.23), цветными – результаты численного моделирования, штриховыми – основные частоты $\omega_+^{(\gamma)}$ (2.31) и $\omega_-^{(\gamma)}$ (2.32).

Неидентичные частицы

Рассмотрим влияние разных коэффициентов трения у частиц ($\nu_1 \neq \nu_2$) на спектры колебаний в сравнении со случаем равенства трений, см. Рис. 2.8. Как видно, влияние схоже с общим изменением трения, когда с ростом пики сливаются в один и в дальнейшем вырождаются в максимум в нуле, см. Рис. 2.8(а), а с уменьшением проявляются выраженные пики, см. Рис. 2.8(б). Отметим, что изменения наиболее выражены в спектре измененной частицы: в случае Рис. 2.8(а) у первой частицы выделяется единый горб, а у второй уже присутствует только максимум в нуле, для случая на Рис. 2.8(б) изменения выражаются в большем утончении отдельных пиков при увеличении их амплитуд у спектра первой частицы. При этом спектры суммы и разности смещений частиц претерпевают незначительные изменения: наблюдается утолщения пиков с уменьшением их амплитуды с ростом трения, и наоборот.

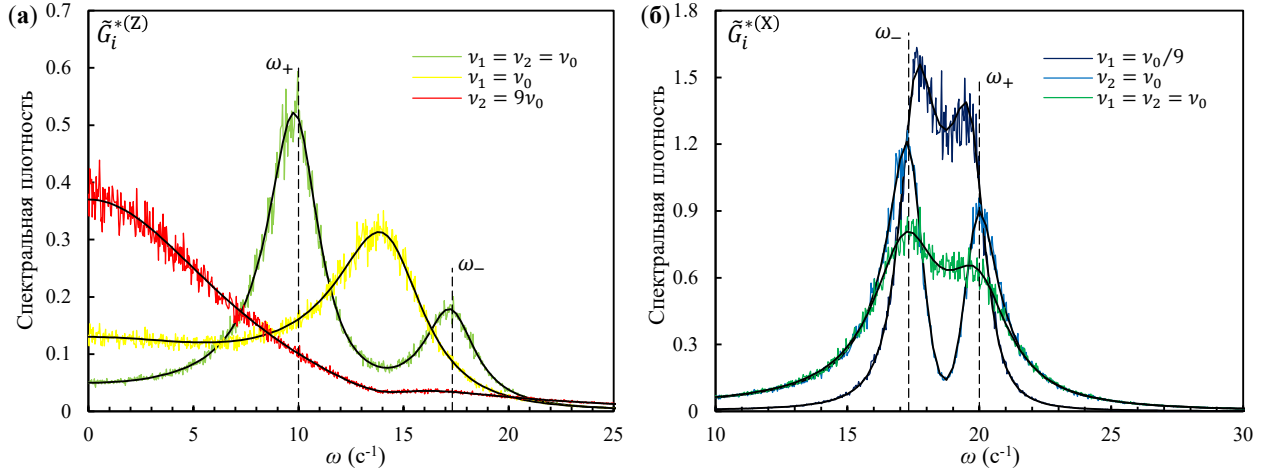


Рис. 2.8. Спектральные плотности $\tilde{G}_i^{*(\gamma)}$ ($i = '1', '2'$) для частиц, имеющих различные коэффициенты трения ($v_1 \neq v_2$), при $R = 0$, $v_0 = 3 \text{ c}^{-1}$, также для сравнения приведены $\tilde{G}_1^{*(\gamma)} \equiv \tilde{G}_2^{*(\gamma)}$ при $v_1 = v_2 = v_0$. **(а)** $v_1 = v_0$, $v_2 = 9v_0$, $\gamma = Z$; **(б)** $v_1 = v_0$, $v_2 = v_0/9$, $\gamma = X$. Черными линиями показаны аналитические решения задачи (2.22), цветными – результаты численного моделирования, штриховыми – основные частоты $\omega_+^{(\gamma)}$ (2.31) и $\omega_-^{(\gamma)}$ (2.32).

Теперь рассмотрим влияние разного размера частиц ($a_1 \neq a_2$), и соответствующего различия остальных параметров частиц, то есть массы, заряда и коэффициентов трения ($m_i \sim a_i^3$, $q_i \sim a_i$, $v_i \sim 1/a_i$) на спектральные плотности колебаний, см. Рис. 2.9. Данные изменения влияют на значения производных действующих на частицы сил ($a_1 = 4a_2 = 4a_0$): $f_1^{(Z)} = f_2^{(Z)}/16 = f_{\text{ext}}^{(Z)}/16$, $f_{21}^{(Z)} = f_{\text{int}}^{(Z)}/40$, $f_{12}^{(Z)} = 1.6f_{\text{int}}^{(Z)}$. Новые значения производных приводят к изменению основных частот $\omega_{1(2)}^{(\gamma)}$ в соответствии с (2.27), что видно на Рис. 2.9, где частоты сместились ближе к нулю, в отличие от случая одинаковых частиц, для которых $\omega_1^{(\gamma)} \equiv \omega_-^{(\gamma)}$ и $\omega_2^{(\gamma)} \equiv \omega_+^{(\gamma)}$. Помимо изменения частот системы наблюдаются изменения соответствующих амплитуд. Сначала отметим, что различие в производных удельных сил взаимодействия ($f_{21}^{(\gamma)} \neq f_{12}^{(\gamma)}$) при равенстве $f_1^{(\gamma)} = f_2^{(\gamma)}$ приводит к тому, что пики $\omega_+^{(\gamma)}$ на спектрах колебаний частиц имеют одинаковые формы и амплитуды, что видно на Рис. 2.4, при этом у пика, соответствующего $\omega_-^{(\gamma)}$ i -ой частицы, при $|f_{ji}^{(\gamma)}/f_{ij}^{(\gamma)}| < 1$ уменьшается относительная величина до зрительной неопределенности при снижении $|f_{ji}^{(\gamma)}/f_{ij}^{(\gamma)}|$, при этом у j -ой частицы сохраняются оба пика, что видно на Рис. 2.4 для случая $R \approx 1$, а изменения спектров сумм и разностей аналогичны таковым при варьировании R , обсуждаемым выше. Различие в производных удельных внешних сил ($f_1^{(\gamma)} \neq f_2^{(\gamma)}$) при фиксированных $f_{ji}^{(\gamma)}$ приводит к тому, что с ростом $f_i^{(\gamma)}/f_j^{(\gamma)} > 1$ у i -ой частицы уменьшается ближний к нулю пик до зрительной неопределенности, а у j -ой уменьшается

дальний от нуля пик, при этом на спектрах суммы и разности смещений происходит появление второго пика $\omega_-^{(\gamma)}$ и $\omega_+^{(\gamma)}$, соответственно. Таким образом, учитывая $f_2^{(Z)}/f_1^{(Z)} = 16$ и $f_{12}^{(Z)}/f_{21}^{(Z)} = 64$ для Рис. 2.9, обозначенные выше эффекты приводят к спектрам колебаний частиц на Рис. 2.9(а), где на спектре нижней частицы ($i = 1$) остался только ближний к нулю пик, на спектре верхней частицы ($i = 2$) присутствуют оба пика. На спектре относительных смещений частиц появился второй пик, что является проявлением имеющегося неравенства в производных удельных внешних сил, Рис. 2.9(б).

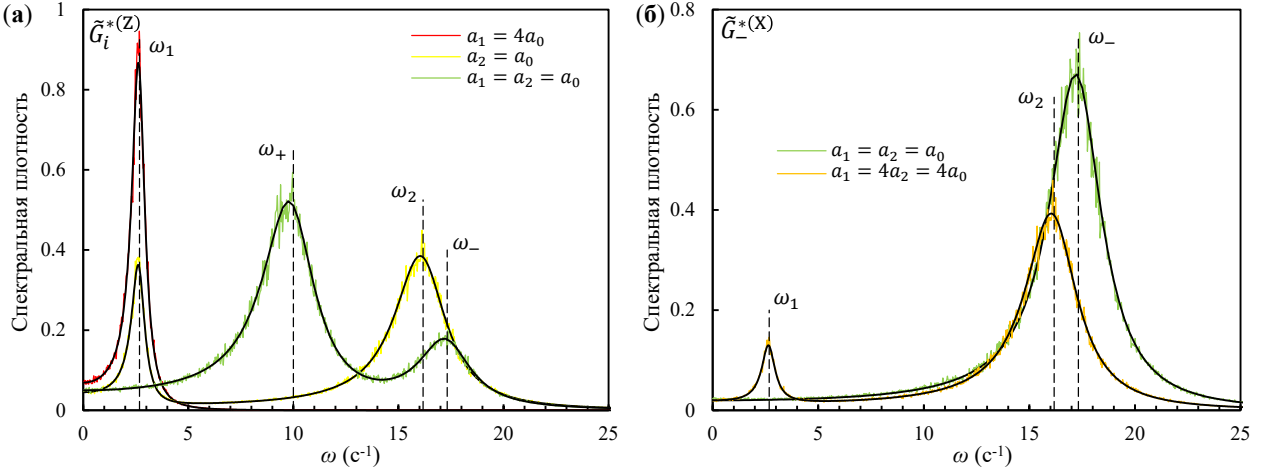


Рис. 2.9. Спектральные плотности (а) $\tilde{G}_i^{*(Z)}$ ($i = '1', '2'$) и (б) $\tilde{G}_-^{*(Z)}$ для частиц, имеющих различные размеры ($a_1 = 4a_2 = 4a_0$) с соответствующим изменением остальных параметров ($m_1 = 64m_2 = 64m_0$, $q_1 = 4q_2 = 4q_0$, $4v_1 = v_2 = v_0$) при $R = 0$, $\alpha/\beta = 4$, $\omega_{t_0}^{(X)} = 20 c^{-1}$, $\omega_{t_0}^{(Z)} = 10 c^{-1}$, $v_0 = 3 c^{-1}$, также для сравнения приведены $\tilde{G}_1^{*(\gamma)} \equiv \tilde{G}_2^{*(\gamma)}$ и $\tilde{G}_-^{*(Z)}$ при $a_1 = a_2 = a_0$. Черными линиями показаны аналитические решения задачи (2.22) и (2.24), цветными – результаты численного моделирования, штриховыми – основные частоты $\omega_+^{(\gamma)}$ (2.31) и $\omega_-^{(\gamma)}$ (2.32), $\omega_1^{(\gamma)}$ и $\omega_2^{(\gamma)}$ (2.27).

Влияние колебаний заряда частиц

Рассмотрим эффекты, связанные с колебаниями заряда частиц. Согласно работе [91] можно пренебречь зависимостью заряда каждой из частиц от высоты над нижним электродом, хотя значение заряда может колебаться из-за тепловых смещений обеих частиц. Учтем влияние кильватерного ионного следа, образующегося за верхней частицей, исходя из этого заряд нижней частицы q_1 является функцией положения нижней частицы относительно верхней:

$$q_1 = \langle q_1 \rangle \left[1 + \left(\xi_2^{(\gamma)} - \xi_1^{(\gamma)} \right) q'_1 \right], \quad (2.58)$$

где q'_1 – градиент заряда, нормированный на равновесный заряд $\langle q_1 \rangle$. В этом случае в уравнении движения следует заменить производную на эффективную производную

$$f_{21,\text{eff}}^{(\gamma)} = f_{21}^{(\gamma)} - q'_1 \frac{\langle F_{\text{ext},1}^{(\gamma)} \rangle}{M}, \quad (2.59)$$

где движение верхней частицы по-прежнему описывается уравнением без изменений, а производная $f_{21}^{(\gamma)}$ теперь включают дополнительное слагаемое, зависящее от q'_1 . Так как $\langle F_{\text{ext},1}^{(X)} \rangle = 0$, уравнение (2.59) актуально только для перемещений частиц вдоль оси Z. По мере приближения нижней частицы к потенциальному максимуму кильватерного поля, создаваемого верхней частицей, абсолютная величина отрицательного заряда q_1 будет уменьшаться. Введем параметр $d^* = d/\Delta$, где d – расстояние от частицы до максимума потенциала, создаваемого ее кильватерным полем. Для $d^* < 1$ имеем $q'_1 > 0$, а если $d^* > 1$ то $q'_1 < 0$.

Следует обратить внимание, что в случае наличие зависимости заряда от относительного положения частиц при условиях, соответствующих применимости формулы ((1.10), сила ионного увлечение также будет оказывать влияние на эффективную производную $f_{21,\text{eff}}^{(Z)}$, так как заряд частицы прямо входит в выражение (1.10), то есть появится еще один дополнительный член в формуле (2.59). Однако в остальных случаях сила ионного увлечения будет участвовать только в балансе сил, определяющим вертикальное положение частиц, но не будет оказывать прямого влияния на спектральную плотность колебаний.

На Рис. 2.10 представлено сравнение спектральных плотностей колебаний в вертикальном направлении при различных значениях q'_1 , поскольку спектры в горизонтальном направлении остаются неизменными. В исходной системе уравнений (2.1), описывающей движения частиц, не была введена сила гравитации, поскольку в спектральной плотности она проявляется только линией в нуле, однако в данном случае учет гравитации необходим, так как входящее в выражение (2.59) значение внешней силы складывается из баланса действующих сил. Колебания заряда приводят к изменению значения производной $f_{21,\text{eff}}^{(Z)}$ в соответствии с формулой (2.59), что в свою очередь приводит к изменению спектров. Как видно из рисунка, меняется частота пика $\omega_-^{(Z)}$, при сохранении положения $\omega_+^{(Z)}$. Также наблюдается увеличение амплитуды колебаний, выражающееся в повышении средней кинетической энергии частиц в вертикальном направлении (до 60% в случае $q'_1 = -0.1$) за счет эффективных невзаимных межчастичных сил. Отметим, что достаточно небольших колебаний заряда для значительного изменения значения производной, например, для случаев, представленных на Рис. 2.10: $f_{21,\text{eff}}^{(Z)}/f_{21}^{(Z)} \approx 2$ при колебаниях заряда $\pm 0.04\%$ ($q'_1 = 0.1 \text{ см}^{-1}$), $f_{21,\text{eff}}^{(Z)}/f_{21}^{(Z)} \approx 6$ при $\pm 0.15\%$ ($q'_1 = 0.5 \text{ см}^{-1}$), также в случае $q'_1 < 0$ производная может поменять знак, например, достаточно колебаний $\pm 0.06\%$ ($q'_1 = -0.1 \text{ см}^{-1}$) для зануления производной $f_{21,\text{eff}}^{(Z)} \approx 0$.

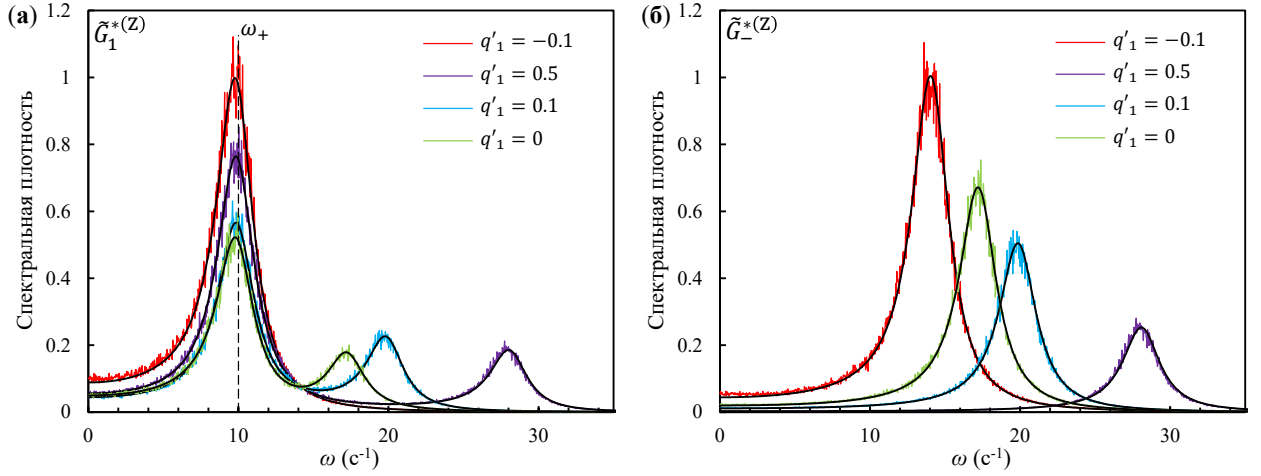


Рис. 2.10. Спектральные плотности (а) $\tilde{G}_1^{*(Z)}$ и (б) $\tilde{G}_-^{*(Z)}$ для пары частиц, где нижняя частица имеет зависимость заряда от относительного положения, при $R = 0$ и $\nu = 3 \text{ с}^{-1}$ в вертикальном направлении, представлены случаи (см. выражение (2.58)): $q'_1 = -0.1, 0, 0.1$ и 0.5 см^{-1} . Черными линиями показаны аналитические решения задачи (2.22) и (2.24), цветными – результаты численного моделирования, штриховой – основная частота $\omega_+^{(Y)}$ (2.31)

2.3.2 Система нескольких частиц

Для демонстрации полученных выражений рассмотрим спектральные плотности колебаний частиц для цепочечных структур идентичных частиц, взаимодействующих с кулоновским потенциалом в линейном электрическом поле ловушки с радиальной симметрией в горизонтальной плоскости. Система частиц является симметричной относительно центра ловушки, поэтому $G_i^{(Y)} = G_j^{(Y)}$ для i и j частиц, находящихся на равном удалении от центра, см. Рис. 2.1.

Рассмотрим представленные на Рис. 2.11 спектральные плотности колебаний частиц в поперечной плоскости для цепочечных структур, состоящих из 2, 4 и 6 частиц. Представленные спектральные плотности отнормированы: $\tilde{G}_i^{*(Y)} = n^{(Y)} \tilde{G}_i^{(Y)}$, где $n^{(Y)} = (\nu \omega_t^{(Y)})^2 / S^{(Y)}$. Как можно увидеть, спектры представляют из себя ярко выраженные пики, их количество соответствует количеству взаимодействующих частиц. Полученные характерные частоты систем соответствуют полученным ранее выражениям.

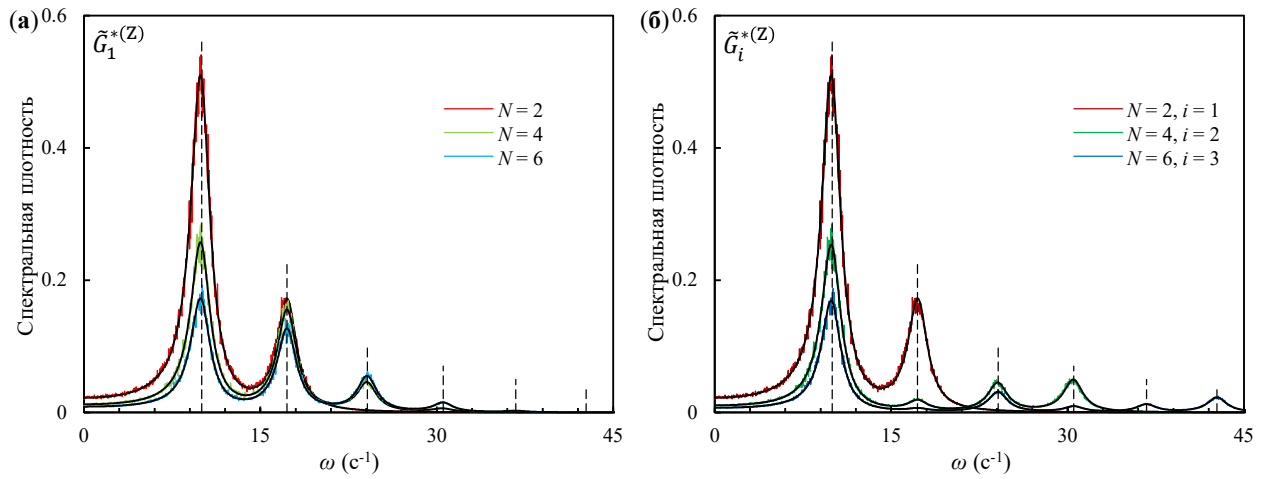


Рис. 2.11. Спектральные плотности $\tilde{G}_i^{*(Z)}$ систем с $N = 2, 4$ и 6 (а) для крайних ($i = 1$) и (б) центральных частиц ($i = 1, 2$ и 3 , соответственно) при $\omega_t^{(Z)} = 10 \text{ c}^{-1}$ и $\nu = 2 \text{ c}^{-1}$. Черными линиями показаны аналитические решения задачи, цветными – результаты численного моделирования, штриховыми – основные частоты.

Однако с ростом отношения ν / ω_t наблюдается слияние отдельных максимумов в единый “горб”, см. Рис. 2.12. Дальнейшее увеличение приводит к вырождению спектра в максимум в нуле при характерном $\nu / \omega_t > 1$. Таким образом рост величины трения затрудняет анализ спектральных характеристик систем. Следует также отметить, что при $\nu / \omega_t \ll 1$ пики спектральных плотностей хорошо соответствуют аналитическим значениям, но при увеличении отношения пики смещаются в сторону более низких частот.

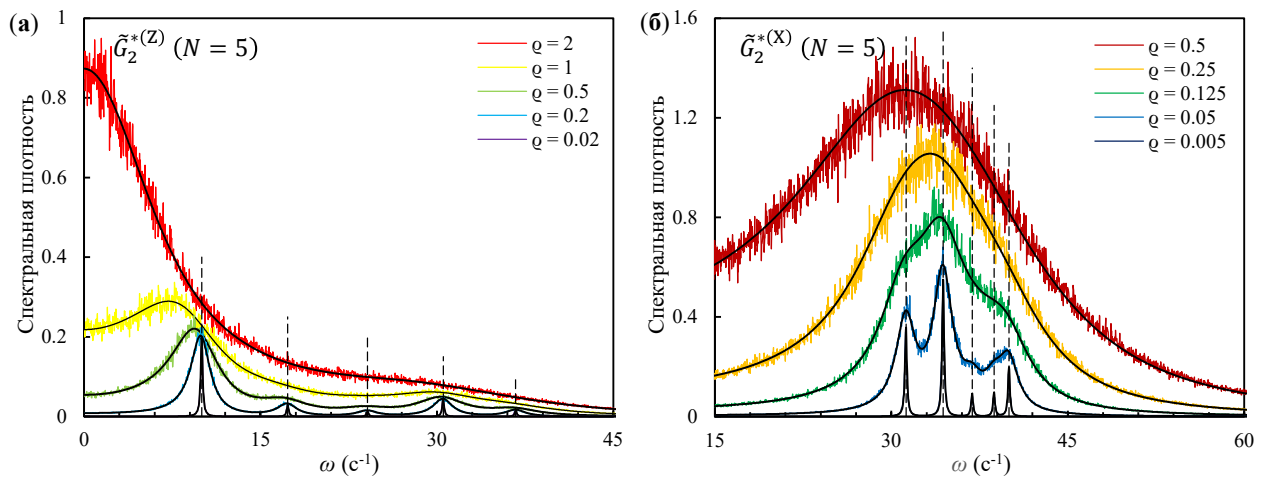


Рис. 2.12. Спектральные плотности $\tilde{G}_2^{*(\gamma)}$ системы пяти частиц при $\alpha/\beta = 16$, $\omega_t^{(X)} = 40 \text{ c}^{-1}$, $\omega_t^{(Z)} = 10 \text{ c}^{-1}$, ν от 0.2 до 20 c^{-1} и (а) $\gamma = Z$ или (б) $\gamma = X$. Представленные трения: $\nu = 20 \text{ c}^{-1}$ – $q^{(Z)} = 2$, $q^{(X)} = 0.5$; $\nu = 10 \text{ c}^{-1}$ – $q^{(Z)} = 1$, $q^{(X)} = 0.25$; $\nu = 5 \text{ c}^{-1}$ – $q^{(Z)} = 0.5$, $q^{(X)} = 0.125$; $\nu = 2 \text{ c}^{-1}$ – $q^{(Z)} = 0.2$, $q^{(X)} = 0.05$; $\nu = 0.2 \text{ c}^{-1}$ – $q^{(Z)} = 0.02$, $q^{(X)} = 0.005$. Черными линиями показаны

аналитические решения задачи, цветными – результаты численного моделирования, штриховыми – основные частоты.

На Рис. 2.13 представлен пример полученных результатов для системы трех частиц, для сравнения на одном рисунке приведены спектральные плотности колебаний первой и второй частицы отдельно по осям. Как видно, в отличие от спектров в поперечной плоскости, где амплитуды колебаний по характерным частотам сильно отличаются у разных частиц, в колебаниях в продольном направлении присутствует доминирующий пик на наименьшей характерной частоте. На Рис. 2.14 также для данной системы частиц приведены спектры комбинаций смещений $\tilde{G}_{\zeta_i}^{*(\xi)}$, представляющие из себя одиночные пики на основных частотах системы.

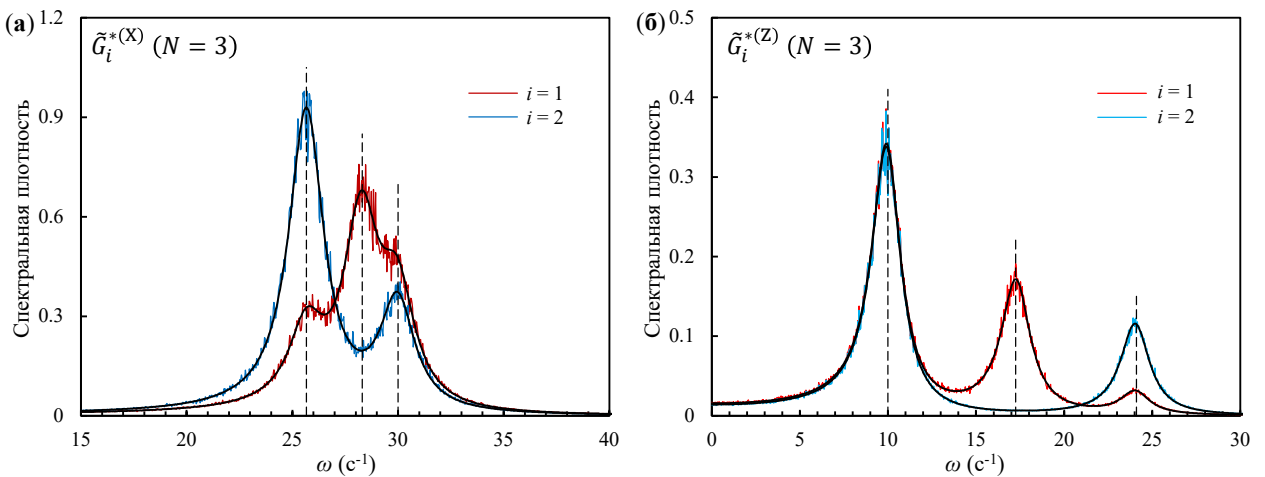


Рис. 2.13. Спектральные плотности $\tilde{G}_i^{*(\gamma)}$ для системы трех частиц при $\alpha/\beta = 9$, $\omega_t^{(X)} = 30 \text{ c}^{-1}$, $\omega_t^{(Z)} = 10 \text{ c}^{-1}$, $\nu = 2 \text{ c}^{-1}$ и (а) $\gamma = X$ или (б) $\gamma = Z$ для крайней ($i = 1$) и центральной частиц ($i = 2$). Черными линиями показаны аналитические решения задачи, штриховыми – результаты численного моделирования, штриховыми – основные частоты.

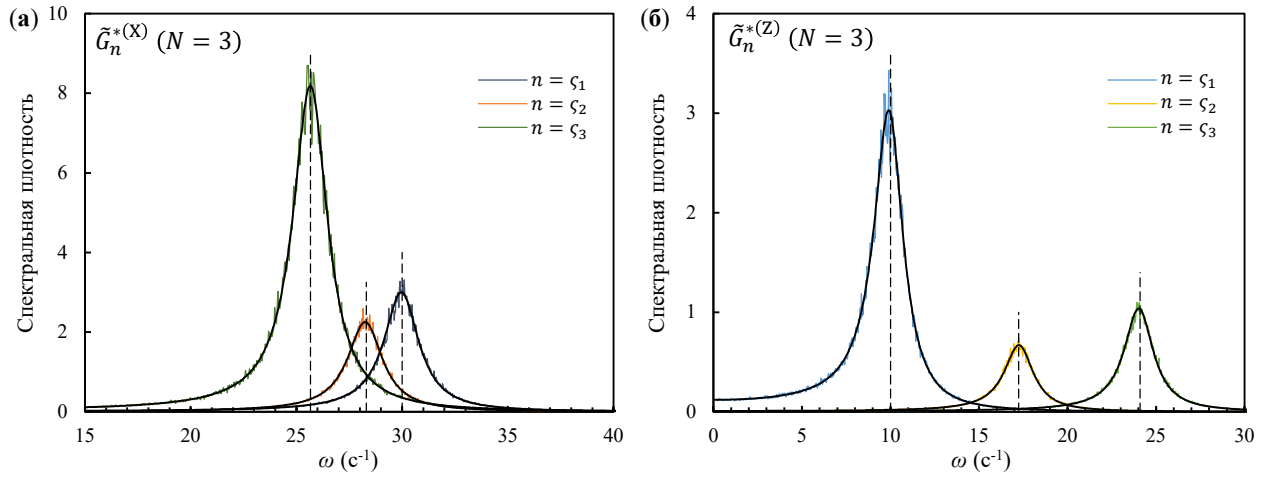


Рис. 2.14. Спектральные плотности $\tilde{G}_{\zeta_i}^{*(\gamma)}$ для системы трех частиц при $\alpha/\beta = 9$, $\omega_t^{(X)} = 30 \text{ c}^{-1}$, $\omega_t^{(Z)} = 10 \text{ c}^{-1}$, $\nu = 2 \text{ c}^{-1}$ и (а) $\gamma = X$ или (б) $\gamma = Z$. Черными линиями показаны аналитические решения задачи, цветными – результаты численного моделирования, штриховыми – основные частоты.

Аналогично были проверены аналитические выражения на системах с несимметричным взаимодействием, когда наблюдается формальное невыполнение третьего закона Ньютона $\mathbf{F}_{ij} \neq -\mathbf{F}_{ji}$. При моделировании данный эффект закладывался с помощью виртуальной заряженной частицы, жестко привязанной к каждой реальной частице и воздействующей только на соседние реальные частицы, в то время как они не влияют на виртуальные частицы, см. Рис. 2.15(а). Пример полученных спектральных плотностей в случае системы пяти частиц, взаимодействующих с нарушением симметрии, представлен на Рис. 2.15(б) и (в). При моделировании ионный фокус находился на расстоянии $d \approx 0.3\Delta$ (Δ – среднее расстояние между частицами) по оси Z и имел положительный заряд $q^* = |0.1q|$. При данных параметрах наблюдался параметр невзаимности $R = |\mathbf{F}_{ij} + \mathbf{F}_{ji}|/|\mathbf{F}_{ij} - \mathbf{F}_{ji}| \approx 0.085$ при взаимодействии ближайших соседей ($j = i \pm 1$). Для сравнения на рисунках представлены аналитические выражения в случае взаимного потенциала. Заметно сильное различие в характерных частотах колебаний частиц при симметричном и асимметричном взаимодействии, а также в амплитудах у симметрично расположенных относительно центра частиц (первая и пятая, вторая и четвертая), что демонстрирует значительное влияние нарушения симметрии взаимодействия на форму спектров. Описанные различия также проявляются на спектрах относительных смещений частиц $G_{\eta_i}^{(X)}$ ($i \neq N$), см. Рис. 2.16.

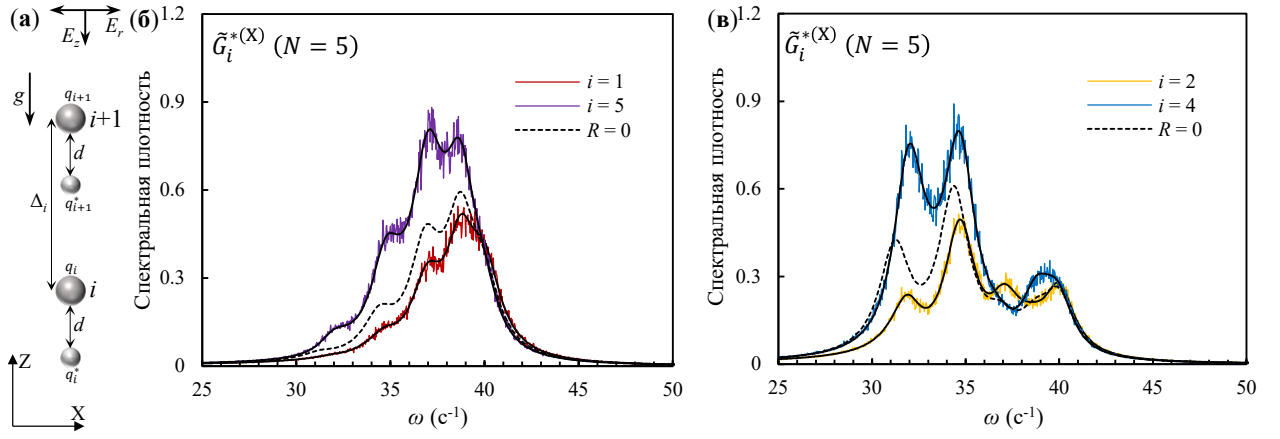


Рис. 2.15. (а) Иллюстрация процедуры моделирования вертикальной цепочки частиц с ионными фокусами в электрическом поле ловушки. Спектральные плотности $\tilde{G}_i^{*(X)}$ системы пяти частиц при $\alpha/\beta = 16$, $\omega_t^{(X)} = 40 \text{ c}^{-1}$, $\omega_t^{(Z)} = 10 \text{ c}^{-1}$ и $\nu = 2 \text{ c}^{-1}$ (б) для крайних ($i = 1$ и 5) и (в) частиц с $i = 2$ и 4 . Черными линиями показаны аналитические решения задачи, цветными – результаты численного моделирования, пунктирными – аналитические решения в случае симметричного взаимодействия.

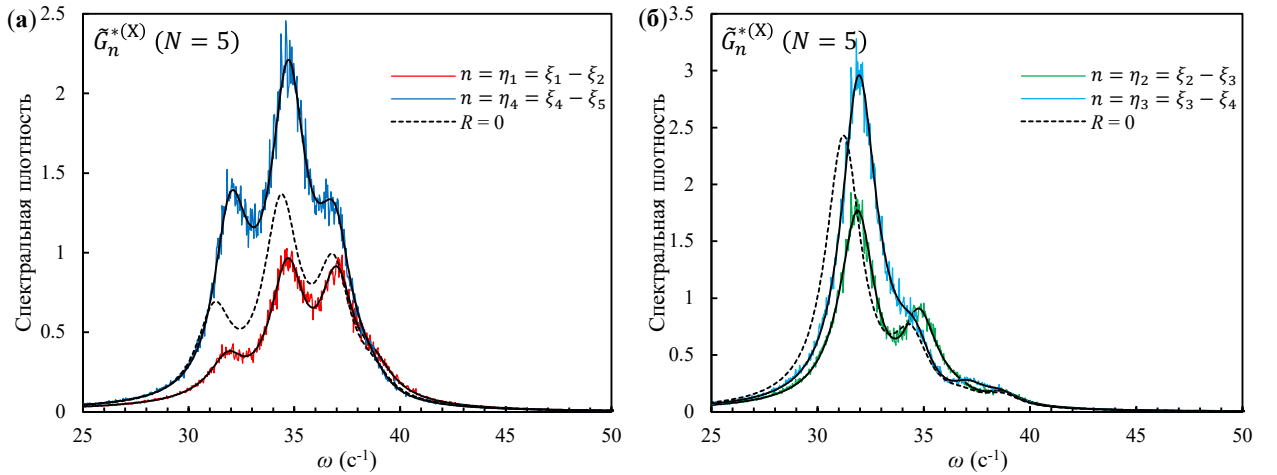


Рис. 2.16. Спектральные плотности $G_{\eta_i}^{*(X)}$ ($i \neq N$) системы пяти частиц при $\alpha/\beta = 16$, $\omega_t^{(X)} = 40 \text{ c}^{-1}$, $\omega_t^{(Z)} = 10 \text{ c}^{-1}$ и $\nu = 2 \text{ c}^{-1}$ (а) для η_1 и η_4 или (б) для η_2 и η_3 . Черными линиями показаны аналитические решения задачи, цветными – результаты численного моделирования, пунктирными – аналитические решения в случае симметричного взаимодействия.

Также были проверены аналитические выражения для квазидвумерных кластеров путем численного моделирования. На Рис. 2.17(а), Рис. 2.18(а) и Рис. 2.19(а) представлены нормированные спектральные плотности $\tilde{G}^{*(Z)}$ вертикальных смещений частиц, а на Рис. 2.17(б), Рис. 2.18(б) и Рис. 2.19(б) спектры $\tilde{G}_{\zeta_i}^{*(Z)}$ комбинаций вертикальных смещений для систем с кулоновским взаимодействием из трех, четырех и пяти частиц, соответственно.

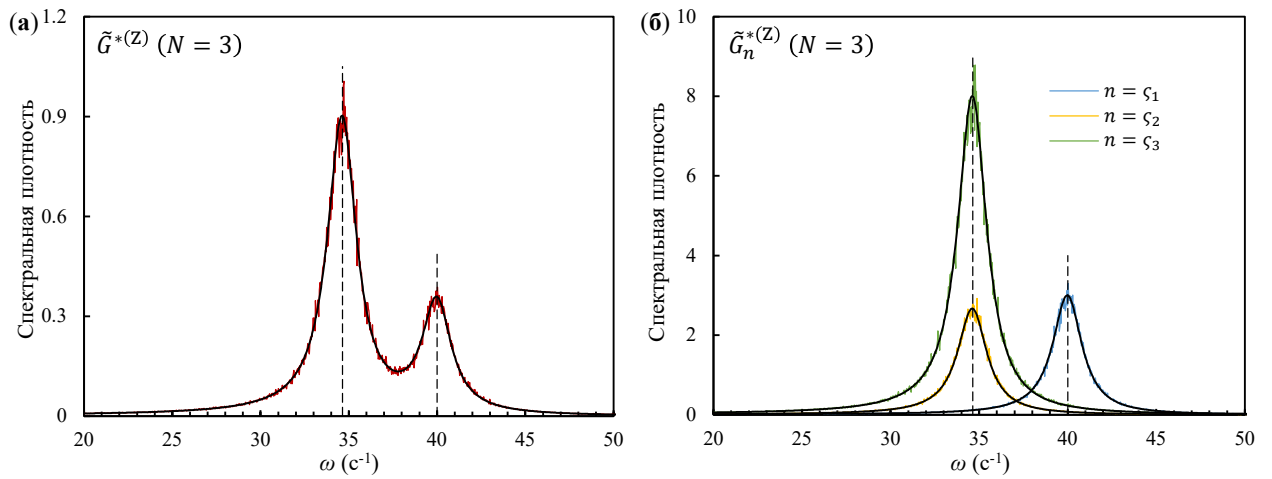


Рис. 2.17. Функции (а) $\tilde{G}^{*(Z)}$ и (б) $\tilde{G}_{\zeta_i}^{*(Z)}$ для вертикальных смещений в кластере из трех частиц при $\alpha/\beta = 1/4$, $\omega_t^{(X)} = 20 \text{ с}^{-1}$, $\omega_t^{(Z)} = 40 \text{ с}^{-1}$ и $\nu = 2 \text{ с}^{-1}$. Черными линиями показаны аналитические решения задачи, цветными – результаты численного моделирования, штриховыми – основные частоты.

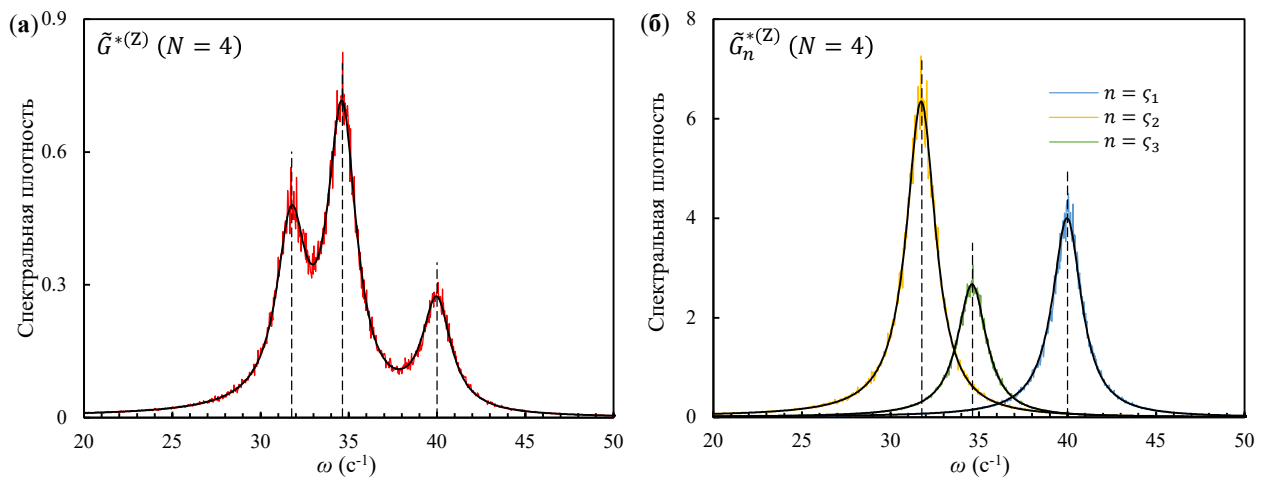


Рис. 2.18. Функции (а) $\tilde{G}^{*(Z)}$ и (б) $\tilde{G}_{\zeta_i}^{*(Z)}$ для вертикальных смещений в кластере из четырех частиц при $\alpha/\beta = 1/4$, $\omega_t^{(X)} = 20 \text{ с}^{-1}$, $\omega_t^{(Z)} = 40 \text{ с}^{-1}$ и $\nu = 2 \text{ с}^{-1}$. Черными линиями показаны аналитические решения задачи, цветными – результаты численного моделирования, штриховыми – основные частоты.

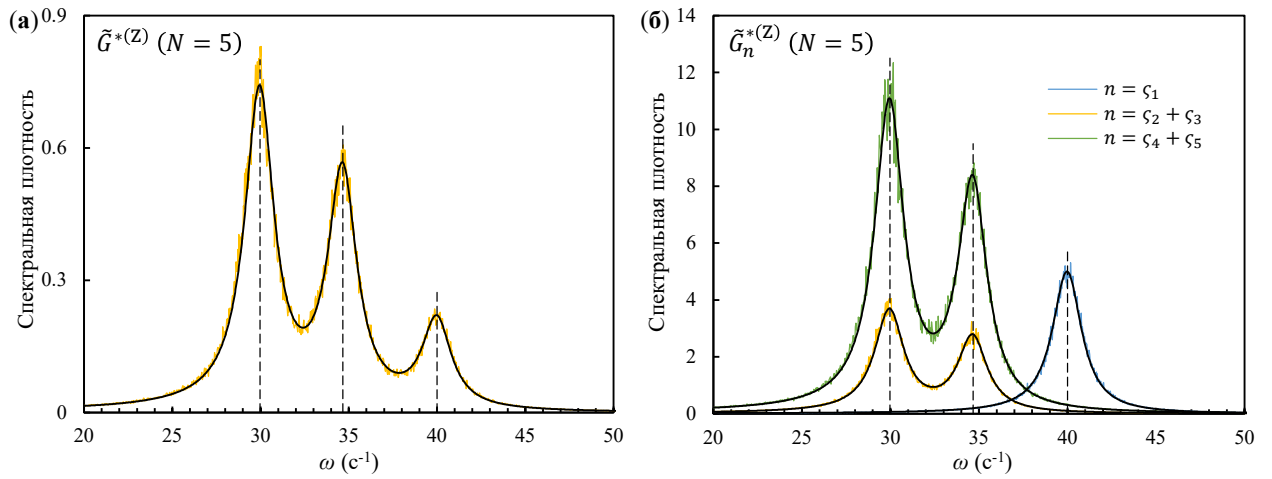


Рис. 2.19. Функции (а) $\tilde{G}^{*(Z)}$ и (б) $\tilde{G}_{\zeta_i}^{*(Z)}$ для вертикальных смещений в кластере из пяти частиц при $\alpha/\beta = 1/4$, $\omega_t^{(X)} = 20 \text{ с}^{-1}$, $\omega_t^{(Z)} = 40 \text{ с}^{-1}$ и $\nu = 2 \text{ с}^{-1}$. Черными линиями показаны аналитические решения задачи, цветными – результаты численного моделирования, штриховыми – основные частоты.

Иллюстрация траекторий для семи частиц с кулоновским взаимодействием в радиальной плоскости ловушки за время 5 с представлена на Рис. 2.20. Нормированные спектральные плотности $\tilde{G}_1^{*(Z)}$ и $\tilde{G}^{*(Z)}$ для вертикальных смещений центральной частицы и частиц на оболочке кластера, соответственно, показаны на Рис. 2.21(а), а спектры $\tilde{G}_{\zeta_i}^{*(Z)}$ комбинаций вертикальных смещений на Рис. 2.21(б).

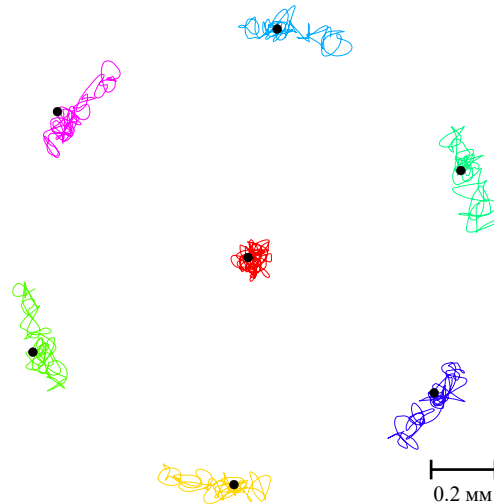


Рис. 2.20. Иллюстрация траекторий для семи частиц в радиальной плоскости линейной ловушки с радиальной симметрией в горизонтальной плоскости за время 5 с при коэффициенте трения $\nu = 2 \text{ с}^{-1}$ и температуре $T \approx 0.21 \text{ эВ}$.

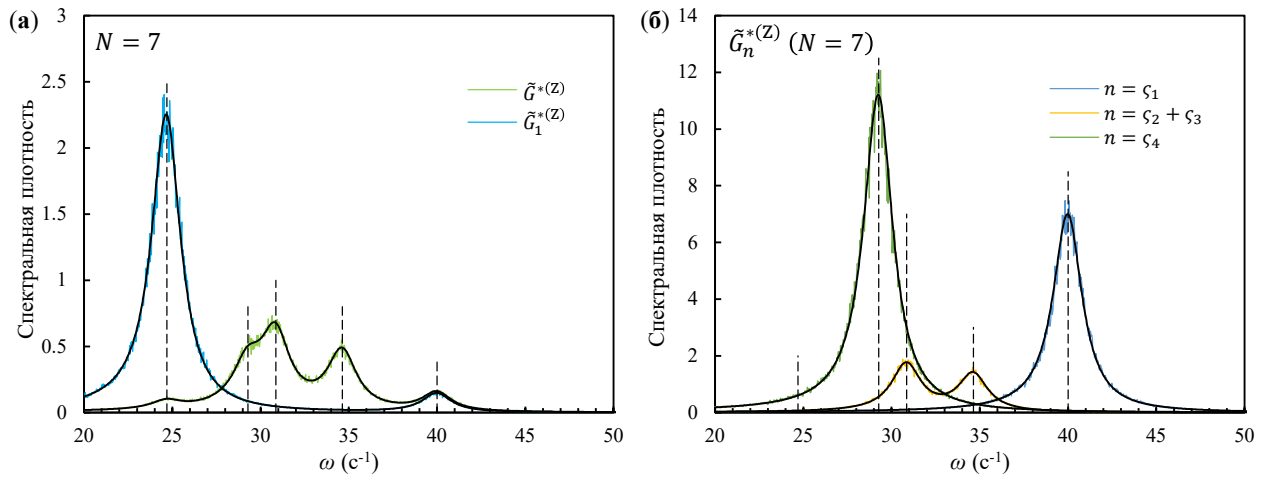


Рис. 2.21. Функции (а) $\tilde{G}^{*(Z)}$ и $\tilde{G}_1^{*(Z)}$, а также (б) $\tilde{G}_{\zeta_i}^{*(Z)}$ для вертикальных смещений в кластере из семи частиц при $\alpha/\beta = 1/4$, $\omega_t^{(X)} = 20 \text{ c}^{-1}$, $\omega_t^{(Z)} = 40 \text{ c}^{-1}$ и $\nu = 2 \text{ c}^{-1}$. Черными линиями показаны аналитические решения задачи, цветными – результаты численного моделирования, штриховыми – основные частоты.

2.4 Выводы ко второй главе

Выполнено аналитическое исследование спектральных характеристик системы связанных осцилляторов под воздействием случайных процессов. Получены выражения для спектральной плотности обобщенной линейной системы. Также получены спектры для системы взаимодействующих броуновских частиц в ловушке, представлены выражения как для смещений самих частиц, так и для их совместных и относительных смещений. Подробно рассмотрены спектральные плотности и характерные частоты для некоторых частных случаев: вертикальная пара частиц при варьировании основных параметров, ограниченные цепочечные структуры и малоразмерные квазидвумерные кластеры идентичных частиц в анизотропном электрическом поле ловушки.

Полученные аналитические соотношения были проверены с помощью численного моделирования. Моделирование проводилось методом молекулярной динамики в широком диапазоне рабочих параметров. Расчеты проводились как для симметричного взаимодействия, так и с нарушением симметрии взаимодействия.

ГЛАВА III. МЕТОД СПЕКТРАЛЬНОГО ОТКЛИКА НА СТОХАСТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ДИАГНОСТИКИ

3.1 Решение обратной задачи

Применяя преобразование Фурье к полученным в эксперименте траекториям взаимодействующих броуновских частиц, мы получим спектральные плотности колебаний частиц, а также спектральные плотности совместных и относительных колебаний ($\tilde{G}_1^{(\gamma)}$, $\tilde{G}_2^{(\gamma)}$, $\tilde{G}_+^{(\gamma)}$ и $\tilde{G}_-^{(\gamma)}$ в случае двух частиц). Здесь и далее верхняя тильда обозначает, что величина измерена в эксперименте. Аппроксимируя измеренные в эксперименте спектральные плотности с помощью аналитических формул, полученных в предыдущем разделе, можно определить не только производные $f_{ji}^{(\gamma)}$ удельных сил взаимодействия, но и производные $f_i^{(\gamma)}$ удельных внешних сил, действующих на частицы, а также коэффициенты трения частиц в среде ν_i и параметры $T_i^{(\gamma)}/m_i$. Например, аппроксимацию можно проводить путем минимизации абсолютной невязки с дополнительными коэффициентами

$$r = \sum_n \zeta_n^2 \sum_j \left[\tilde{G}_n^{(\gamma)}(\tilde{\omega}_j) - G_n^{(\gamma)}(\tilde{\omega}_j) \right]^2, \quad (3.1)$$

используя метод симплексного поиска Лагариаса и др. [168], где $\zeta_n = \max_{m,j} \tilde{G}_m^{(\gamma)}(\tilde{\omega}_j) / \max_j \tilde{G}_n^{(\gamma)}(\tilde{\omega}_j)$, а суммирование производится по всем дискретным частотам $\tilde{\omega}_j$, а также по всем доступным спектрам (то есть для $n = '1', '2', '+', '-'$ в случае двух частиц). Дополнительные коэффициенты ζ_n , представляющие из себя отношение максимальной амплитуды колебаний среди всех спектров к максимуму в n -ом спектре, позволяют учесть различие в амплитудах $\tilde{G}_n^{(\gamma)}$, так как они могут отличаться на несколько порядков. Также работа метода возможна с использованием спектральных плотностей скоростей, полученных как прямым вычислением, так и при формальном преобразовании спектров смещений с учетом (2.7). Отметим, что для работы метода достаточно только одного спектра, однако точность определения искомых параметров будет заметно ниже, также использование спектров суммы и разности смещений позволяет избежать неверных наборов параметров [152]. Отметим, что ранее также были найдены спектральные плотности для различных комбинаций смещений частиц [162,164,169], позволяющие получить спектры отдельных гармоник цепочечных и квазидвумерных систем с количеством взаимодействующих с симметричным потенциалом частиц до 7. Однако несмотря на большую наглядность, использования комбинаций смещений или совместных и относительных смещений дают практически идентичные результаты для решения обратной задачи, к тому же использование совместных и относительных смещений

является более универсальным подходом особенно в случае систем с большим количеством частиц.

Важными являются также связанные с дискретностью данных требования к построению спектральной плотности. Отметим, что максимальное значение частоты для спектральной плотности, полученной в результате дискретного преобразования Фурье, определяется шагом записи экспериментальных данных $\omega_{\max} = \pi/\Delta t$ согласно теореме Котельникова (теорема Найквиста – Шеннона об отсчетах) [170], соответственно шаг по спектру определяется длительностью преобразуемого фрагмента записи эксперимента $\Delta\omega = \pi/N\Delta t = \omega_{\max}/N$, где N – число анализируемых моментов времени. Так, необходимо выполнение условия $\omega_w \gg \Delta\omega$ (ω_w – полуширина спектральной плотности), то есть необходима достаточная длительность преобразуемого фрагмента, так как обратная ситуация приведет к искажению формы спектров [171,172]. Однако уменьшение $\Delta\omega$ приводит к зашумлению сигнала и необходимо для повышения точности работы метода использование усреднения спектров, полученных для фрагментов записи эксперимента, то есть важна большая величина отношения N_0/N , N_0 – число всего записанных моментов времени для данного эксперимента. Таким образом мы получаем ограничения сверху и снизу для $\Delta\omega$ и N , исходя из которых производится выбор параметров при обработке результатов экспериментов. Отметим также, что требуется выполнение условия $\omega_{\max} \gg \max(\omega_1^{(\gamma)}, \omega_2^{(\gamma)})$, то есть нужна достаточная кадровая частота используемой в эксперименте видеокамеры.

3.2 Проверка работы метода и сравнение с другими методами

Как видим, спектральные плотности системы взаимодействующих частиц являются отражением характеризующих систему параметров, и их изменение приводит к заметным преобразованиям спектров, поэтому решение обратной задачи для спектральных плотностей позволяет определить параметры системы с высокой точностью. Перейдем к рассмотрению результатов восстановления производных сил и коэффициентов трения для численных экспериментов с помощью предложенного метода и других невозмущающих методов и их сравнения. Анализ проводился в широком диапазоне параметров: коэффициент трения варьировался от 0.1 до 100 с⁻¹ и для каждого трения проводилась серия расчетов с R от 0 до 10. В конечном итоге для каждого набора параметров $q = \nu/\omega_t^{(\gamma)}$ и R производилось восстановление параметров различными методами, а именно: описанным в предыдущем разделе методом спектрального отклика на стохастические процессы (SRSP - spectral response to stochastic processes) с использованием спектральных плотностей скоростей, анализом спектра мод (SMS - scanning mode spectra) method [53,138], решением обратной задачи Ланжевена (ILP - solving the

inverse Langevin problem) [50,51] и корреляционным анализом случайного движения (CARM - correlational analysis of random motion) [54,139]. При этом для каждого значения q находились максимальные погрешности восстановления среди различных значений R , аналогичная процедура была совершена в отношении измененных по формуле (2.57) траекторий частиц, полученные результаты представлены на Рис. 3.1.

Как видно, см. Рис. 3.1(a) и (в), на прямых результатах моделирования наблюдается ожидаемое ухудшение точности восстановления сил с ростом трения, при этом наименьшую погрешность показывает метод ILP - менее 3% и 4.5% для внешней и межчастичной сил, соответственно, практически на всём рассматриваемом диапазоне q , наибольшую – SMS, для которого переход ошибки более 10% происходит уже при $q \approx 0.6$ и 0.1 для внешних и межчастичных сил, соответственно, что является ожидаемым результатом, так как при выводе метода не учитывалось трение. Сравнивая оставшиеся SRSP и CARM, отметим, что SRSP показывает выше точность: максимальная погрешность для внешних сил – 10% против 30%, для межчастичных – 12% против 27%, кроме случаев с $q < 0.45$ для внешних сил.

Переходя к анализу результатов для траекторий с имитацией погрешности измерений, см. Рис. 3.1(б) и (г), укажем, что методы, основанные на анализе спектров колебаний, то есть SMS и SRSP, не чувствительны к случайным ошибкам при условии достаточного усреднения данных, что и наблюдалось в нашем случае, то есть точность восстановления параметров не изменилась. Отметим, что случайная ошибка, заложенная (смоделированная) с помощью формулы (2.57), проявляется на спектральной плотности смещений дополнительной постоянной добавкой $G_{n,error} = kp^2\Delta t$ (p – среднеквадратическое отклонение в (2.57), Δt – шаг интегрирования в моделировании, $k = 1$ для $n = '1', '2', k = 2$ для $n = '+', '-'$), а в случае спектров скорости $G_{n,error} = \omega^2 kp^2\Delta t$, что составляет всего лишь менее 0.1% и 1.5% от амплитуд спектральных плотностей на рассматриваемом диапазоне частот, соответственно. Однако, в случае несектральных методов данная погрешность измерения становится основным ограничением: на всём рассмотренном диапазоне трения средняя ошибка восстановления внешних сил – 24% и 25%, межчастичных – 37% и 43% для ILP и CARM, соответственно.

Обратимся к восстановлению трения: при работе с результатами моделирования методы показывают максимальную погрешность: 3% – ILP, 25% – SRSP (однако наблюдается уменьшение погрешности с ростом трения: уже при $q > 0.4$ погрешность менее 5%), 35% – CARM (порог в 10% – $q = 3.1$). Однако в случае имитации погрешности, ILP дает неадекватные результаты, CARM – средняя ошибка составляет 39%, а для SRSP аналогично – результаты не меняются.

Отметим, что в работе SRSP наблюдается зависимость погрешности восстановления от величины R : зачастую при росте невзаимности от $R = 1$ наблюдается уменьшение погрешности.

Чем больше ϱ , тем выраженнее зависимость, пример при $\nu = 100 \text{ с}^{-1}$ на Рис. 3.2, где представлены погрешности восстановления производных удельных сил для X и Z ($\varrho^{(X)} = \nu / \omega_t^{(X)} = 5$ и $\varrho^{(Z)} = \nu / \omega_t^{(Z)} = 10$). Как видно для производных удельных сил взаимодействия наблюдается уменьшение погрешности, для $f_{ji}^{(X)}$ с 7.5% до менее 3%, а в случае $f_{ji}^{(Z)}$ с около 12% до менее 5%. Данный эффект связан с увеличением абсолютных значений производных удельных межчастичных сил $|f_{ji}^{(\gamma)}|$ с ростом R, что проявляется и визуально в увеличении амплитуды пиков, см. Рис. 2.4. Более подробно влияние R при большом ϱ описано в **разделе 5.1.2**. В случае производных удельных внешних сил возможно различное поведение: небольшое улучшение в случае $f_i^{(X)}$, а также рост погрешности в случае $f_i^{(Z)}$, что связано со значительным уменьшением относительного значения производной относительно межчастичной силы ($(f_1^{(Z)} + f_2^{(Z)}) / (|f_{21}^{(Z)}| + |f_{21}^{(Z)}|) = 1$ при R = 0 и отношение равно 0.1 при R = 10, для сравнения в случае X это 8 и 0.8, соответственно).

Размер пикселя, использованный для моделирования случайной погрешности (2.57), составил от 3% до 30% от среднеквадратичного смещения частиц. При этом использованная при моделировании температура тепловых источников превышает кинетическую температуру частиц, обычно получаемую в экспериментах [173,174]. Таким образом в условиях реального эксперимента при ограниченной длительности траекторий частиц, влияние случайной погрешности в виде снижения эффективности работы неспектральных методов (ILP, CARM) будет более значительным.

Отметим, что микрочастицы, находящиеся в газовом разряде низкого давления, приобретают существенно более высокие эффективные кинетические температуры (до $10\text{--}10^5$ раз) по сравнению с температурой нейтральной компоненты [79,158,175–178]. Предполагается, что кинетический разогрев является проявлением коллективного эффекта, связанного с кильватерными неустойчивостями [79,144,179–184] и флуктуациями зарядов микрочастиц [185–189]. Однако эффективная температура даже одной микрочастицы может в несколько раз превышать температуру окружающего газа, определяющую интенсивность классического броуновского движения [174,190,191]. Наиболее часто обсуждаемым механизмом стохастического разогрева одиночной пылевой частицы в плазме является флуктуация заряда [62,123,161,174,177,187,189,192], обусловленная дискретностью и случайным характером приходящих потоков ионов и электронов, заряжающих частицу [193–198]. Таким образом, средняя кинетическая энергия в системе частиц представляет собой сумму тепловой энергии, обусловленной стохастическим источником, и дополнительного подвода энергии, обусловленного коллективными эффектами.

Отметим, что SRSP позволяет определить именно температуру частиц, определяемую стохастическим источником, в отличие от других методов, то есть позволяет изучать в отдельности слагаемые кинетической энергии частиц. Данная особенность является важной при изучении аномального разогрева пылевых частиц за счет работы невзаимных эффективных межчастичных сил [154,162,160]. Также обратим внимание, что SRSP позволяет избежать влияния систематических погрешностей, проявляющихся как «паразитные» моды, в частности движение системы частиц как единого целого или какие-либо артефакты обработки. Предварительный анализ спектральной плотности позволяет выделить для работы SRSP частотный участок только с полезным сигналом, в случае если на данный участок не накладываются «паразитные» моды.

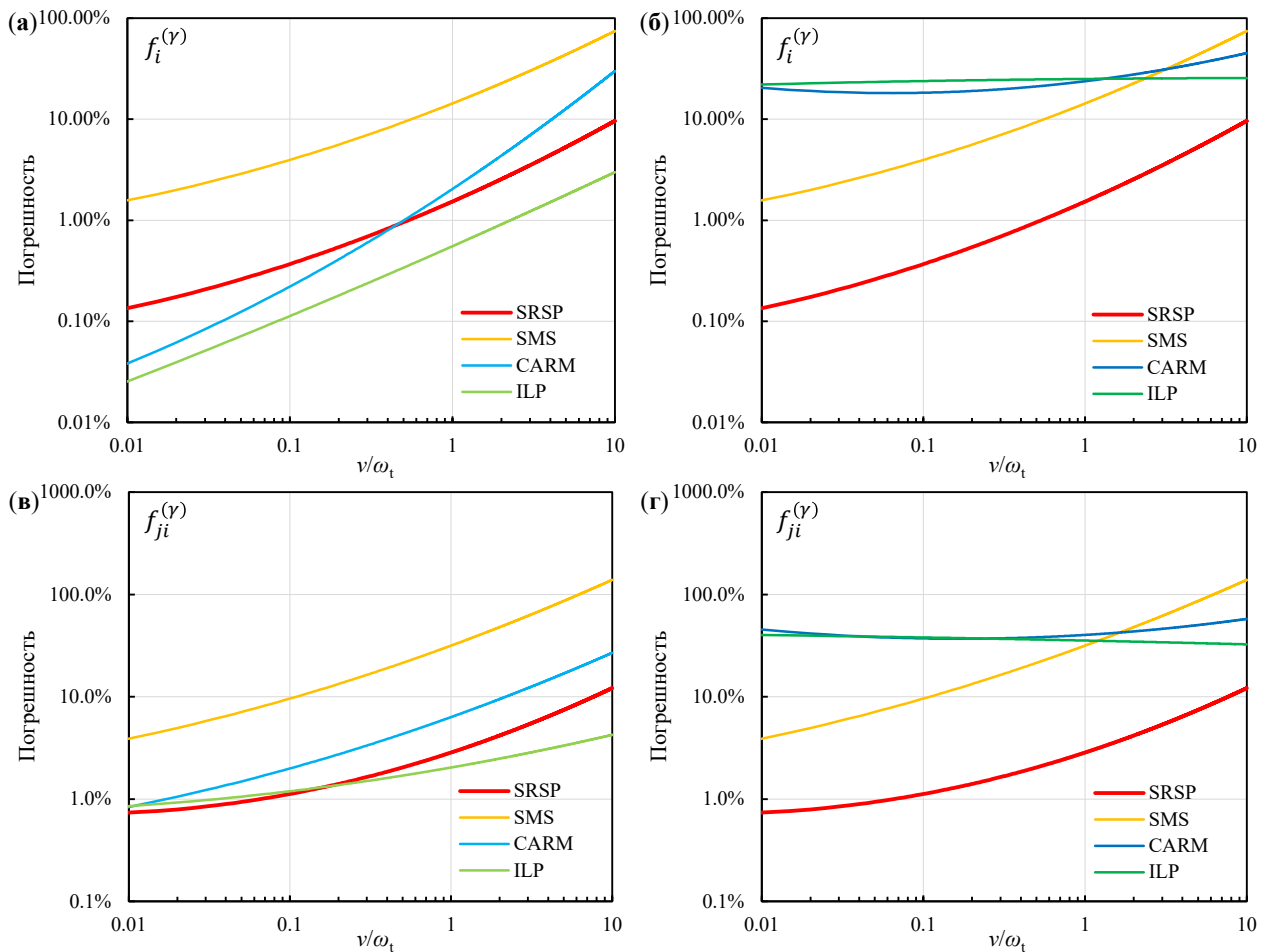


Рис. 3.1. Сравнение величин ошибок восстановления производных удельных сил ((а) и (б)) внешних $f_i^{(\gamma)}$ и ((в) и (г)) межчастичных $f_{ji}^{(\gamma)}$ при обработке ((а) и (в)) исходных результатов численного моделирования и ((б) и (г)) с наложением погрешности измерения в зависимости от отношения ν/ω_t при использовании рассматриваемого метода (SRSP), метода анализа спектра мод (SMS), корреляционного анализа случайного движения (CARM) и решения обратной задачи Ланжевена (ILP).

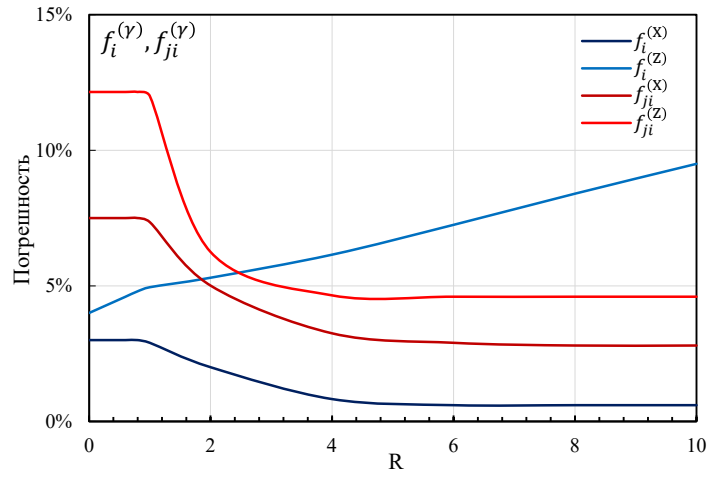


Рис. 3.2. Погрешности восстановления производных удельных сил внешних $f_i^{(\gamma)}$ и межчастичных $f_{ji}^{(\gamma)}$ при $\nu = 100 \text{ с}^{-1}$ для X и Z ($\varrho^{(X)} = \nu / \omega_t^{(X)} = 5$ и $\varrho^{(Z)} = \nu / \omega_t^{(Z)} = 10$) с помощью SRSP.

3.3 Выводы к третьей главе

Предложен новый метод диагностики сил взаимодействия между микрочастицами в пылевой плазме на основе полученных во второй главе аналитических соотношений. Отметим основные преимущества метода:

- не требуются внешние возмущения системы и специальная конструкция экспериментальной установки;
- не требуются предварительные измерения и предположения о внешних полях, о типе взаимодействия, о размере частиц;
- применим к системам, состоящим из разнородных частиц с разными размерами, зарядами и кинетическими температурами, с любым типом межчастичного взаимодействия;
- наряду с измерением производных удельных межчастичных сил, позволяет определять производные удельных внешних сил и коэффициенты трения для каждой частицы, что дает возможность определить размеры частиц, используя формулу Эпштейна [118];
- позволяет определять температуру тепловых источников, соответствующую стохастическому движению частиц без учета влияния соседних частиц;
- применим к системам с большим трением в случае достаточной невзаимности.

Проведено сравнение предложенного метода с другими невозмущающими методами на результатах численных расчетов. Сравнение показало значительные преимущества метода, в особенности в работе с данными, имеющими погрешность измерения.

ГЛАВА IV. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА СПЕКТРАЛЬНОГО ОТКЛИКА НА СТОХАСТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

4.1 Анализ экспериментов в высокочастотном газовом разряде емкостного типа

4.1.1 Условия экспериментов в высокочастотном газовом разряде

Межчастичное взаимодействие удобно изучать на примере двухчастичной системы, поскольку не требуется рассмотрение коллективных эффектов. Чтобы иметь возможность исследовать ионный след, являющийся причиной нарушения симметрии, который образуется под частицами в потоке ионов, частицы должны быть расположены одна под другой. В такой конфигурации нижняя частица представляет собой зонд для измерения кильватерных сил межчастичного взаимодействия. Один из недостатков таких систем состоит в том, что они не позволяют нам изучать продольное распределение кильватерного поля, возникающего за пылевой частицей в анизотропной плазме. Одним из решений этой проблемы является использование многочастичной цепочки пылевых частиц, так как ее преимущество заключается в том, что она позволяет «увидеть» пространственную асимпотику производных силы взаимодействия на расстояниях от ~ 1 до нескольких средних межчастичных расстояний.

С целью изучения потенциала взаимодействия была проведена серия экспериментов на установке Gaseous Electronics Conference (GEC), имеющей два электрода диаметром 8 см, разделенные расстоянием 2.54 см. Нижний электрод питался с частотой 13.56 МГц, в то время как верхний кольцевой электрод и камера действовали как заземление. Стеклянная кювета размером 12.7 мм \times 12.7 мм \times 12.7 мм (высота \times длина \times ширина) была помещена на нижний электрод для создания электрического потенциала, необходимого для удержания частиц пыли (см. Рис. 4.1(а)). Эксперименты проводились в аргоновой плазме с вертикальной парой частиц (см. Рис. 4.1(б)) при значениях давления 70, 136 и 280 мТорр с мощностью разряда 1.6-14.3 Вт и с различными вертикальными цепочками: 4 частицы при давлении 72 мТорр с мощностью разряда 2.22 Вт и при 140 мТорр и 2.69 Вт, 8 частиц при 70 мТорр и 2.4 Вт. Чтобы правильно исследовать ионный след, который формируется за частицами в ионном потоке, частицы должны быть размещены одна под другой. В такой конфигурации нижняя частица представляет собой зонд для измерения силы, опосредованной следом от верхней частицы. Частицы меламиноформальдегида (MF) размером 8.89 мкм были использованы для образования вертикальной цепочки внутри стеклянного ящика. Все другие частицы удалялись из системы. Лазер освещал частицы, и изображения вида сбоку записывались в течение 45 секунд с использованием HD камеры со скоростью 250 кадров в секунду. Полученные видеоизображения обрабатывались при помощи специальных компьютерных программ, в результате чего для

каждого момента времени t были определены координаты частиц в цепочке и их траектории $\mathbf{r}_j(t)$, где j – порядковый номер частицы в цепочке (нумерация снизу вверх). Типичный пример траекторий частиц, полученных в результате компьютерной обработки видеозаписи их движения, показан на Рис. 4.1(в). Полученные траектории частиц были обработаны с помощью спектрального метода восстановления параметров системы.

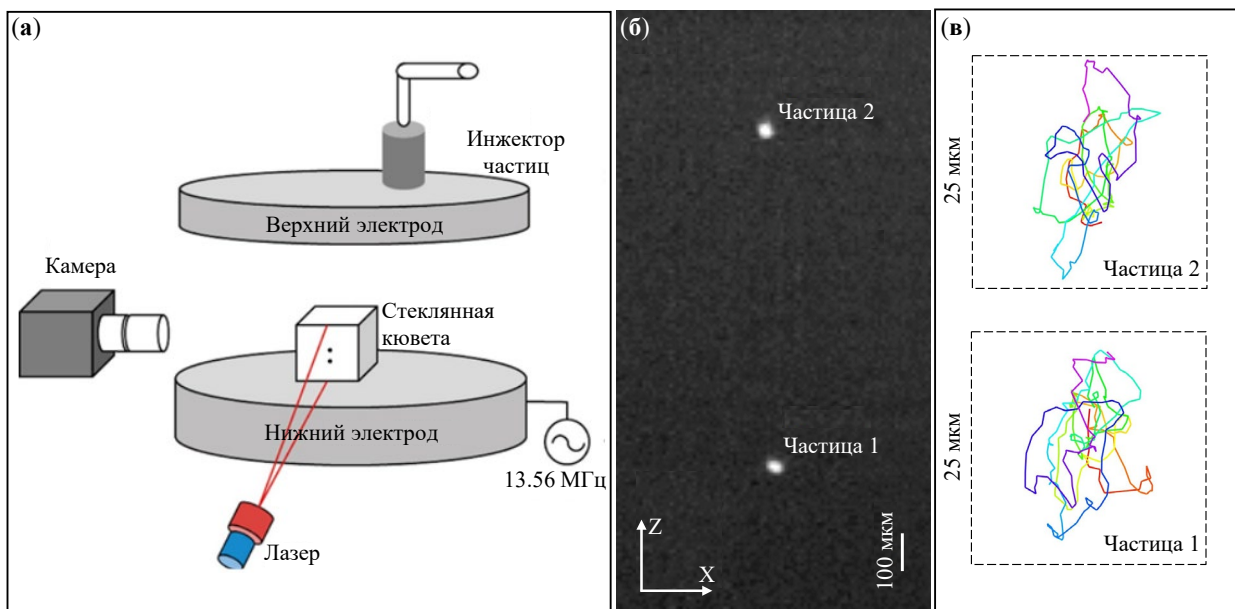


Рис. 4.1. (а) Схема экспериментальной установки в ВЧ разряде; (б) видеокادر с изображением частиц при давлении 136 мТорр и мощности разряда 2.33 Вт; (в) траектории движения частиц, полученные в результате компьютерной обработки видеозаписи их движения за 1 секунду.

4.1.2 Результаты для двух частиц в приэлектродном слое

На Рис. 4.2 представлена зависимость среднего расстояния между частицами Δ от мощности разряда W при различных давлениях газа P . С увеличением мощности и давления расстояние уменьшалось от 0.96 мм при $W = 1.9$ Вт и $P = 70$ мТорр до 0.16 мм при $W = 5$ Вт и $P = 280$ мТорр. Во всех экспериментах стандартное отклонение σ_{Δ} от значения Δ находилось в диапазоне от 0.015 Δ до 0.02 Δ .

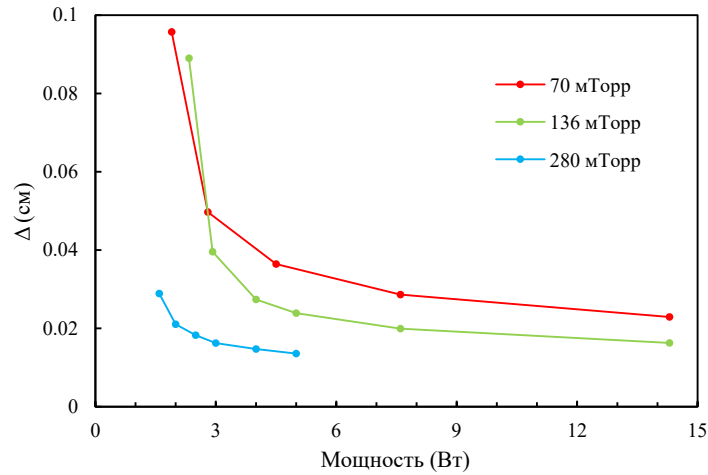


Рис. 4.2. Зависимость среднего расстояния между частицами Δ от мощности разряда при различных давлениях газа.

Полученные в экспериментах траектории частиц обрабатывались с помощью быстрого преобразования Фурье. В результате для каждой пары значений давления и мощности были получены спектральные плотности осцилляций координат самих частицы ($\tilde{G}_1^{(\nu)}$ и $\tilde{G}_2^{(\nu)}$) и их суммы ($\tilde{G}_+^{(\nu)}$), а также относительных смещений частиц ($\tilde{G}_-^{(\nu)}$). Здесь и далее нижняя частица имеет индекс «1», верхняя – «2». Также для определенности направим ось Z вертикально (противоположно гравитации), как показано на Рис. 4.1(б). Для примера на Рис. 4.3 приведены спектральные плотности ($\tilde{G}_1^{(\nu)}$, $\tilde{G}_2^{(\nu)}$, $\tilde{G}_+^{(\nu)}$ и $\tilde{G}_-^{(\nu)}$), полученные в эксперименте при давлениях 70 и 136 мТорр и мощностях разряда 4 и 14.3 Вт. Для сравнения на Рис. 4.3 также приведены схематические распределения соответствующих спектральных плотностей для частиц, взаимодействующих с чисто отталкивающим сферически-симметричным потенциалом. Спектральные пики соответствуют колебаниям на характерных частотах ω_- и ω_+ . Отметим, что характерные частоты совпадают с собственными частотами системы при $\nu \rightarrow 0$. Слабый пик на характерной частоте ω_+ в спектрах относительных смещений вдоль вертикальной оси $\tilde{G}_-^{(Z)}$ (см. Рис. 4.3(в)) может возникать из-за небольшого различия градиентов внешних сил, действующих на частицы. Амплитуды колебаний на характерной частоте ω_- нижней и верхней частиц существенно различаются (см. спектры $\tilde{G}_1^{(\nu)}$ и $\tilde{G}_2^{(\nu)}$). Это признак неравенства производных сил, с которыми частицы действуют друг на друга. Наличие пика на частоте ω_- в спектре $\tilde{G}_+^{(X)}$ свидетельствует о нарушении симметрии взаимодействия. На Рис. 4.3 приведены также графики аппроксимирующих функций (см. уравнения (2.22)-(2.24) в подразделе 2.1.4), зависящих от параметров $f_{21}^{(\nu)}$, $f_{12}^{(\nu)}$, $f_1^{(\nu)}$, $f_2^{(\nu)}$, $T_1^{(\nu)}$, $T_2^{(\nu)}$, ν и обеспечивающих наилучшее соответствие

аналитических кривых всем экспериментально измеренным спектральным плотностям ($\tilde{G}_1^{(\gamma)}$, $\tilde{G}_2^{(\gamma)}$, $\tilde{G}_+^{(\gamma)}$ и $\tilde{G}_-^{(\gamma)}$).

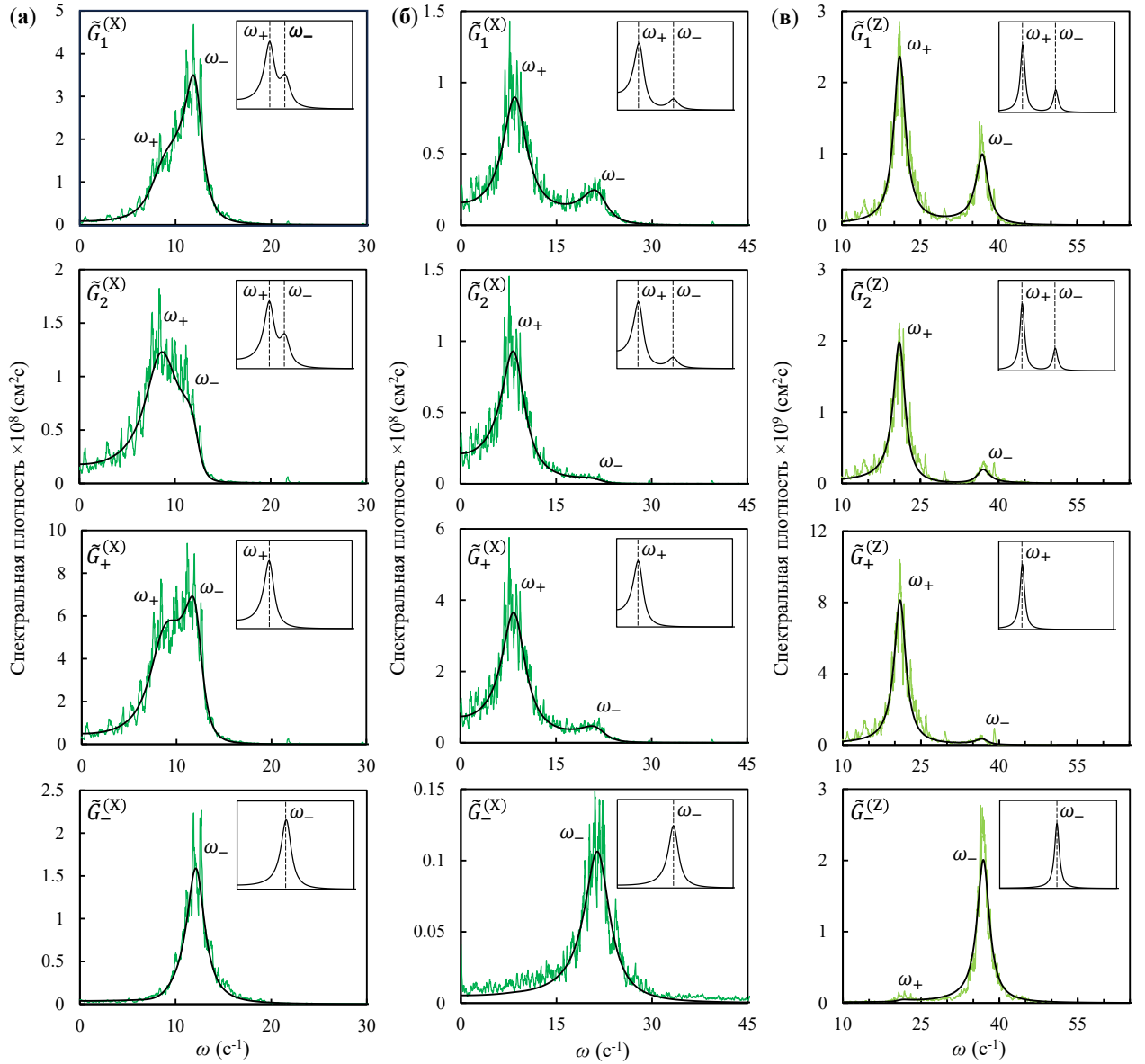


Рис. 4.3. Спектральные плотности $\tilde{G}_n^{(\gamma)}$ ($n = '1', '2', '+', '-'$) колебаний частиц (а) в горизонтальном направлении ($\gamma = X$) при давлении газа $P = 136$ мТорр и мощности разряда $W = 4$ Вт; (б) – $\gamma = X$, $P = 136$ мТорр, $W = 14.3$ Вт; (в) в вертикальном направлении ($\gamma = Z$) при $P = 70$ мТорр, $W = 14.3$ Вт; и их аналитические аппроксимации уравнениями (2.22)-(2.24) из подраздела 2.1.4. Для сравнения на вставках показаны схематические распределения соответствующих спектральных плотностей для частиц, взаимодействующих с чисто отталкивающим сферически-симметричным потенциалом.

Полученный из спектров нормированный коэффициент трения ν/P не зависит от давления и мощности разряда и равен 1.38 ± 0.08 с⁻¹/Па. Оценка по формуле Эпштейна [118] для диффузного отражения атомов газа от поверхности частицы [42] дает $\nu/P = 1.37$ с⁻¹/Па.

На Рис. 4.4 показаны эффективные температуры $T_i^{(\gamma)}$ стохастических процессов, движущих микрочастицами, в зависимости от мощности разряда W при различных давлениях газа P . Во всех экспериментах эффективные температуры $T_i^{(\gamma)}$ увеличиваются с увеличением мощности разряда и уменьшаются с увеличением давления газа. Полученная зависимость от давления находится в хорошем качественном согласии с предыдущими измерениями температуры одиночной пылевой частицы в приэлектродной области ВЧ разряда [174]. По всем параметрам разряда эффективные температуры $T_i^{(X)}$ стохастических процессов, движущих микрочастицы в горизонтальном направлении, превышают соответствующие температуры $T_i^{(Z)}$ для вертикального направления. Этот факт также согласуется с предыдущими исследованиями [174]. На Рис. 4.4 также видно, что примерно равны температуры, соответствующие стохастическим процессам, действующим на нижнюю и верхнюю частицы.

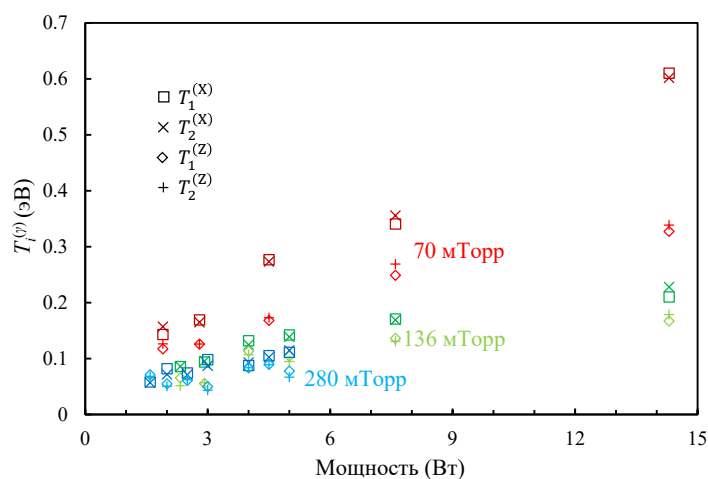


Рис. 4.4. Эффективные температуры $T_i^{(\gamma)}$ стохастических процессов, движущих микрочастицами, в зависимости от мощности ВЧ при различных давлениях газа.

На Рис. 4.5 представлены отношения $f_1^{(X)}/f_2^{(X)}$ производных внешних удельных сил, удерживающих частицы в горизонтальном направлении, в зависимости от мощности разряда W при различных давлениях газа P . С учетом погрешности измерения видим, что для всех P отношение $f_1^{(X)}/f_2^{(X)}$ уменьшается от ~ 1 до $\sim 0,8$ с увеличением W . Ранее Карстенсен и др. [91] экспериментально показали, что позиционная зависимость заряда уединенной частицы в ВЧ разряде пренебрежимо мала при изменении ее положения (высоты) относительно нижнего электрода на 0.4 мм и менее, что сопоставимо с характерным средним расстоянием Δ между частицами в наших экспериментах. В таком случае градиент электрического поля в невозмущенном приэлектродном слое в области левитации частиц можно считать величиной постоянной. Тогда величина $f_i^{(\gamma)}$ является пропорциональной отношению заряда к массе частицы

m/q_i . Поскольку в эксперименте использовались монодисперсные частицы, можно написать $f_1^{(X)}/f_2^{(X)} \approx q_1/q_2$. Следовательно, при более высоких мощностях разряда наблюдается уменьшение заряда нижней частицы на $\sim 25\%$. Этот результат согласуется с предыдущими экспериментами [53,91], а также с расчетами [90]. Это уменьшение заряда связано с ионным кильватерным следом и было предсказано Владимировым и др. [89]. С увеличением мощности разряда скорость дрейфа ионов увеличивается, и частица выше по потоку усиливает потоки ионов к нижней частице. Для минимальной мощности разряда отношение $f_1^{(X)}/f_2^{(X)}$ близко к единице, хотя с учетом допусковой погрешности может быть на несколько процентов больше единицы. Это также может быть связано с небольшой разницей в массах частиц.

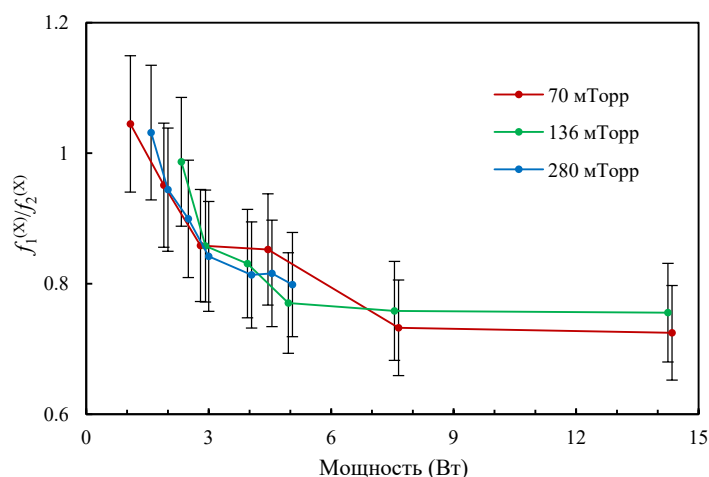


Рис. 4.5. Отношение $f_1^{(X)}/f_2^{(X)}$ производных внешних удельных сил, удерживающих частицы в горизонтальном направлении, в зависимости от мощности ВЧ при разных давлениях газа.

Производные удельных сил взаимодействия $f_{21}^{(Y)}$ и $f_{12}^{(Y)}$, полученные при различных давлениях ($P = 70, 136$ и 280 мТорр) и мощностях разряда (W в диапазоне от 1.6 до 14.3 Вт), представлены на Рис. 4.6. Видно, что абсолютные значения $f_{21}^{(Y)}$ и $f_{12}^{(Y)}$ увеличиваются с увеличением мощности и давления (за исключением точек $P = 70$ и 136 мТорр при $W < 3$ Вт). В направлении X эти производные имеют противоположные знаки при всех давлениях и мощностях разряда: $f_{21}^{(X)} < 0$ и $f_{12}^{(X)} > 0$. Отрицательные значения $f_{21}^{(X)}$ указывают на то, что при горизонтальном смещении нижней частицы от положения равновесия со стороны верхней частицы возникает эффективная притягивающая сила, стремящаяся вернуть нижнюю частицу в положение равновесия. Для сравнения отметим, что если бы частицы взаимодействовали посредством чисто отталкивающего сферически-симметричного потенциала, то обе производные $f_{21}^{(X)}$ и $f_{12}^{(X)}$ были бы положительны и равны друг другу (см. Рис. 4.7(a)). Согласно популярным моделям кильватерного поля, таким как модель точечного ионного фокуса [79,92,154] и модель Компанейца [117], при наличии ионного дрейфа слабо возмущенного

верхней по потоку микрочастиц, производные $f_{21}^{(X)}$ и $f_{12}^{(X)}$ могут не равняться друг другу из-за нарушения симметрии взаимодействия, но по-прежнему быть положительными. Однако с ростом интенсивности (амплитуды) кильватерного поля производная $f_{21}^{(X)}$ может менять знак из-за сильного эффективного притяжения нижней отрицательно заряженной микрочастицы к положительному объемному заряду ионного следа (см. Рис. 4.7(б)). Вполне вероятно, что именно этот эффект проявляется в данных экспериментах.

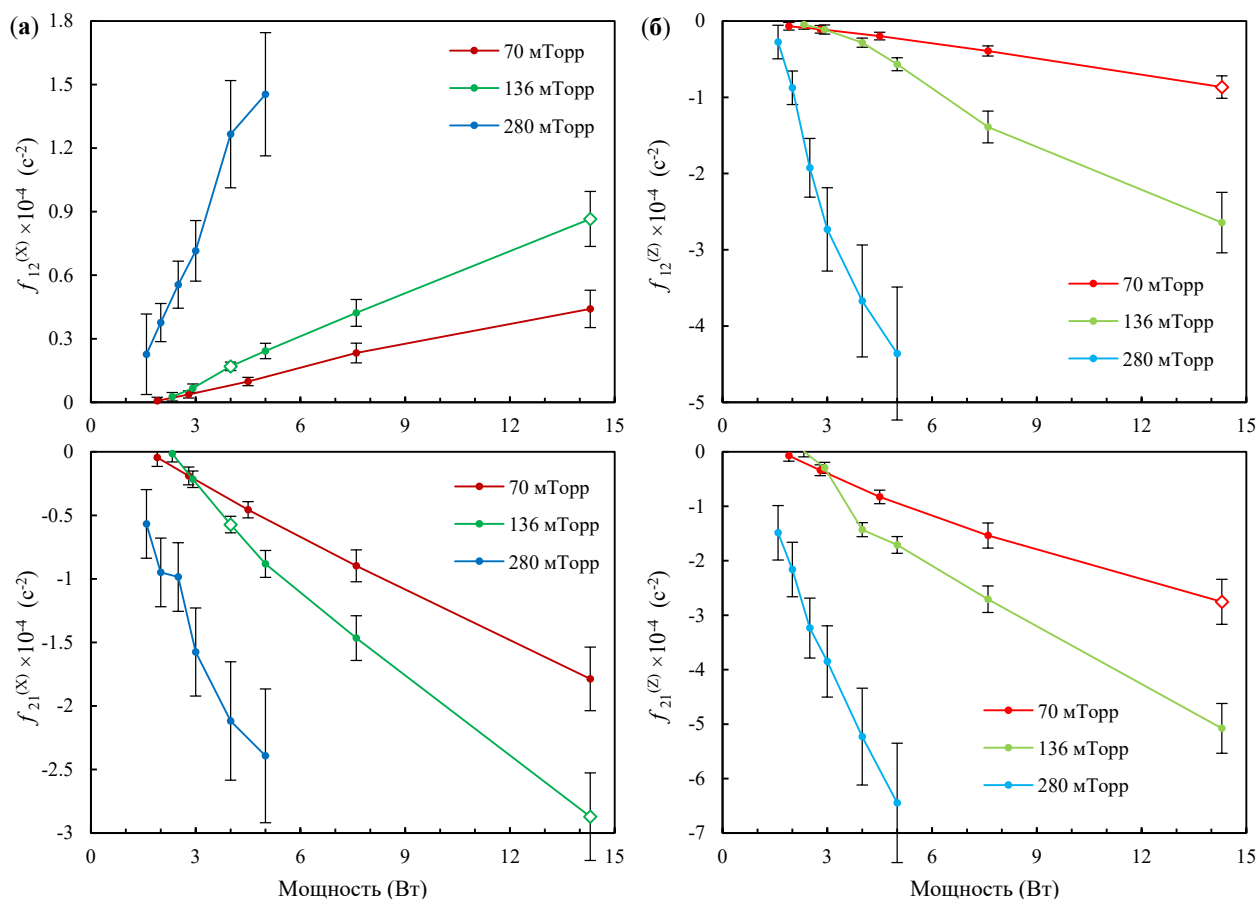


Рис. 4.6. Производные удельных сил взаимодействия $f_{21}^{(\gamma)}$ и $f_{12}^{(\gamma)}$, полученные при различных давлениях и мощностях ВЧ (а) в горизонтальном направлении ($\gamma = X$) и (б) в вертикальном направлении ($\gamma = Z$). Ромбами обозначены эксперименты, для которых спектральные плотности представлены на Рис. 4.3.

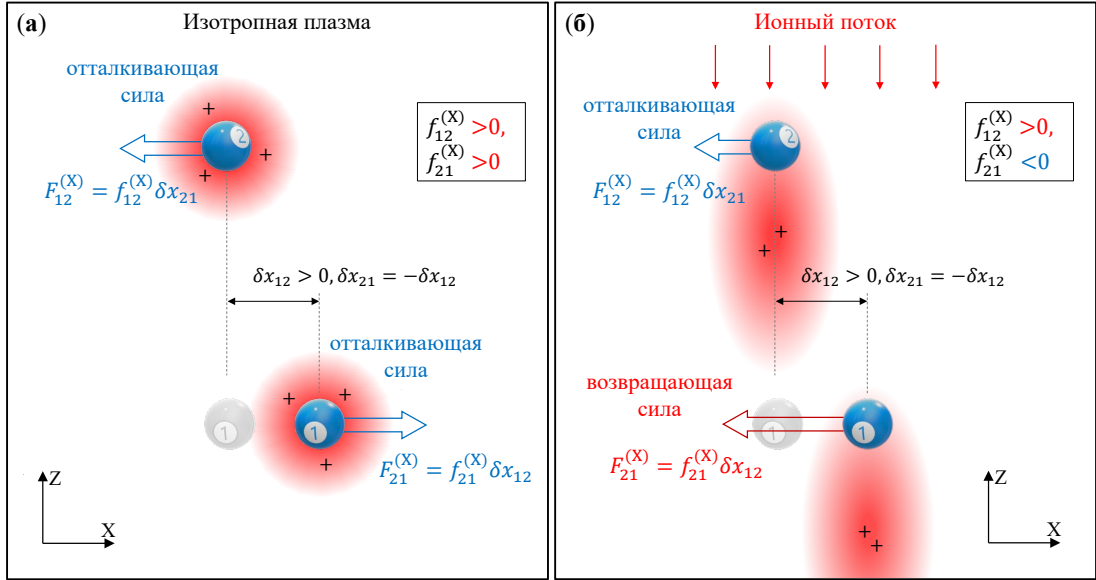


Рис. 4.7. Силы, действующие горизонтально между частицами (а) в изотропной плазме и (б) при применении поля при достаточно сильной невзаимности ($F_{21}^{(X)}/F_{12}^{(X)} < -1$).

Результаты измерения производных удельных сил взаимодействия в Y направлении оказались весьма неожиданными. Теоретические модели [79,92,117] предсказывают, что при наличии слабого кильватерного поля значение производной $f_{21}^{(Y)}$ будет меньше $f_{12}^{(Y)}$, т.е. $f_{21}^{(Y)} < 0$, $f_{12}^{(Y)} < 0$, $|f_{21}^{(Y)}| < |f_{12}^{(Y)}|$. При увеличении амплитуды притягивающей части кильватерного поля производная $f_{21}^{(Y)}$ может изменить знак и стать положительной, хотя это не обязательно зависит от положения максимума ионного следа (т. е. между частицами или за ними). Однако в наших экспериментах для всех значений P и W (кроме $P=136$ мТорр, $W=2.33$ Вт) было получено $f_{21}^{(Y)} < 0$, $f_{12}^{(Y)} < 0$ и $|f_{21}^{(Y)}| > |f_{12}^{(Y)}|$.

Чтобы объяснить результаты экспериментов, необходимо учесть, что заряд нижней частицы q_1 является функцией положения нижней частицы относительно верхней. Ранее подобный эффект был рассмотрен в **подразделе 2.3.1**. Напомним, что q'_1 – градиент заряда, нормированный на равновесный заряд $\langle q_1 \rangle$, см. выражения (2.58), по мере приближения частицы 1 к потенциальному максимуму кильватерного поля, создаваемого частицей 2, абсолютная величина отрицательного заряда q_1 будет уменьшаться, см. Рис. 4.8(б). Из баланса сил можно написать $\langle F_{\text{ext},1}^{(Y)} \rangle / m \approx g = 980 \text{ см/с}^2$, что означает, что величина $q'_1 \langle F_{\text{ext},1}^{(Y)} \rangle / m$, входящая в уравнение (2.59), может быть значительной. В наших экспериментах для того, чтобы значение $q'_1 \langle F_{\text{ext},1}^{(Y)} \rangle / m$ было больше или порядка $f_{21}^{(Y)}$, достаточно, чтобы флуктуация заряда составляла 0.1-1% для измеренных стандартных отклонений $\sigma_\Delta \approx 0.02\Delta$ межчастичного расстояния.

Хотя измерения производной $f_{21}^{(Y)}$ не подходят для анализа реального взаимодействия между частицами, они могут дать полезную информацию о положении ионного следа относительно частиц. Напомним введенный параметр: $d^* = d/\Delta$, где d – расстояние от частицы до максимума потенциала, создаваемого ее кильватерным полем. В случае $d^* < 1$ получается $q'_1 > 0$, в обратном случае $d^* > 1 - q'_1 < 0$, см. Рис. 4.8(б). Согласно моделям [79,92,117] и условиям устойчивости [92,199] для сильной невзаимности также имеем $f_{21}^{(Y)} > 0$, $f_{12}^{(Y)} < 0$ и $|f_{21}^{(Y)}| < |f_{12}^{(Y)}|$. В этом случае при увеличении амплитуды колебаний величины заряда q_1 эффективная производная $f_{21,eff}^{(Y)}$ меняет значение на отрицательное при $d^* < 1$, а при $d^* > 1$ на положительное, но большее $|f_{12}^{(Y)}|$. Сравнение производных сил взаимодействия при различных положениях максимума ионного следа (т. е. между частицами или за ними обеими) и различных моделях нижнего заряда частиц (фиксированного или переменного) приведено в Таблице 4.1. Расчеты для Таблицы 4.1 были выполнены для взаимодействия частиц с использованием точечной модели ионного следа [92] с достаточно сильной невзаимностью ($f_{21}^{(Y)}/f_{12}^{(Y)} < 0$) с учетом условий вертикальной устойчивости [92,199] и флуктуаций заряда, достаточных для выполнения условия $|f_{21,eff}^{(Y)}/f_{12}^{(Y)}| > 1$. Таким образом, выполнение условия

$$f_{21,eff}^{(Y)}/f_{12}^{(Y)} > 1 \quad (4.1)$$

может свидетельствовать о том, что аттрактор потенциала межчастичного взаимодействия находится между частицами. Тем не менее, в некоторых случаях обратное утверждение может быть неверным. Отметим, что предложенная модель флуктуирующего заряда нижней частицы позволяет объяснить аномально высокое отношение $|f_{21,eff}^{(Y)}/f_{12}^{(Y)}| \gg 1$, наблюдаемое в работе [42].

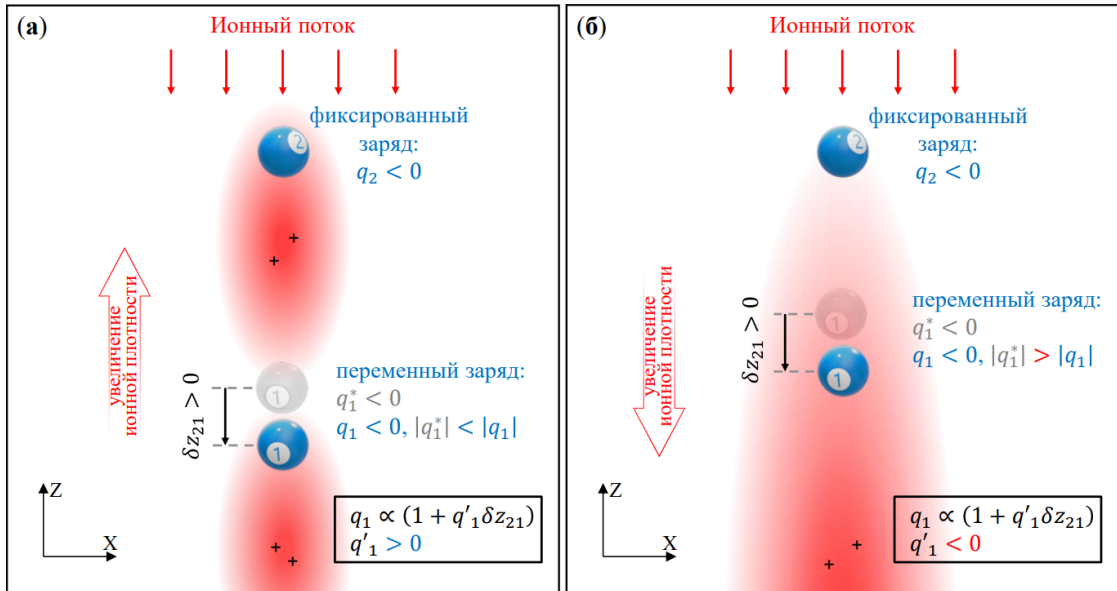


Рис. 4.8. Изменение заряда нижней частицы в зависимости от ее положения относительно ионного следа верхней частицы: (а) между частицами или (б) позади обеих.

При этих предположениях можно также оценить силу, с которой нижняя частица действует на верхнюю. Используя приближенное уравнение [54]

$$\langle F_{12} \rangle \approx m f_{12}^{(X)} \Delta, \quad (4.2)$$

расчеты показывают, что для модели точечного следа и модели Компанейца с близкими к экспериментальным значениям производных уравнение (4.2) имеет погрешность 5–20%. Оценка силы $\langle F_{12} \rangle$, полученная из уравнения (4.2), представлена на Рис. 4.9, из которого видно, что эта сила увеличивается с увеличением мощности и давления. Обратите внимание, что в работе [54] существует также уравнение (см. уравнение (15) в работе) для определения удельной силы $\langle F_{12} \rangle$ из баланса сил. Однако это уравнение здесь неприменимо из-за недостаточной точности определения отношения $f_1^{(X)} / f_2^{(X)}$.

Таблица 4.1. Сравнение производных сил взаимодействия при разных положениях максимума ионного следа (т. е. между частицами или за ними) и разных моделях нижнего заряда частиц (фиксированных или переменных). Расчеты проводились для взаимодействия частиц с использованием точечной модели ионного следа [92] с достаточно сильной невзаимностью ($f_{21}^{(Y)}/f_{12}^{(Y)} < 0$) с учетом условий вертикальной устойчивости [92,199] и флуктуаций заряда, достаточных для выполнения условия $|f_{21,eff}^{(Y)}/f_{12}^{(Y)}| > 1$.

Положение ионного следа	Между частицами		Позади частиц		Без следа (изотропная плазма)
	фикс.	перем.	фикс.	перем.	
Фиксированный/переменный заряд q_1	фикс.	перем.	фикс.	перем.	фикс.
$f_{12}^{(Y)}$	< 0	< 0	< 0	< 0	< 0
$f_{21,eff}^{(Y)}$	> 0	< 0	> 0	> 0	< 0
$ f_{21,eff}^{(Y)} / f_{12}^{(Y)} $	< 1	> 1	< 1	> 1	= 1

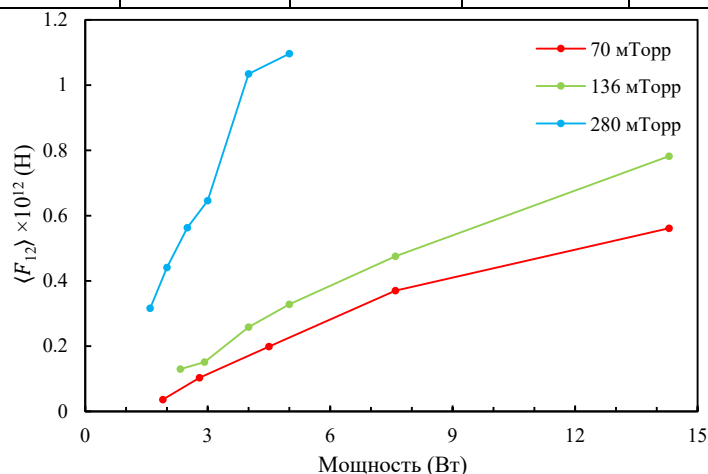


Рис. 4.9. Оценка силы $\langle F_{12} \rangle$, с которой нижняя частица действует на верхнюю.

4.1.3 Результаты для цепочечных структур частиц в приэлектродном слое

На Рис. 4.10 показан пример полученных спектральных плотностей колебаний частиц, относительных и совместных их смещений для цепочки из 4 частиц в горизонтальном направлении при давлении газа 140 мТорр и мощности разряда 2.69 Вт и их аппроксимации. Нумерация частиц начинается с верхней (по направлению ионного потока) частицы, см. Рис. 4.11(в). Как отмечено в предыдущем подразделе, из-за возможной флуктуации зарядов частиц, находящихся в кильватерном ионном следе соседней частицы, изучение удельных производных межчастичных сил в продольном направлении не дает информации о реальном взаимодействии между частицами, поэтому рассматриваются производные только в поперечном направлении.

На Рис. 4.11 представлены восстановленные значения производных удельных межчастичных сил в случае ближайших соседей и внешних сил в поперечном направлении для цепочек 4 частиц при параметрах 72 мТорр, 2.22 Вт (Рис. 4.11 (а)) и 140 мТорр, 2.69 Вт (Рис. 4.11 (б)). Получено, что производная удельной внешней силы, действующей со стороны поля ловушки на вторую частицу, на 31% и 60% меньше значения производной аналогичной силы, действующей на первую частицу. С учетом того, что в эксперименте были использованы монодисперсные частицы, данное заметное уменьшение значения производной для второй частицы говорит о значительном влиянии эффекта разрядки, вызванного влиянием верхней частицы на ионные потоки вблизи соседней снизу. Подобный эффект уменьшения заряда нижней частицы наблюдался ранее для вертикальной пары частиц. Однако уже третья частица имеет практически аналогичное значение производной, как и у первой (95% и 87%, соответственно). В случае последней частицы наблюдается подобный же эффект, что и у первой пары частиц, – уменьшение значений производных удельных внешних сил на 28% и 11% относительно значения у третьей частицы, соответственно. Данный результат подтверждает имеющиеся как экспериментальные [53,91], так и теоретические работы для систем из двух частиц [89,90]. Подобные же эффекты для цепочек были получены в рамках численного моделирования [136,200].

Рассмотрим восстановленные производные удельных сил взаимодействия между ближайшими соседями, так как они имеют наибольшие абсолютные значения. Наблюдается значительное нарушение симметрии межчастичного эффективного взаимодействия: производные удельных сил, действующих со стороны нижерасположенных частиц на соседние вышерасположенные частицы ($f_{\uparrow}^{(X)}$), и сил от вышерасположенных к нижерасположенным частицам ($f_{\downarrow}^{(X)}$) не равны и имеют разные знаки. Отрицательные значения производных сил, с которыми верхние частицы действуют на нижние, показывают, что при горизонтальном смещении нижней частицы из ее положения равновесия возникает эффективная сила притяжения, которая стремится вернуть нижнюю частицу в исходное положение равновесия. Для сравнения отметим, что если бы частицы взаимодействовали посредством чисто отталкивающего сферически симметричного потенциала, то производные рассматриваемых межчастичных сил были бы положительными и равными друг другу. Однако с увеличением интенсивности поля кильватерного ионного следа производная может менять знак из-за сильного эффективного притяжения нижерасположенной отрицательно заряженной микрочастицы к положительному объемному заряду ионного следа от вышерасположенной соседней частицы, что подтверждается проведенным экспериментом.

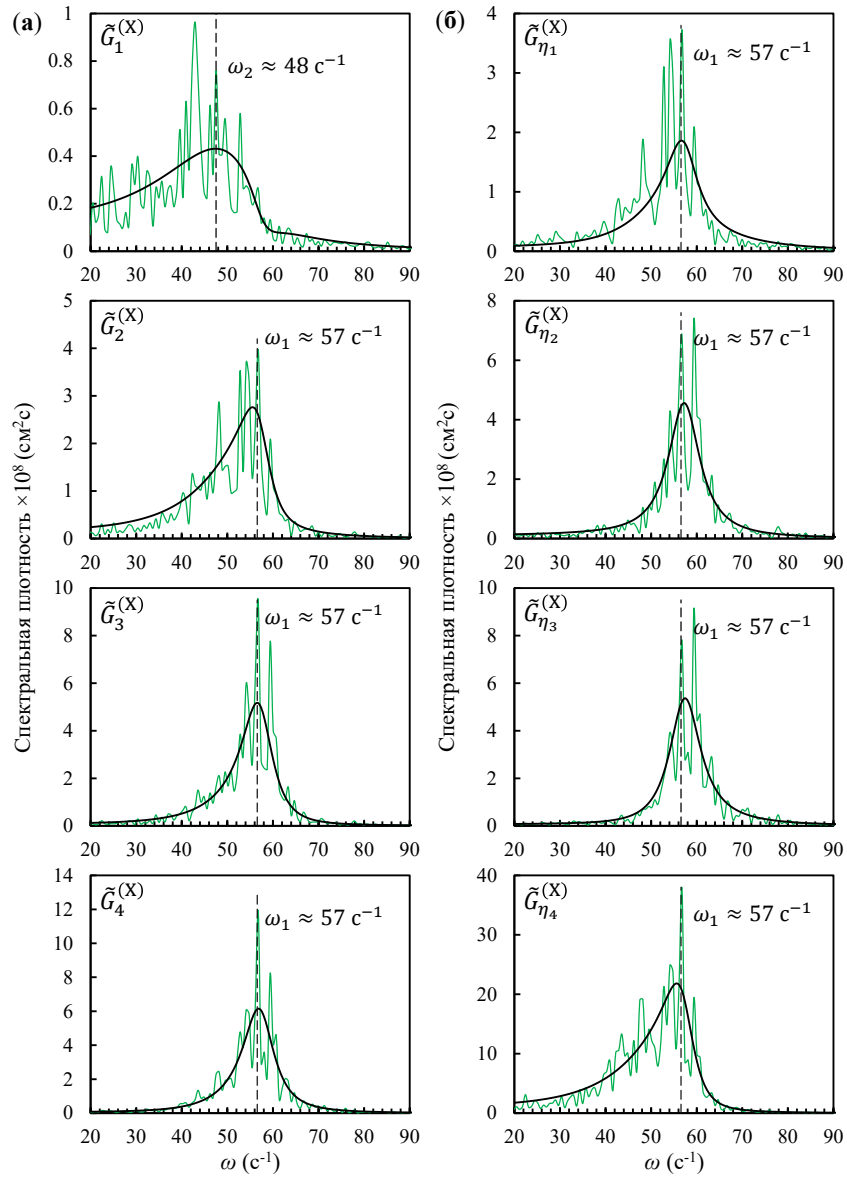


Рис. 4.10. Спектральные плотности (а) колебаний частиц и (б) относительных и совместных их смещений в горизонтальном направлении, полученные в эксперименте (зеленые линии) для давления газа 140 мТорр и мощности разряда 2.69 Вт, и их аппроксимации (черные линии).

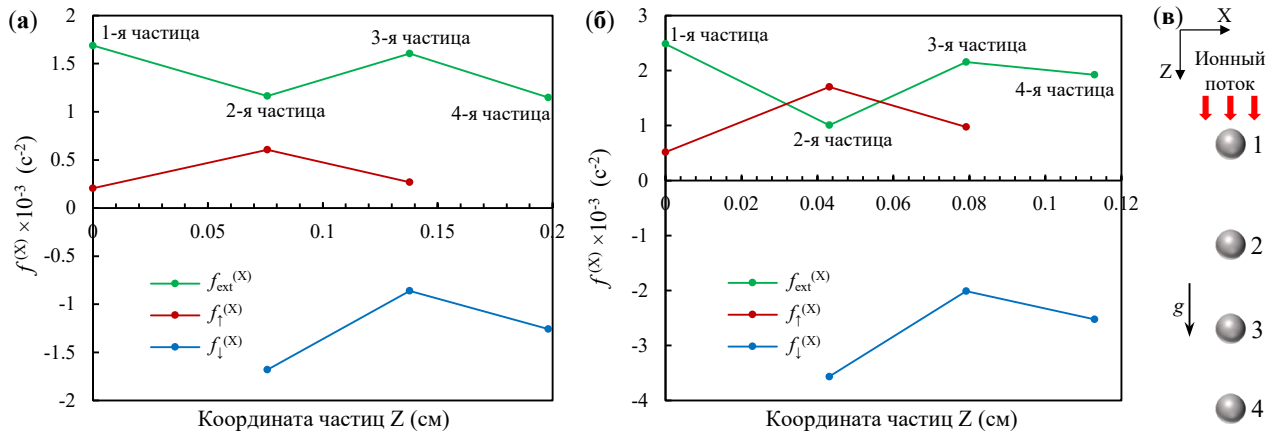


Рис. 4.11. Производные удельных сил, действующих на i -ю частицу в цепочке из 4-х частиц при параметрах **(а)** 72 мТорр, 2.22 Вт и **(б)** 140 мТорр, 2.69 Вт: $f_{\text{ext}}^{(X)}$ (зеленый цвет) – внешняя сила со стороны поля ловушки, $f_{\uparrow}^{(X)}$ (красный) – сила, с которой ближайшая нижерасположенная частица (под номером $i + 1$) воздействует на i -ю частицу, $f_{\downarrow}^{(X)}$ (синий) – сила, с которой вышерасположенная частица (под номером $i - 1$) действует на i -ю частицу. **(в)** Конфигурация микрочастиц в эксперименте.

Также была исследована более длинная цепочка – из 8 частиц, но из-за вычислительных сложностей обработка результатов экспериментов была проведена в ограниченном виде – рассматривались только спектральные плотности смещений самих частиц без относительных и совместных смещений. На Рис. 4.12 представлены полученные производные удельных сил для 8 частиц при 70 мТорр и 2.4 Вт. Аналогично предыдущим случаям получено, что производная удельной внешней силы, действующей на вторую частицу, на 19% меньше значения производной для первой частицы, однако при этом значения для других частиц слабо меняются и находятся в пределах $\pm 6\%$ от значения первой частицы. Для производных удельных межчастичных сил между ближайшими соседями получена качественно аналогичная предыдущим случаям ситуация – наблюдается значительное нарушение симметрии взаимодействия, производные сил, направленных на частицы сверху и снизу, имеют разные знаки. Стоит отметить, что производная со стороны верхних соседей уменьшается по абсолютному значению вниз и в конечном итоге производная меняет знак, то есть взаимодействие между последними частицами является чисто отталкивающим.

Для каждой пары соседних частиц (i и $j = i + 1$) было определено среднее межчастичное расстояние $\Delta_{ij} = z_j - z_i$, а также сделана оценка параметра асимметрии межчастичного взаимодействия: $A_{ij} = 1 - f_{ij}^{(X)} / f_{ji}^{(X)}$, см. Рис. 4.13. В исследуемой нитевидной структуре, состоящей из 8 частиц, наименьшее межчастичное расстояние и наибольшее нарушение

симметрии взаимодействия было зарегистрировано между частицами 3 и 4. В нижней части структуры с ростом i асимметрия уменьшается.

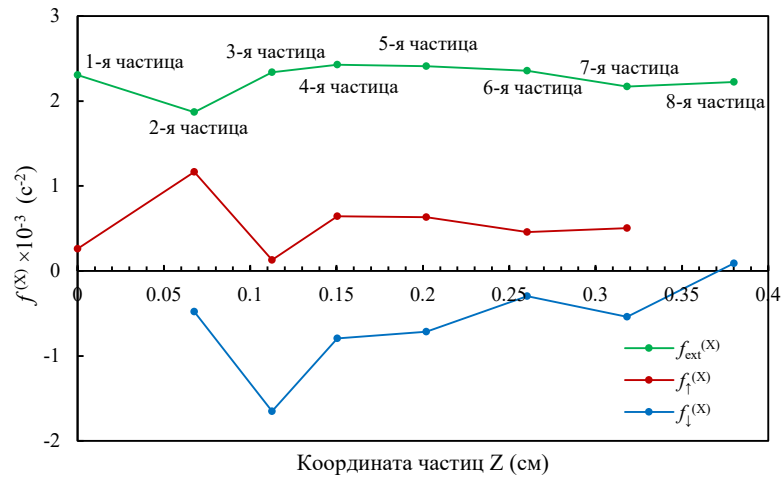


Рис. 4.12. Производные удельных сил, действующих на i -ю частиц в цепочке из 8-ми частиц при давлении 70 мТорр и 2.4 Вт: $f_{ext}^{(X)}$ (зеленый цвет) – внешняя сила со стороны поля ловушки, $f_i^{(X)}$ (красный) – сила, с которой ближайшая нижерасположенная частица (под номером $i + 1$) воздействует на i -ю частицу, $f_l^{(X)}$ (синий) – сила, с которой вышерасположенная частица (под номером $i - 1$) действует на i -ю частицу.

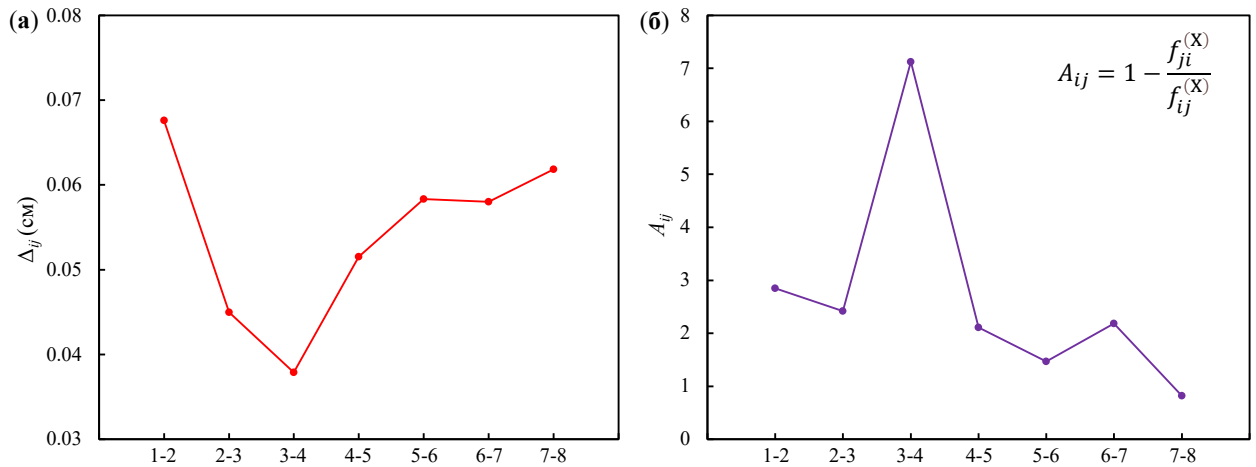


Рис. 4.13. (а) Среднее межчастичное расстояние $\Delta_{ij} = z_j - z_i$ и (б) параметр асимметрии взаимодействия A_{ij} , найденные для различных пар соседних частиц (i и $j = i + 1$).

4.2 Анализ экспериментов в стратифицированном тлеющем разряде постоянного тока

4.2.1 Условия экспериментов в газовом разряде постоянного тока

Экспериментальное исследование вертикальных пар микрочастиц проводилось в газовом разряде постоянного тока. Газоразрядная стеклянная трубка длиной 1250 мм и внутренним диаметром 40 мм откачивалась до рабочего давления 2 Па. После чего между анодом и катодом, расстояние между которыми составляло 1050 мм, зажигался разряд постоянного тока. В ходе эксперимента сила тока разряда менялась в диапазоне от 0.75 мА до 1.95 мА, а напряжение

разряда варьировалось в диапазоне от 4.00 кВ до 6.23 кВ при неизменном давлении. В верхней части трубки располагался инжектор пылевых частиц, который представлял собой контейнер с пьезоизлучателем. Контейнер заполнялся монодисперсными частицами полистирола диаметром 4.6 мкм, которые поштучно вбрасывались в разряд при подаче на пьезоизлучатель сигнала от генератора импульсов. Частицы падали в область положительного столба разряда, где происходила их зарядка и захват в областях ионизации – стратах. Эксперименты проводились как с двумя, так и с тремя микрочастицами в различных пространственных конфигурациях. Для визуализации микрочастиц использовался однородный расширенный пучок диаметром 3 см твердотельного лазера мощностью 200 мВт, заведенный через стеклянное дно трубки. Движение частиц регистрировалось в вертикальной плоскости при помощи высокоскоростной видеокамеры с частотой видеосъемки 200 кадров/с и пространственным разрешением 215 пикс/мм.

В результате компьютерной обработки видеоизображений были определены траектории движения микрочастиц. Дальнейший спектральный анализ траекторий двух взаимодействующих частиц в страте позволил определить производные компонент сил межчастичного взаимодействия, а также внешних удерживающих сил, действующих на частицы со стороны страты. Также с целью определения отношения градиентов электрических полей страты в области левитации частиц был проведен дополнительный анализ динамики уединенной частицы в страте при тех же параметрах разряда, которые устанавливались в экспериментах с двумя частицами.

Для создания внешних возмущений использовался сфокусированный пучок лазерного излучения диаметром 1 мм, источником которого служил непрерывный твердотельный лазер мощностью до 1.5 Вт. Отметим, что подобные эксперименты по лазерному воздействию на пару левитирующих в разряде микрочастиц проводились и ранее [45–48], однако все они носили лишь качественный характер, поскольку существовавшие ранее методики не позволяли точно измерить силы межчастичного взаимодействия и внешние силы, действующие в системе.

При инжекции двух микрочастиц в газоразрядную трубку, частицы в страте изначально всегда располагаясь друг над другом вдоль вертикальной оси трубки (см. Рис. 4.14(а)). Однако в результате воздействия сфокусированным лазерным лучом на нижнюю частицу, частицы переходили в горизонтальное положение и сохраняли эту конфигурацию после прекращения внешнего воздействия лазером (см. Рис. 4.14(б)). При этом воздействие сфокусированным лазерным лучом на верхнюю частицу не приводило к какому-либо конфигурационному изменению в расположении частиц. Таким образом, лазерные манипуляции показали, что пара частиц при данных параметрах разряда может находиться в двух устойчивых конфигурациях: вертикальной и горизонтальной. Наблюдаемый отклик системы на лазерное воздействие дает

основание полагать, что в системе с вертикальной конфигурацией с ростом амплитуды колебаний нижней частицы возможно развитие амплитудной неустойчивости с переходом в горизонтальную конфигурацию. Можно предположить, что такая ситуация будет наблюдаться, например, при использовании светопоглощающих частиц [201,202] или янус-частиц [203–205], т.е., активных частиц, кинетическая энергия которых увеличивается с ростом интенсивности лазерной подсветки. Отметим, что в результате вброса дополнительной третьей частицы наблюдалось сосуществование вертикальной и горизонтальной конфигураций, см. Рис. 4.14(в).

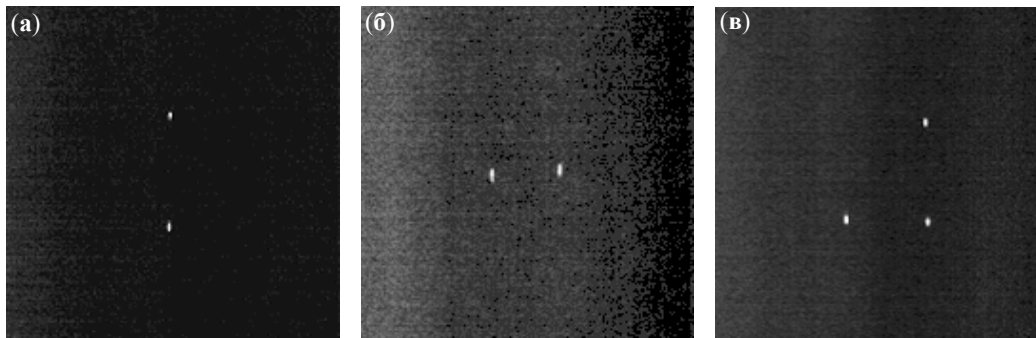


Рис. 4.14. Кадры видеозаписей различных положений микрочастиц в нижней страте положительного столба разряда постоянного тока при давлении буферного газа 2 Па и силе тока 0.75 мА. (а) – вертикальная конфигурация частиц до лазерного воздействия (для определенности нижней частице присвоен индекс «1», а верхней – «2»); (б) – частицы в горизонтальной плоскости после воздействия лазером на нижнюю частицу; (в) – устойчивая конфигурация из трёх частиц.

4.2.2 Измерение действующих на частицы сил

С помощью метода, предложенного в **Главе III**, был проведен спектральный анализ траекторий частиц. На Рис. 4.15 приведены примеры спектров колебаний одиночной частицы и вертикально ориентированной пары частиц. Для определенности присвоим индекс «1» нижней частице, а «2» — верхней. Аппроксимация полученных спектральных плотностей одиночной частицы дает информацию о силах, действующих на заряженную микрочастицу со стороны страты, а именно: $f^{(X)} = \alpha q/m$ и $f^{(Z)} = \beta q/m$. Аппроксимация спектральных плотностей для вертикально ориентированной пары частиц позволила определить производные удельных сил взаимодействия ($f_{21}^{(X)}$ и $f_{12}^{(X)}$) и ограничивающих сил ($f_1^{(X)}$ и $f_2^{(X)}$). На Рис. 4.15 показано, как аналитические функции согласуются с экспериментально измеренными спектральными плотностями колебаний одиночной частицы и вертикально ориентированной пары частиц. Экспериментальные данные о силах, действующих на одиночную частицу ($f_{\text{ext}}^{(X)}$ и $f_{\text{ext}}^{(Z)}$) и между вертикально ориентированными частицами ($f_{21}^{(X)}$ и $f_{12}^{(X)}$) представлены на Рис. 4.16(а) и (б) в зависимости от силы разрядного тока. Отношение $f_1^{(X)}/f_2^{(X)}$ для вертикальной пары частиц

показано на Рис. 4.16(в). Статистическая погрешность измерения сил, вызванная фиттированием экспериментальной спектральной плотности с некоторым шум, можно оценить с помощью «бутстрэппинга» [206]. Доверительные интервалы, которые содержат 95% бутстреп-значений, находятся в пределах $\pm 8\%$ для удерживающих сил и $\pm 11\%$ для сил взаимодействия между частицами.

Толщина страты составляла около 3 см при всех значениях тока. Частицы левитировали примерно на три миллиметра ниже центра страты. С увеличением тока разряда среднее расстояние, разделяющее вертикально расположенные частицы, уменьшалось с 0.7 до 0.4 мм. Грубая оценка ионной длины Дебая, основанная на имеющихся численных данных [207,208], дает тот же порядок величины, что и расстояние между частицами. Поскольку частицы располагались далеко от края страты и расстояние между частицами было много меньше толщины страты, то для дальнейшего анализа результатов эксперимента будем считать, что условия плазмы вблизи частиц относительно постоянны. По аналогии с **подразделом 4.1.2**, для монодисперсных частиц имеем

$$f_1^{(X)}/f_2^{(X)} \approx q_1/q_2. \quad (4.3)$$

На Рис. 4.16(в) видно, что с увеличением разрядного тока отношение q_1/q_2 изменилось с 0.75 до 0.7. По мере увеличения напряжения скорость дрейфующих ионов увеличивается, и частица выше по потоку усиливает потоки ионов к отрицательно заряженной частице ниже по потоку. Этот результат согласуется с предыдущими экспериментами, проведенными в емкостных ВЧ-разрядах [47,53,91], а также с численным моделированием [89,90], демонстрирующим так называемый эффект разрядки. Интересно, что значения $f^{(X)}$ и $f_2^{(X)}$, полученные для одиночной частицы и верхней частицы вертикальной пары соответственно, с учетом погрешностей измерений практически совпадают. Такой же результат наблюдался ранее в ВЧ-разряде [91].

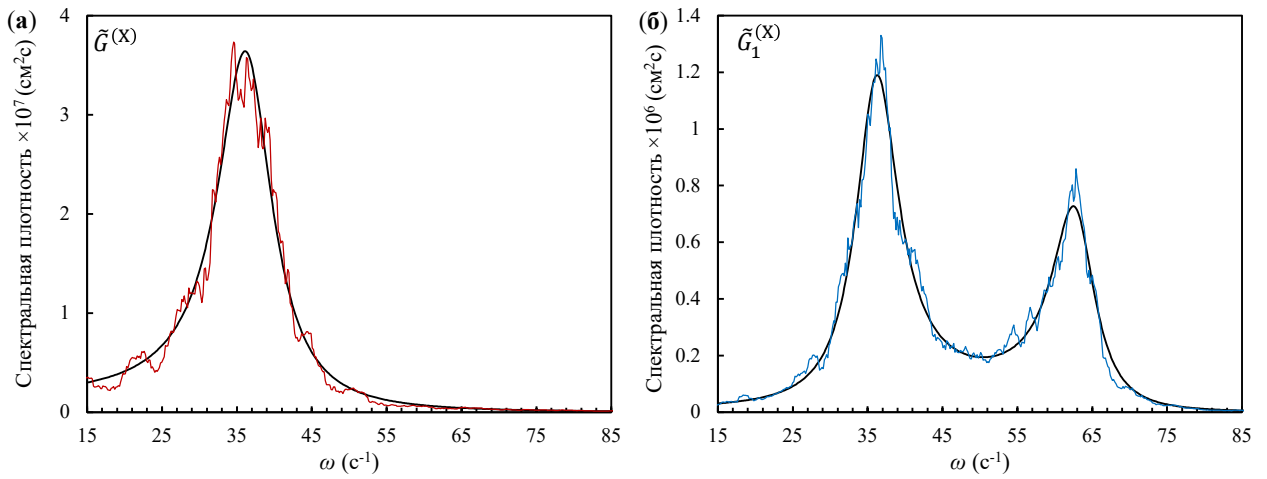


Рис. 4.15. Спектральная плотность (а) горизонтальных колебаний одиночной частицы $\tilde{G}^{(X)}$ и (б) нижней частицы $\tilde{G}_1^{(X)}$ в системе двух вертикально ориентированных частиц. Цветными линиями показаны экспериментальные данные, полученные для 1.05 мА, а черной линией — аппроксимация аналитическими функциями.

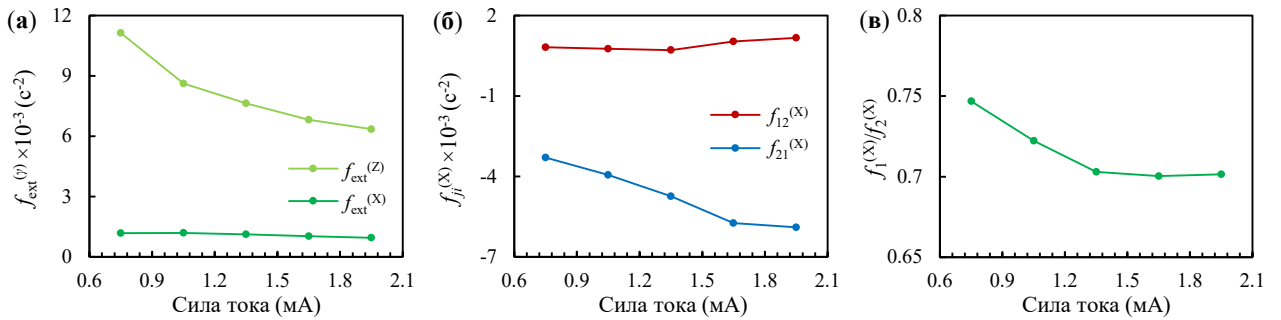


Рис. 4.16. Производные удельных (а) удерживающих сил, действующих на одиночную частицу ($f_{\text{ext}}^{(X)}$ и $f_{\text{ext}}^{(Z)}$) и (б) сил взаимодействия, действующих между вертикально ориентированными частицами ($f_{21}^{(X)}$ и $f_{12}^{(X)}$), в зависимости от разрядного тока. (в) Отношение $f_1^{(X)}/f_2^{(X)}$ для вертикальной пары частиц в зависимости от тока разряда.

4.2.3 Критерии устойчивости вертикальной пары частиц

Рассмотрим систему двух взаимодействующих частиц в страте тлеющего разряда. Газоразрядная трубка установлена вертикально в поле силы тяжести, направленном против оси Z . Напомним, что индекс «1» присвоен нижней частице, т. е. расположенной ниже по оси Z , а «2» — верхней. Гравитация и электростатическое отталкивание двух частиц компенсируются удерживающим электрическим полем страты. Частицы считаются сильно связанными, поэтому они находятся в тепловом движении вокруг своих положений равновесия.

Рассмотрим поперечную устойчивость системы, то есть устойчивость к малым смещениям частиц перпендикулярно линии, соединяющей положения равновесия частиц.

Устойчивость вертикальной конфигурации определяется откликом системы на смещения в горизонтальной плоскости (например, по оси X), а для определения устойчивости горизонтальной конфигурации рассматриваются смещения частиц только в вертикальном направлении (вдоль ось Z). Если условие [92,209]

$$\frac{f_{21}^{(\gamma)}}{|f_1^{(\gamma)}|} + \frac{f_{12}^{(\gamma)}}{|f_2^{(\gamma)}|} < 1 \quad (4.4)$$

выполняется, то конфигурация стабильна. Здесь $f_{ji}^{(\gamma)}$ – производная γ -компоненты удельной силы \mathbf{F}_{ji}/m_i , действующей на i -ю частицу с массой m_i со стороны j -й, $f_i^{(\gamma)}$ – производная γ -компоненты удельной удерживающей силы \mathbf{F}_i/m_i , действующей на i -ю частицу. Выбор компоненты силы и направления производной указывается верхним индексом: $\gamma = X$ или Z .

Далее предположим, что частицы имеют одинаковую массу $m_i \equiv m$, разные отрицательные заряды ($q_1 < 0$ и $q_2 < 0$), а напряженность электрического поля $\mathbf{E}(r, z)$ является линейной с радиальной составляющей $E_r = \alpha r$ и вертикальная составляющая $E_z = E_0 + \beta z$, где $r \equiv (x^2 + y^2)^{0.5}$ — радиальная координата, z – вертикальная координата, $\alpha > 0$ и $\beta > 0$ – градиенты напряженности электрического поля, а E_0 определяется балансом сил, действующих в системе. Более ранние эксперименты [47,91] показали, что при вертикальном расположении частиц (параллельно ионному потоку) заряд нижней (по потоку) частицы становится меньше заряда верхней из-за эффекта разрядки, вызванного ионным следом, то есть $|q_1| < |q_2|$. Для горизонтально расположенной пары частиц (перпендикулярно потоку ионов) заряды частиц равны ($q_1 = q_2 \equiv q$), поскольку в этом случае высота левитации частицы зависит от соотношения заряда к массе.

Если вектор силы межчастичного взаимодействия \mathbf{F}_{ij} и вектор межчастичного расстояния $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ коллинеарны, то с учетом уравнения баланса сил [92,199,210] условие (4.4) сводится к

$$\frac{\alpha^*}{\beta} > 1 \quad (4.5)$$

для вертикальной конфигурации частиц, где

$$\alpha^* = \alpha + \left(\frac{1}{|q_1|} - \frac{1}{|q_2|} \right) \frac{mg}{\Delta}, \quad (4.6)$$

g – ускорение свободного падения, $\Delta = \langle r_{ij} \rangle$ – расстояние между частицами, находящимися в равновесии; и

$$\frac{\alpha}{\beta} < 1 \quad (4.7)$$

для горизонтальной конфигурации. Отметим, что коллинеарность \mathbf{F}_{ij} и \mathbf{r}_{ij} выполняется для всего семейства потенциалов со сферической симметрией, простейшим примером которого является кулоновский потенциал. Очевидно, что для частиц с одинаковыми зарядами условие (4.5) сводится к $\alpha/\beta > 1$ [210].

4.2.4 Экспериментальная проверка критериев устойчивости

Полученные экспериментальные данные позволяют проверить аналитические критерии конфигурационной устойчивости системы. Эксперимент с одиночной микрочастицей показывает, что во всем диапазоне разрядного тока (от 0.75 мА до 1.95 мА) при давлении 2 Па градиент электрического поля вдоль оси газоразрядной трубки (вертикальной оси) в несколько раз превышает радиальный (горизонтальный) градиент в области левитации частиц, см. синюю кривую на Рис. 4.17(а). В условиях, когда частицы имеют равные массы, заряды и симметричное взаимодействие, согласно условию (4.7), горизонтальное положение предпочтительнее для пары частиц. В рассматриваемых экспериментах при горизонтальном ориентировании двух частиц их заряды можно считать равными, а эффективным нарушением симметрии межчастичного взаимодействия можно пренебречь.

При $\alpha/\beta < 1$, как следует из условий (4.4) и (4.5), для поперечной устойчивости вертикальной конфигурации двух одинаковых частиц помимо внешнего удержания необходимы следующие условия: неравные заряды частиц ($q_1/q_2 < 1$) и эффективное нарушение симметрии межчастичного взаимодействия ($f_{21}^{(X)} \neq f_{12}^{(X)}$). Такие неравенства могут возникать при наличии ионного дрейфа, вызванного аксиальным электрическим полем.

Принимая во внимание уравнение (4.6) для α^* и уравнение (4.3) для отношения q_1/q_2 , левую часть неравенства (4.5) можно переписать как $\alpha^*/\beta = \{|f_2^{(X)}| + (f_2^{(X)}/f_1^{(X)} - 1)g/L\}/|f^{(Z)}|$. Поскольку условие (4.5) не выполняется при силе тока менее 1.4 мА (см. оранжевую кривую на Рис. 4.17(а)), устойчивость вертикальной пары должна дополнительно обеспечиваться неравенством производных сил межчастичного взаимодействия. На Рис. 4.17(б) показана левая часть неравенства (4.4) в зависимости от силы разрядного тока. Легко видеть, что условие (4.4) для вертикально ориентированной пары частиц выполняется для всех разрядных токов.

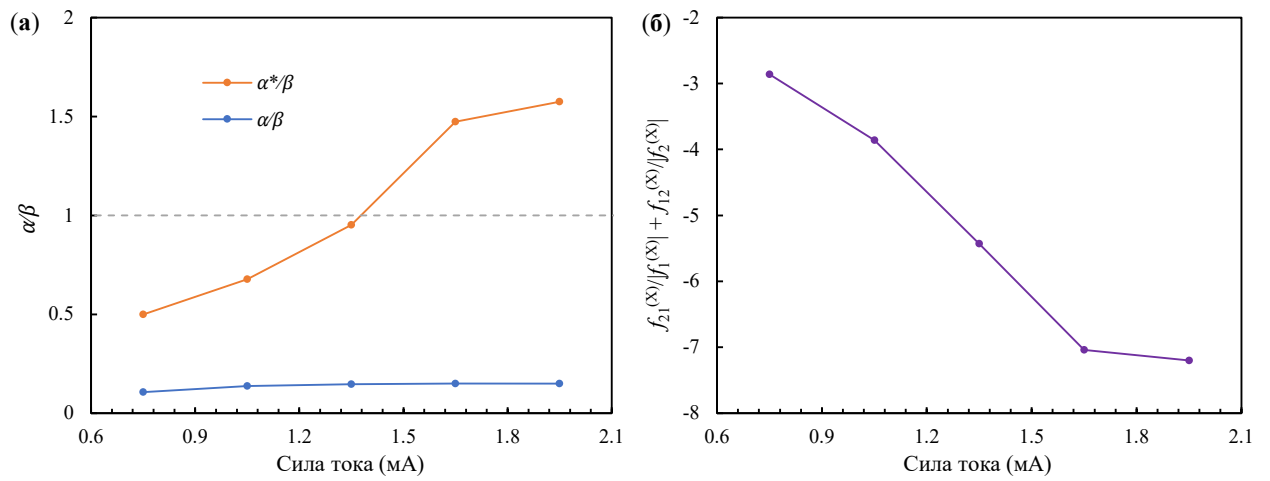


Рис. 4.17. (а) Отношение горизонтального к вертикальному градиенту электрического поля α/β и отношение α^*/β , входящее в левую часть неравенства (4.5), в зависимости от разрядного тока. (б) Левая часть неравенства (4.4) в зависимости от разрядного тока.

4.3 Выводы к четвертой главе

Исследованы силы несимметричного эффективного взаимодействия в вертикально ориентированной паре и в цепочечной структуре микрочастиц в приэлектродной области ВЧ разряда, а также в пары микрочастиц в стратифицированном тлеющем разряде постоянного тока. С помощью предложенного в третьей главе метода, основанного на анализе спектральной плотности колебаний частиц, были определены производные удельных внешних и межчастичных сил. Зарегистрировано значительное нарушение симметрии эффективного взаимодействия между частиц. При этом отрицательные значения производных сил, действующих со стороны вышерасположенных (по направлению ионного потока) частиц на соседние нижерасположенные частицы, показывают, что при горизонтальном смещении нижней частицы из ее положения равновесия возникает эффективная сила притяжения, которая стремится вернуть нижнюю частицу строго под верхнюю. Также во всех случаях наблюдался эффект разрядки (decharging effect), связанный с усилением за счет верхней микрочастицы ионных токов на нижерасположенную частицу.

В случае двух микрочастиц в ВЧ разряде были исследованы эффективные межчастичные силы в зависимости от давления буферного газа (в диапазоне от 70 до 280 мТорр) и мощности разряда (от 1.6 до 14.3 Вт). Используя предположение о флуктуации заряда нижней частицы, было определено, что аттрактор потенциала межчастичного взаимодействия находится между частицами. Была измерена сила, с которой нижняя частица действует на верхнюю частицу, сила увеличивается с увеличением мощности ВЧ и давления газа. Анализируя вертикальные колебания частиц, было обнаружено, что даже небольшие флуктуации заряда нижней частицы (порядка 0.1–1%), вызванные тепловым движением в кильватерном поле верхней, могут привести к значительной ошибке определения эффективного взаимодействия между частицами. В результате, даже если между частицами существует невзаимное притяжение, эффективное взаимодействие между частицами в вертикальной проекции оказывается отталкивающим.

Впервые экспериментально исследовано взаимодействие между пылевыми частицами, образующими цепочку частиц в приэлектродном слое ВЧ разряда. Определено, что наибольшее нарушение симметрии взаимодействия в длинной цепочке из 8 частиц соответствует наименьшему среднему расстоянию между частицами. В нижней части структуры асимметрия уменьшается в направлении ионного потока. Обнаружено, что наибольшему влиянию эффекта разрядки подвержена вторая (по направлению приэлектродного ионного потока) частица в цепочке.

Экспериментально исследована устойчивость вертикально ориентированной пары микрочастиц в стратифицированном тлеющем разряде постоянного тока. С помощью лазерных возмущений показано, что при одних и тех же параметрах разряда пара микрочастиц может

находиться в двух устойчивых конфигурациях: вертикальной и горизонтальной. Впервые количественно исследованы межчастичное взаимодействие и электрическое поле страты в области левитации частиц. Эффект разрядки нижней по потоку частицы кильватерным ионным следом также впервые наблюдался в тлеющем разряде. С использованием экспериментальных данных проверены аналитические критерии конфигурационной устойчивости системы.

Полученные результаты открывают новые перспективы для исследований различных задач физики дисперсных систем с нарушенной симметрией взаимодействия, где динамические и структурные характеристики системы зависят от геометрии взаимодействия частиц.

ГЛАВА V. ПРОЦЕССЫ ДИФФУЗИИ, СПЕКТРАЛЬНЫЕ И СТРУКТУРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОГРАНИЧЕННЫХ СИСТЕМ ЗАРЯЖЕННЫХ БРОУНОВСКИХ ЧАСТИЦ В ПРИСУТСТВИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Тепловое (броуновское) движение в ансамблях взаимодействующих частиц широко распространено в природе и наблюдается, например, в биологических и полимерных коллоидных растворах, в плазме продуктов сгорания, в атмосфере Земли и т.д. [1,4,211–214]. Однако, на настоящий момент аналитические модели для броуновской динамики частиц разработаны только для двух простейших случаев: невзаимодействующие частицы и одиночная заряженная частица, движение которой ограничено потенциальным полем ловушки. Анализ этих задач не позволяет исследовать влияние числа взаимодействующих частиц на характер их броуновского движения. Для этой цели широко используется численное моделирование. Особый интерес вызывает влияние теплового движения заряженных частиц на их динамику во внешних магнитных и электрических полях [215–217].

Экспериментальный, теоретический и численный анализ теплового движения взаимодействующих пылевых частиц в протяженных и ограниченных ансамблях, формирующихся в газоразрядной плазме без магнитного поля, представлен в работах [137,218–220]. Зависимости траекторий и среднеквадратичных смещений одиночной броуновской частицы в удерживающем силовом поле под воздействием магнитного поля исследовались в теоретических работах [215–217]. Экспериментальные исследования динамики пылевых частиц в магнитном поле представлены в работах [221–224] для газоразрядной плазмы.

Тем не менее, несмотря на большое количество работ по исследованию динамики заряженных броуновских частиц в потенциальных полях электрических ловушек [137,218–220,225–228], ряд вопросов на настоящий момент остаются невыясненным. Значительный рост интереса к исследованиям динамики заряженных частиц во внешних электромагнитных полях, наблюдаемый в настоящее время, по большей части связан с проблемами эффективности энергетических установок для Управляемого Термоядерного Синтеза (УТС) [229–234], а также с развитием технологий для переработки Отработанного Ядерного Топлива (ОЯТ) [235–241]. Многообещающей технологией является плазменная сепарация ОЯТ [235,237–241]. Данный подход предполагает преобразование радиоактивного вещества в низкотемпературную плазму с последующим пространственным разделением составляющих его ионов по массам. Основные трудности касаются вопросов эффективности разделения сепарируемого вещества и связаны с поиском оптимальных условий пространственного разделения ионов ОЯТ по массам.

5.1 Ограниченная система заряженных броуновских частиц, находящихся в постоянном электромагнитном поле

В данном разделе рассмотрены особенности движения систем заряженных частиц в постоянном пространственно-однородном электромагнитном поле и представлен анализ влияния тепловых флуктуаций на их динамику. Вычисления выполнялись для однозарядовых ионов (ионов с зарядовым числом $Z = 1$), если не указано иное, с атомной массой $M_1 = 240$ а.е.м., $M_2 = 150$ а.е.м. и $M_3 = 65$ а.е.м., моделирующих уран и продукты его деления [239,240] в широком диапазоне параметров, соответствующих рабочим условиям в существующих установках по разделению ОЯТ. Величина индукции магнитного поля B изменялась в пределах от 100 Гс до 1000 Гс. Значения коэффициента трения ионов за счет их столкновений с нейтралами окружающего газа соответствовали давлению буферного газа (такого, как аргон или гелий) от $\sim 1\text{мТор}$ до $\sim 10\text{мТор}$, соответственно [75]. Отметим, что этот тип газа при близких давлениях может применяться в качестве рабочего для установок плазменного разделения компонентов ОЯТ [238,239]. Подчеркнем, что исследование динамики ограниченных систем заряженных частиц разной массы могут быть полезны как для изучения свойств пылевой плазмы, так и с точки зрения поиска оптимальных условий пространственного разделения ионов ОЯТ [235–240].

5.1.1 Поведение системы в постоянном электромагнитном поле

Для анализа влияния внешнего постоянного электрического поля $\mathbf{E} = [E^{(X)}, E^{(Y)}, E^{(Z)}]$ на смещения частиц в постоянном магнитном поле с индукцией $\mathbf{B} = [0, B, 0]$ (направленном по оси Y) под действием случайной броуновской силы $\mathbf{F}_b = [F_b^{(X)}, F_b^{(Y)}, F_b^{(Z)}]$ запишем систему уравнений движения частицы с зарядом q и массой m в виде:

$$\frac{dV^{(X)}}{dt} = -\nu V^{(X)} + \frac{qE^{(X)}}{m} - \omega_B V^{(Z)} + \frac{F_b^{(X)}}{m}, \quad (5.1)$$

$$\frac{dV^{(Y)}}{dt} = -\nu V^{(Y)} + \frac{qE^{(Y)}}{m} + \frac{F_b^{(Y)}}{m}, \quad (5.2)$$

$$\frac{dV^{(Z)}}{dt} = -\nu V^{(Z)} + \frac{qE^{(Z)}}{m} + \omega_B V^{(X)} + \frac{F_b^{(Z)}}{m}. \quad (5.3)$$

Здесь x, y, z – координаты частицы, $V^{(X)} = dx/dt$, $V^{(Y)} = dy/dt$, $V^{(Z)} = dz/dt$, ν – коэффициент трения заряженных частиц за счет их столкновений с нейтралами окружающего газа, $\omega_B = qB/m$ – циклотронная частота, а корреляторы броуновской силы подчиняются уравнениям: $\langle F_b^{(X)} \rangle = \langle F_b^{(Z)} \rangle \equiv 0$, $\langle F_b^{(X)} F_b^{(Z)} \rangle \equiv 0$, $\langle x F_b^{(X)} \rangle = \langle z F_b^{(Z)} \rangle \equiv 0$, $\langle z F_b^{(X)} \rangle = \langle x F_b^{(Z)} \rangle \equiv 0$, $\langle V^{(Z)} F_b^{(X)} \rangle = \langle V^{(X)} F_b^{(Z)} \rangle \equiv 0$ (угловые скобки $\langle \rangle$ обозначают усреднение по времени при $t \rightarrow \infty$).

В случае $E^{(Y)} = E^{(Z)} = 0$, $E^{(X)} = E$ аналитическое решение задачи (5.1) и (5.3) для начальных условий (при $t = 0$: $x = z = 0$, $V^{(X)} = V^{(Z)} = 0$) можно записать в виде

$$x(t) = \frac{qE}{m(\omega_B^2 + \nu^2)} \left[\nu t + \frac{\omega_B^2 - \nu^2}{\omega_B^2 + \nu^2} (1 - \exp(-\nu t) \cos(\omega_B t)) - \frac{2\omega_B \nu}{\omega_B^2 + \nu^2} \exp(-\nu t) \sin(\omega_B t) \right], \quad (5.4)$$

$$z(t) = \frac{qE}{m(\omega_B^2 + \nu^2)} \left[\omega_B t - \frac{\omega_B^2 - \nu^2}{\omega_B^2 + \nu^2} \exp(-\nu t) \sin(\omega_B t) - \frac{2\omega_B \nu}{\omega_B^2 + \nu^2} (1 - \exp(-\nu t) \cos(\omega_B t)) \right]. \quad (5.5)$$

Отметим, что наличие $E^{(Y)} \neq 0$ никак не влияет на эффективность разделения ионов, также как и наличие $E^{(Z)} \neq 0$, которое способно только ускорить уход частиц на стенки установки при условии $((E^{(X)})^2 + (E^{(Z)})^2)^{1/2} > E$.

В первом приближении влияние тепловых флуктуаций частиц на их движение в плоскости ортогональной магнитному полю можно оценить как

$$x(t) = x_0(t) \pm \sqrt{2D_{\perp} t}, \quad (5.6)$$

$$z(t) = z_0(t) \pm \sqrt{2D_{\perp} t}, \quad (5.7)$$

где $x(t)$ и $z(t)$ – смещения частиц при $T \neq 0$, $x_0(t)$ и $z_0(t)$ – смещения частиц при $T = 0$, а D_{\perp} – коэффициент поперечной диффузии в теории парных столкновений Таунсенда [242,243]:

$$D_{\perp} = \frac{D_0}{1 + \omega_B^2 \tau^2}. \quad (5.8)$$

Здесь $D_0 = T/m\nu$ – коэффициент диффузии без магнитного поля, T – температура частиц в энергетических единицах, а $\tau = 1/\nu$ – среднее время свободного пролёта (время торможения). Зависимость D_{\perp} от ω_B/ν показана на Рис. 5.1(а). Коэффициент продольной диффузии D_{\parallel} частиц в направлении параллельном действующему магнитному полю равен D_0 . На Рис. 5.1(б) показаны реальные значения коэффициента продольной диффузии $D_{\perp}(\nu)$ для ионов различных зарядов и массы при $B = 200$ Гс в диапазоне ν от 10^3 с⁻¹ до 10^5 с⁻¹, который соответствует давлению буферного газа (такого, как аргон или гелий) ~ 0.1 мТор и ~ 10 мТор. Отметим, что в теоретических работах поиск коэффициентов продольной и поперечной диффузии заряженных частиц в магнитном поле обычно опирается на вычисление обобщенных тензоров [242,243].

Рассмотрим простой вывод формул для слабонеидеальных сред с параметром неидеальности $\Gamma = q^2/l_p T \ll 1$ на основе определения корреляторов скоростей и смещений частиц [244]; здесь $l_p = 1/\sqrt[3]{n}$, а n – концентрация заряженных частиц. Вывод формулы Таунсенда в случае (5.1) и (5.3) может строиться на методе, подробно описанном в работе [244]. Следуя алгоритму упомянутой работы, получаем

$$\nu D_{\perp} = \frac{qB}{m} \langle xV^{(Z)} \rangle + \frac{T}{M}, \quad (5.9)$$

$$\nu \langle xV^{(Z)} \rangle = -\frac{qB}{m} D_{\perp}. \quad (5.10)$$

Откуда следует формула Таунсенда (5.8). При выводе использовались соотношения: $\langle xV^{(Z)} \rangle \equiv -\langle zV^{(X)} \rangle$, $D_{\perp} = D^{(X)} = D^{(Z)} = \langle xV^{(X)} \rangle = \langle zV^{(Z)} \rangle$ [244].

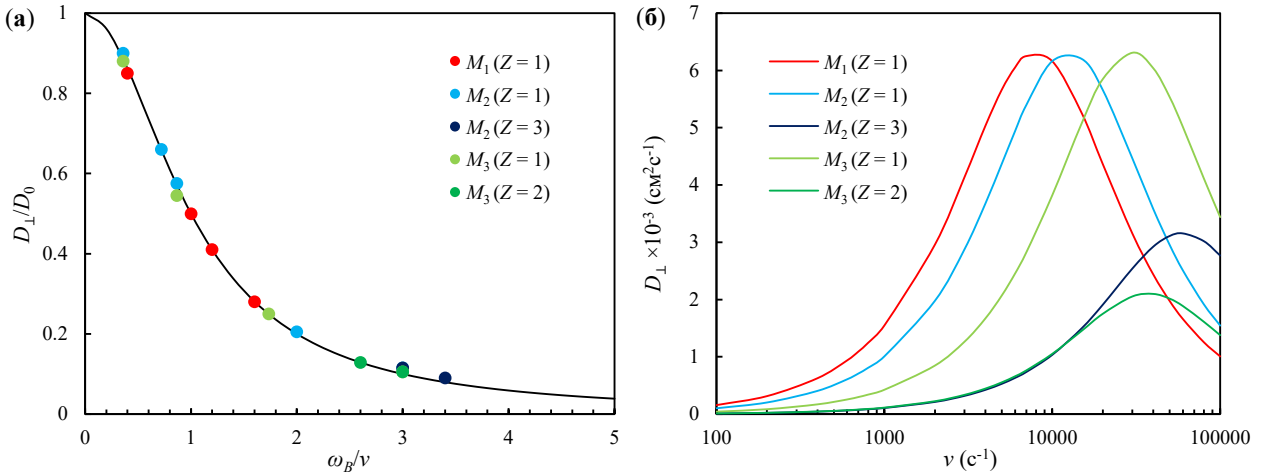


Рис. 5.1. (а) Зависимость отношения D_{\perp}/D_0 от ω_B/ν (сплошная линия – формула Таунсенда (5.8), символы – результаты численного моделирования); (б) зависимость D_{\perp} от ν для $B = 200$ Гс и ионов с различными параметрами. Представленные ионы: M_1 ($Z = 1$), M_2 ($Z = 1$ и 3) и M_3 ($Z = 1$ и 2).

Результаты решения (5.1) и (5.3) представлены на рисунках с Рис. 5.2 по Рис. 5.5. Поскольку $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ – координаты "вброса" исследуемых ионов (т.е. источника сепарируемого вещества), можно допустить, что воображаемая стенка установки при $E^{(Y)} = 0$ находится на плоскости ортогональной магнитному полю $B = B_y$ на расстоянии $L = \max[x; z]$ от источника сепарируемого вещества; при этом сам ион (или центр масс системы частиц) располагается от источника на расстоянии равном $(x^2 + z^2)^{1/2}$ (при $E^{(Y)} = 0$). Легко увидеть, что время t_c достижения ионами воображаемой стенки при $\nu t \gg 1$ обратно пропорционально величине $qE/m(\omega_B^2 + \nu^2)$, см. (5.4)-(5.5) и Рис. 5.2.

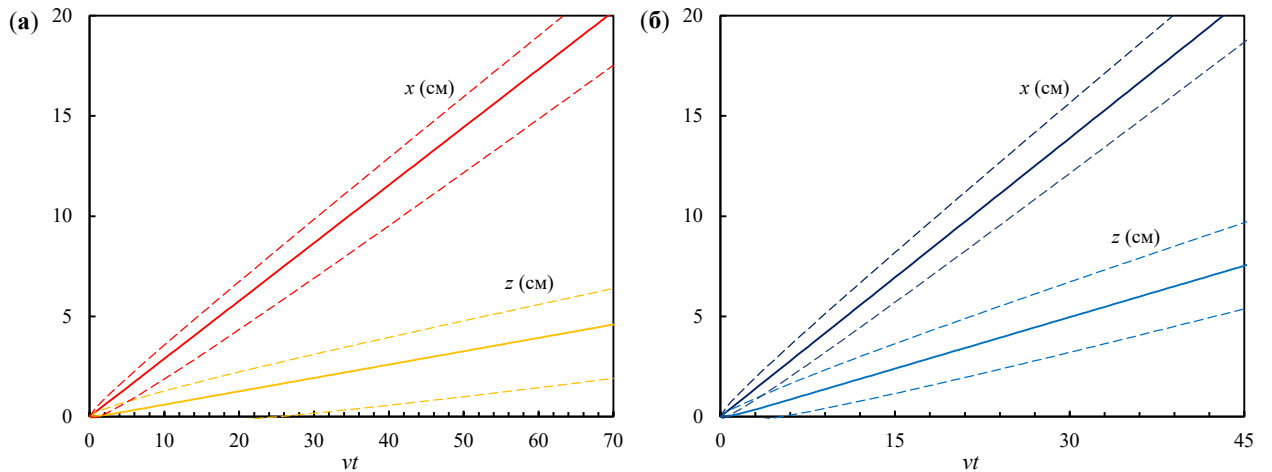


Рис. 5.2. Зависимость $x(\nu t)$ и $z(\nu t)$ для ионов массой (а) M_1 и (б) M_2 при $B = 450$ Гс, $E^{(X)} = 0.45$ В/см, $E^{(Y)} = E^{(Z)} = 0$, $\nu \cong 80000$ с $^{-1}$. Сплошными линиями показаны решения для $T = 0$, штриховыми

– отклонения траекторий частиц за счет их теплового движения при комнатной температуре $T \cong 0.025$ эВ, см. (5.6)-(5.7).

Зависимости $z(x)$ для ионов массой M_1 и M_2 для задачи (5.1) и (5.3) при $B = 450$ Гс и $B = 900$ Гс показаны на Рис. 5.3(а) и (б), соответственно. Данные рисунки иллюстрируют, что эффективное разделение ионов массой M_1 и M_2 при внешнем магнитном поле $B = 450$ Гс и комнатной температуре ($T \cong 0.025$ эВ) может наблюдаться только для установок с размерами $x = L > 50$ см. С ростом магнитного поля до $B = 900$ Гс эффективность разделения ионов различной массы будет расти за счет снижения величины поперечного коэффициента диффузии частиц D_{\perp} (5.8), см. Рис. 5.3(б).

Зависимость $z(x)$ для ионов массой M_1 и M_2 для задачи (5.1) и (5.3) при $v \cong 80000$ с⁻¹, $B = 450$ Гс, $E^{(Y)} = E^{(Z)} = 0$ и разных $E^{(X)}$ (от 0.05 В/см до 5 В/см) показаны на Рис. 5.4. Легко увидеть, что с ростом $E^{(X)} = E$ (при $E \gg 0.45$ В/см) наблюдаются существенные изменения в поведении функции $z(x)$. При этом в обратном случае, при $E \ll 0.45$ В/см, функция $z(x)$ практически не изменяется.

Таким образом, было получено, что эффективность разделения ионов с различной массой растет с ростом величины магнитного поля B и падает с ростом величины электрического поля E . Отметим, что эффективность разделения ионов будет уменьшаться с возможным ростом их температуры [75,235,245], а также принимая во внимание наличие возмущений облака ионов в момент их "вброса" в установку по разделению.

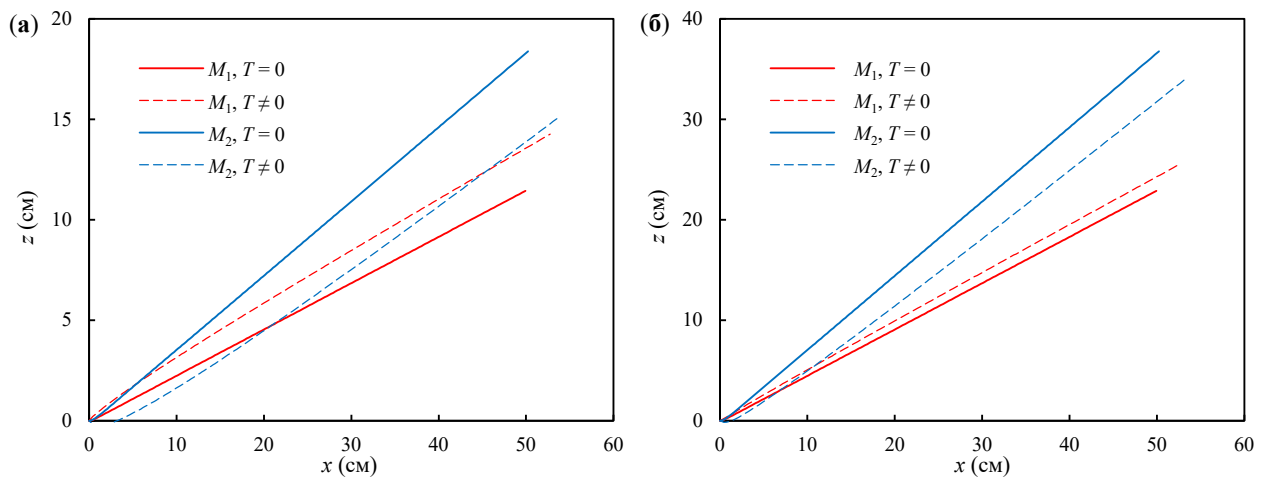


Рис. 5.3. Зависимость $z(x)$ для ионов массой M_1 (красные линии) и M_2 (синие линии) для $E^{(X)} = 0.45$ В/см, $E^{(Y)} = E^{(Z)} = 0$ и $v \cong 80000$ с⁻¹ при: (а) $B = 450$ Гс, (б) $B = 900$ Гс. Сплошные линии – решения для $T = 0$. Штриховые линии – отклонения траекторий частиц за счет их теплового движения при $T \cong 0.025$ эВ, см. (5.6)-(5.7).

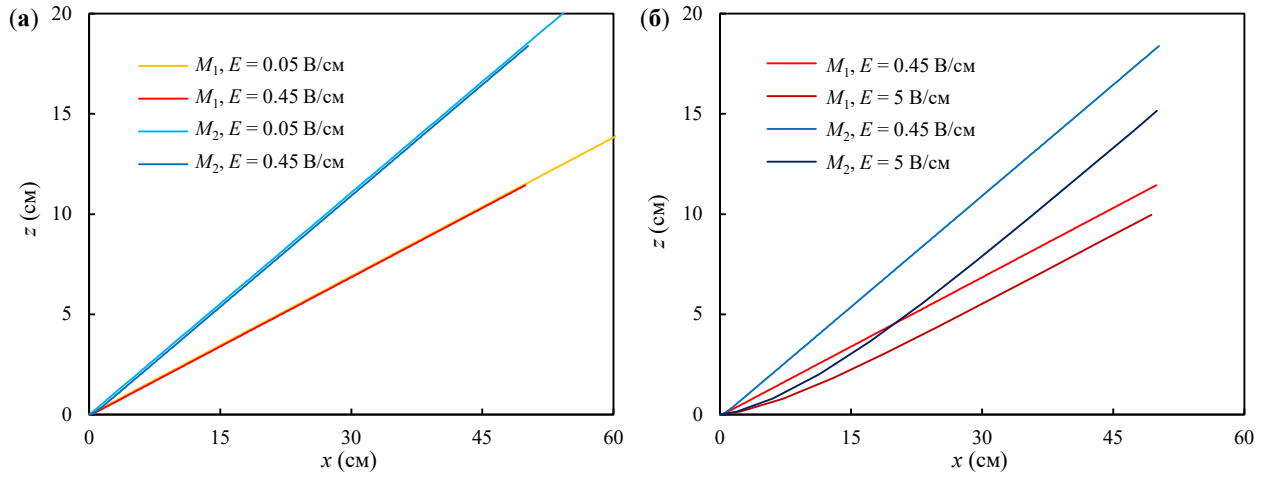


Рис. 5.4. Зависимость $z(x)$ для ионов массой M_1 (красные линии) и M_2 (синие линии) для задачи $B = 450$ Гс, $E^{(Y)} = E^{(Z)} = 0$, $\nu \cong 80000$ с $^{-1}$ с параметрами: (а) $E^{(X)} = 0.05$ и 0.45 В/см, (б) $E^{(X)} = 0.45$ и 5 В/см.

Численное исследование разделения ионов для одиночных заряженных частиц массы $M_1 = 240$ а.е.м. и $M_2 = 150$ а.е.м. в постоянном магнитном поле величиной $B \sim 1000$ Гс и внешнем электрическом поле со сложным пространственным профилем было представлено для $\nu = 0$ в работах [239,240]. В данных работах тепловое движение частиц не учитывалось, а угловой разброс за счет возмущения параметров при "вбросе" отдельной частицы составлял $\sim 4 \div 5$ градусов. Здесь следует отметить, что пренебрежение частотой столкновений ионов с нейтралами буферного газа ν , заметно искажает представление об их динамике во внешнем электромагнитном поле. Зависимость $z(x)$ для ионов массой M_1 и M_2 при различных коэффициентах трения показана на Рис. 5.5(а).

В заключении данного раздела приведем простую оценку эффективного радиуса тепловых флуктуаций частиц $R_1(t) = |x(t) - x_0(t)| = |z(t) - z_0(t)| = \sqrt{2D_{\perp}t}$. Для случая $\nu \gg 1$, время достижения воображаемой стенки, расположенной на расстоянии L , можно оценить как $t_c \cong Lm(\omega_B^2 + \nu^2)/qE \max[\omega_B; \nu]$, см. (5.4)-(5.5). Зависимость $R_1(\nu)$ для $L \cong 50$ см и ионов массой M_1 и M_2 при $E^{(X)} = 0.45$ В/см, $E^{(Y)} = E^{(Z)} = 0$ показана на Рис. 5.5(б) в диапазоне ν от 10^3 с $^{-1}$ до 10^5 с $^{-1}$.

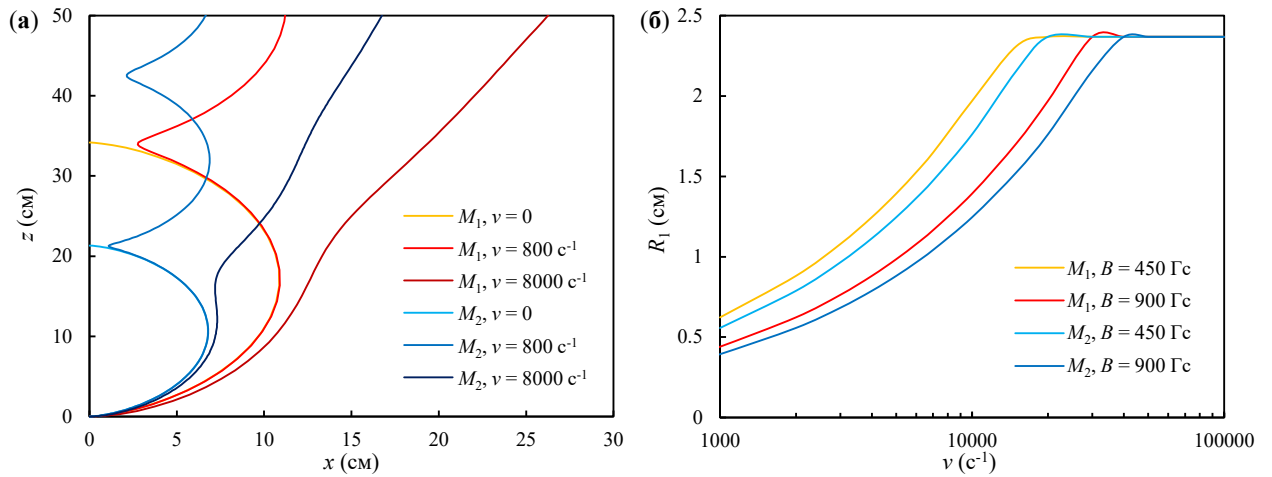


Рис. 5.5. (а) Зависимость $z(x)$ для ионов массой M_1 (красные линии) и M_2 (синие линии) для задачи $B = 450 \text{ Гс}$, $E^{(X)} = 0.45 \text{ В/см}$ и $E^{(Y)} = E^{(Z)} = 0$ при $\nu = 0, 800$ и 8000 c^{-1} . (б) Зависимость $R_1(\nu)$ на расстоянии $L \cong 50 \text{ см}$ для ионов массой M_1 и M_2 при $E^{(X)} = 0.45 \text{ В/см}$, $E^{(Y)} = E^{(Z)} = 0$ и $B = 450$ или 900 Гс .

5.1.2 Результаты численного моделирования и их обсуждение

Численное исследование диффузии заряженных частиц выполнялось методом молекулярной динамики Ланжевена. Техника моделирования подробно описана в работах [1,2,150,151]. Расчеты выполнялись для однозарядовых ионов, если не указано иное, с атомной массой $M_1 = 240 \text{ а.е.м.}$, $M_2 = 150 \text{ а.е.м.}$ и $M_3 = 65 \text{ а.е.м.}$ в широком диапазоне параметров, соответствующих рабочим параметрам существующих установок по разделению ОЯТ. Величина индукции магнитного поля B изменялась в пределах от 100 Гс до 1000 Гс , коэффициент трения частиц ν варьировался в пределах от $\sim 8000 \text{ c}^{-1}$ до $\sim 80000 \text{ c}^{-1}$, что соответствует давлению буферного газа такого, как аргон или гелий, примерно от 0.1 мТор до 10 мТор , температура ионов полагалась равной комнатной $T \cong 0.025 \text{ эВ}$, а также $T \approx 0.05\text{-}0.075 \text{ эВ}$ (с учетом возможного разогрева). Для анализа «рассеяния» облака за счет сил межчастичного взаимодействия частиц моделирование также проводилось и для случая $T = 0$. Величина внешнего электрического поля E изменялась в диапазоне от $\sim 0.25 \text{ В/см}$ до $\sim 1 \text{ В/см}$. Шаг интегрирования составлял от $\Delta t \cong (80 \max[\omega_B; \nu])^{-1}$ до $\Delta t \cong (4000 \max[\omega_B; \nu])^{-1}$ в зависимости от начальных условий задачи. Время расчетов t_c варьировалось в пределах от $\sim 10^2/\nu$ до $\sim 10^3/\nu$.

Для имитации вброса частиц некоторое количество частиц $N \sim 500\text{-}1000$, взаимодействующих с кулоновским потенциалом, размещались случайным (равномерно-распределенным) образом в кубической области соответствующего объема с начальной концентрацией n_0 от 10^6 см^{-3} до 10^{10} см^{-3} .

Зависимость смещений частиц от времени $x(vt)$ и $z(vt)$ для случая одного иона массой M_1 и M_2 представлены на Рис. 5.6(а) и (б), соответственно. Тонкими линиями показаны траектории частиц, полученные путем численного моделирования при $T \cong 0.025$ эВ. Штриховыми линиями обозначены аналитические оценки отклонений траекторий частиц за счет их теплового движения по формулам (5.6)-(5.7). Легко заметить, что аналитические соотношения достаточно хорошо соответствуют результатам численного моделирования такой задачи.

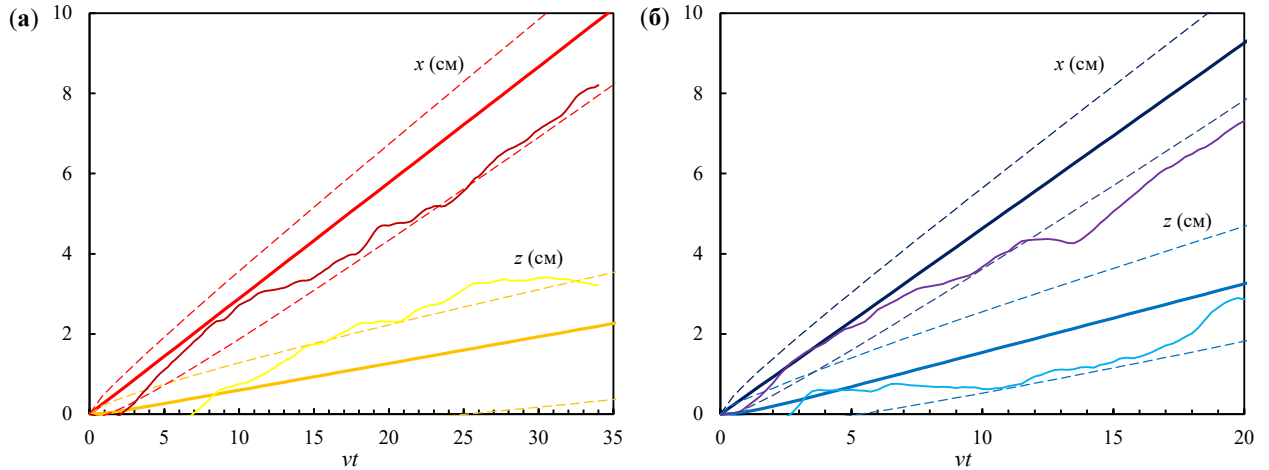


Рис. 5.6. Зависимости $x(vt)$, $z(vt)$ для одной заряженной частицы массой (а) M_1 и (б) M_2 для задачи с параметрами: $B = 450$ Гс, $E^{(X)} = 0.45$ В/см, $E^{(Y)} = E^{(Z)} = 0$ и $\nu \cong 80000$ с⁻¹. Жирные линии – аналитические решения для $T = 0$ (5.4)-(5.5), тонкие – траектории частиц, полученные в численном моделировании, штриховые – аналитические оценки отклонения траекторий частиц за счет их теплового движения при $T \cong 0.025$ эВ, см. (5.6)-(5.7).

В результате моделирования систем из 500-1000 заряженных частиц было получено, что вне зависимости от их температуры движение центра масс анализируемых систем соответствовало аналитическому решению задачи для одной частицы при $T = 0$, см. (5.4)-(5.5). Зависимости $z(x)$ для систем, состоящих из $N = 500$ ионов массой M_1 и M_2 , показаны на Рис. 5.7.

Координаты частиц z , x для задачи с параметрами $E^{(X)} = 0.45$ В/см, $E^{(Y)} = E^{(Z)} = 0$ при $T \cong 0.025$ эВ, $B = 450$ Гс и $\nu \cong 80000$ с⁻¹, полученные в результате численного моделирования для системы из 500 ионов массой M_1 и 500 ионов массой M_2 при $n_0 \cong 10^{10}$ см⁻³, представлены на Рис. 5.8(а) и (б) для случая одинакового положения центра масс данных систем в направлении X ($x \cong 5$ см). Окружности с малым радиусом R_1 на данных рисунках иллюстрируют тепловое отклонение частиц от центра масс исследуемых систем по формулам (5.6)-(5.7): $R_1(t) = \sqrt{2D_{\perp}t}$. Численное моделирование показало, что в области, ограниченной такими окружностями, содержится около 60-70% анализируемых частиц. Окружности с большим радиусом $R_2 = 2R_1$ содержат $\sim 95 \pm 2\%$ частиц систем.

Регистрируемые отклонения от аналитических оценок R_1 , см. (5.6)-(5.7), могут объясняться как влиянием высокоэнергетических "хвостов" максвелловского распределения температуры частиц, так и возможным возмущением параметров системы в момент их "вброса". Проверка последнего предположения проиллюстрирована на Рис. 5.8(в). Легко заметить, что в условиях численного эксперимента возмущение параметров системы в момент "вброса" частиц не оказывает заметного влияния на динамику "рассеяния" их системы. Можно предположить, что величина эффективного радиуса $R_2 = 2R_1$ (содержащего $\sim 95\%$ исследуемых частиц) определяется наиболее вероятной кинетической энергией частиц, пропорциональной $\propto 2T$, и суммарным смещением частиц $\sim \{x(t)^2 + z(t)^2\}^{1/2}$. Также зависимости координат x, z, y от vt для одной произвольно выбранной частицы из системы 500 частиц с массой M_2 и $Z = 3$ в отсутствие электрического поля ($E^{(X)} = E^{(Y)} = E^{(Z)} = 0$) при $T = 0$, $n_0 = 10^{10} \text{ см}^{-3}$, $v \cong 80000 \text{ с}^{-1}$ и различных значениях B показаны на Рис. 5.9. Легко заметить, что резкое изменение параметров облака (положений частиц) за счет сил межчастичного взаимодействия происходит при $vt \sim 3$. При $vt > 5$ скорость изменения координат частиц существенно падает и становится близка к постоянной.

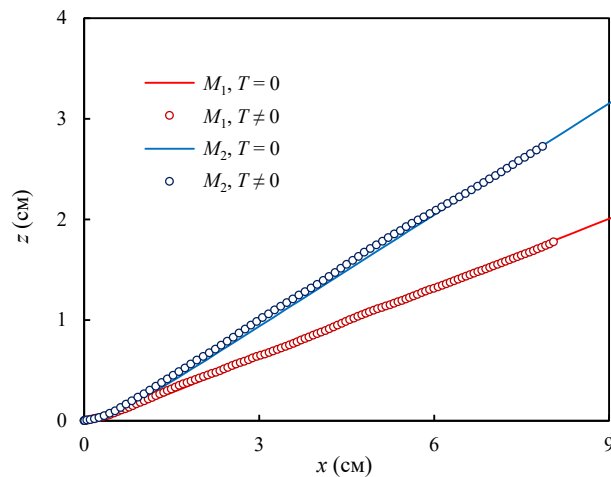


Рис. 5.7. Зависимость $z(x)$ для ионов массой M_1 (красная линия) и M_2 (синяя кривая) для задачи: $N = 500$, $B = 450 \text{ Гс}$, $E^{(X)} = 0.45 \text{ В/см}$, $E^{(Y)} = E^{(Z)} = 0$ и $v \cong 80000 \text{ с}^{-1}$. Линиями обозначены решения для $T = 0$ (5.4)-(5.5). Символы – результаты моделирования для центра масс системы из 500 частиц при $T \cong 0.025 \text{ эВ}$.

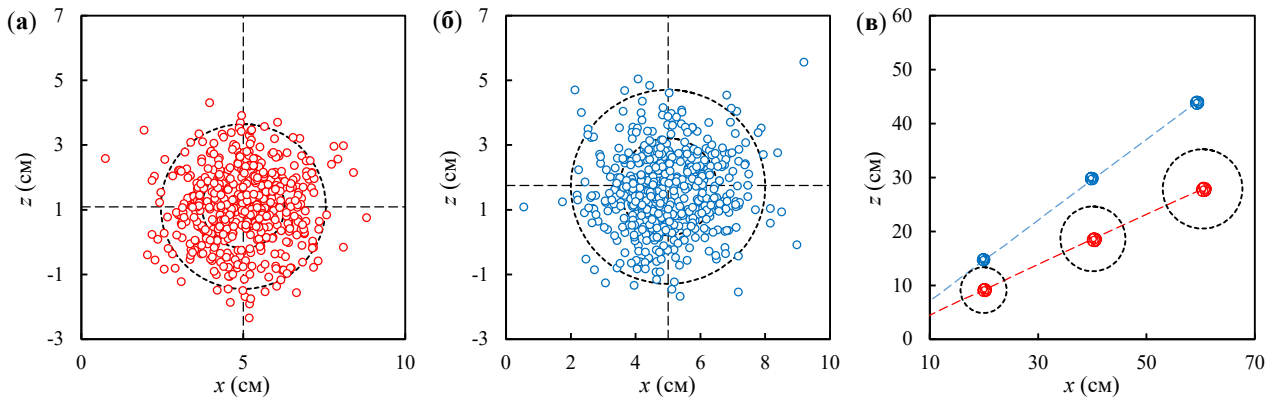


Рис. 5.8. Координаты z, x для ионов массой ((а) и (в)) M_1 (красные символы) и ((б) и (в)) M_2 (синие символы) для задачи с параметрами: $E^{(X)} = 0.45$ В/см, $E^{(Y)} = E^{(Z)} = 0$, $v \cong 80000$ с⁻¹ и ((а) и (б)) $B = 450$ Гс или (в) $B = 900$ Гс, полученные в результате численного моделирования для системы из 500 частиц массой M_1 и 500 частиц массой M_2 при ((а) и (б)) $T \cong 0.025$ эВ и для (в) $T = 0$. Координаты представлены ((а) и (б)) для случая одинакового положения центра масс данных систем в направлении X ($x \cong 5$ см) и (в) на различных расстояниях от точки их "вброса". ((а) и (б)) На рисунках показано положение центра масс и окружности с радиусами R_1 и R_2 . (в) Штриховые линии – аналитические решения задачи (5.4)-(5.5) для $T = 0$, для частиц массой M_1 показаны окружности с эффективным радиусом R_2 .

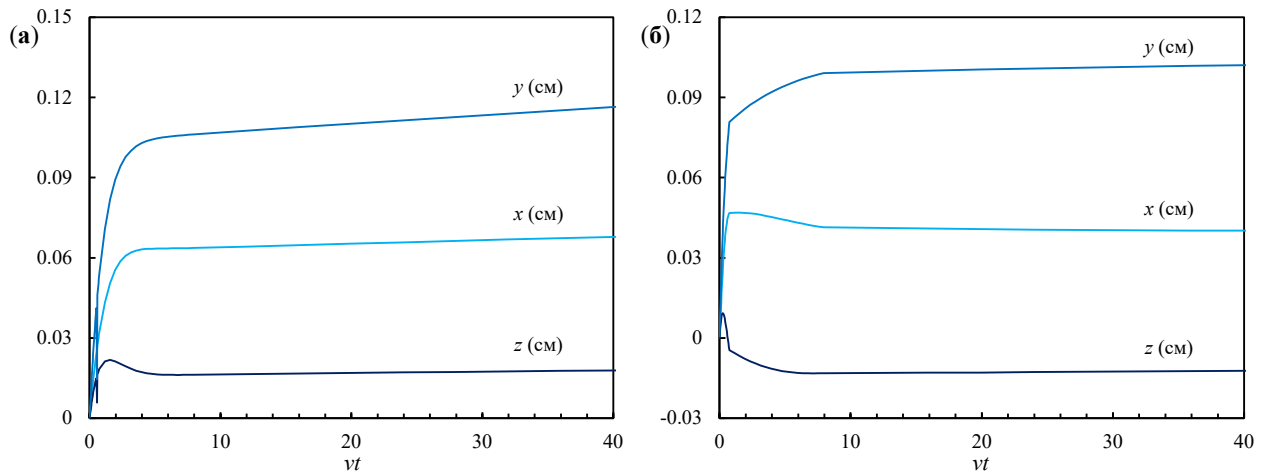


Рис. 5.9. Зависимости $x(vt)$, $z(vt)$, $y(vt)$ для одной частицы с массой M_2 и $Z = 3$ из системы 500 частиц при $T = 0$, $n_0 = 10^{10}$ см⁻³, $v \cong 80000$ с⁻¹ и (а) $B = 200$ Гс или (б) $B = 600$ Гс.

Также были изучены процессы диффузии заряженных частиц в магнитном поле в отсутствие электрического поля ($E^{(X)} = E^{(Y)} = E^{(Z)} = 0$). Нормированные парные корреляционные функции $g_2(l/l_0)$, полученные в результате численного моделирования при комнатной температуре частиц и $B = 500$ Гс для начального времени $t = 0$ и спустя десять времен торможения (при $t = 10/v$) показаны на Рис. 5.10(а) и (б) для ионов с массами M_2, M_3 при начальной

концентрации частиц $n_0 = 10^{10} \text{ см}^{-3}$; здесь $l_0 = n_0^{-1/3}$. Легко заметить, что за время $t = 10/\nu$ концентрация частиц существенно падала (в $\sim 10^6$ раз), а размеры облака заметно росли (в $\sim 10^2$ раз). Необходимо отметить, что концентрация n частиц в диапазоне νt от 0 до $\nu t \sim 1 \div 5$ вне зависимости от их начальной концентрации $n_0 = 10^6 \div 10^{10} \text{ см}^{-3}$ быстро снижалась до значений $n \sim 10^3 \div 10^4 \text{ см}^{-3}$ (тем быстрее, чем было выше отношение Z/M).

Вычисления коэффициентов диффузии проводилось по формуле:

$$D(t) = \frac{\langle x_j^2 \rangle}{2t}, \quad (5.11)$$

где усреднение $\langle \rangle$ выполнялось по всей системе, состоящей из N частиц; здесь $x_j = x_j(t)$ – смещение j -ой частицы за время t на одну степень свободы. Для систем, находящихся в состоянии статистического равновесия, как для случая газов, так и для жидкостей и твердых тел, с ростом времени функция $D(t)$ должна стремиться к своему постоянному значению $D = \lim_{t \rightarrow \infty} D(t)$, которое и соответствует стандартному определению коэффициента диффузии частиц.

Зависимости D_{\perp}/D_0 от νt , полученные в результате численного моделирования, при различных ω_B/ν для ионов M_3 показаны на Рис. 5.10(в). Результаты расчетов поперечного коэффициента диффузии D_{\perp} при разных параметрах ω_B/ν для частиц с различными массами и зарядовыми числами представлены на Рис. 5.1(а). Численное исследование показало, что продольный коэффициент D_{\parallel} диффузии для всех исследуемых случаев был равен $D_0 = T/m\nu$. При этом величина коэффициента D_{\perp} полностью соответствовала соотношению Таунсенда (5.8), см. Рис. 5.1(а).

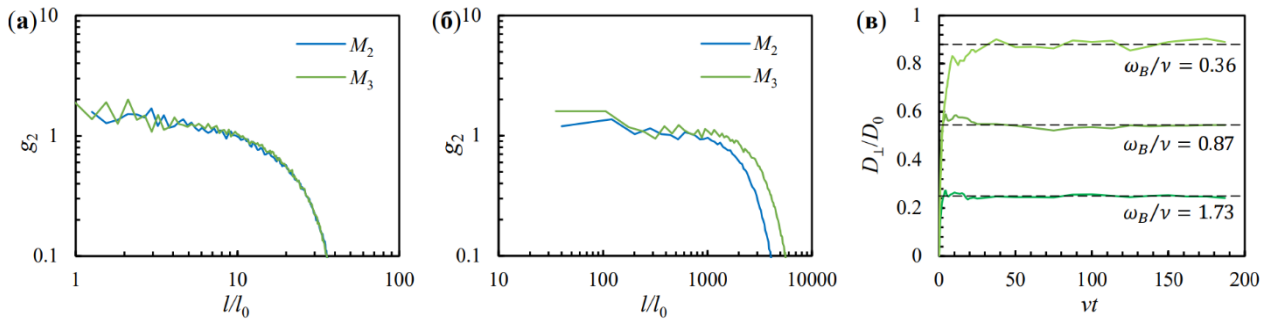


Рис. 5.10. Нормированные функции $g_2(l/l_0)$, полученные в результате численного моделирования для ионов массой M_2 и M_3 при $T \cong 0.025$ эВ и $B = 500$ Гс для (а) $t = 0$ и (б) $t = 10/\nu$. (в) Зависимость D_{\perp}/D_0 от νt , полученные в результате численного моделирования, для M_3 при различных ω_B/ν .

5.2 Ограниченная система заряженных броуновских частиц в удерживающем силовом поле в присутствии магнитного поля

В данном разделе представлены аналитические и численные исследования спектральной плотности тепловых смещений и процессов массопереноса для ограниченных систем

заряженных частиц в поле ловушки под воздействием постоянного магнитного поля. В **подразделе 5.2.1** представлены уравнения движения заряженной броуновской частицы в удерживающем поле ловушки, а также аналитические приближения для ее спектра колебаний в отсутствии и при наличии магнитного поля. В **подразделе 5.2.2** приводятся результаты численного моделирования для систем, состоящих до 1000 заряженных частиц, взаимодействующих по закону Кулона. Вычисления выполнялись для частиц различных масс и зарядов в широком диапазоне температур и при различных коэффициентах трения частиц за счет их столкновений с нейтралами буферного газа.

5.2.1 Поведение системы в поле ловушки в присутствии магнитного поля

Уравнения движения для одной частицы с массой m и зарядом q в линейном электрическом поле $\mathbf{E} = [E^{(X)}, E^{(Y)}, E^{(Z)}]$ ловушки со сферической симметрией и в магнитном поле с индукцией $\mathbf{B} = [0, B, 0]$ (направленном по оси Y) под воздействием случайной силы $\mathbf{F}_b = [F_b^{(X)}, F_b^{(Y)}, F_b^{(Z)}]$, которая является источником стохастической (тепловой) энергии частиц, могут быть представлены в виде:

$$\frac{dV^{(X)}}{dt} = -\nu V^{(X)} - \omega_t^2 x - \omega_B V^{(Z)} + \frac{F_b^{(X)}}{m}, \quad (5.12)$$

$$\frac{dV^{(Y)}}{dt} = -\nu V^{(Y)} - \omega_t^2 y + \frac{F_b^{(Y)}}{m} \quad (5.13)$$

$$\frac{dV^{(Z)}}{dt} = -\nu V^{(Z)} - \omega_t^2 z + \omega_B V^{(X)} + \frac{F_b^{(Z)}}{m}. \quad (5.14)$$

Здесь x, y, z – смещения частицы от ее равновесного положения, $V^{(X)} = dx/dt$, $V^{(Y)} = dy/dt$, $V^{(Z)} = dz/dt$, ν – коэффициент трения заряженных частиц за счет их столкновений с нейтралами окружающего газа, $\omega_t = (q\alpha/m)^{1/2}$ – характерная частота ловушки, $\omega_B = qB/m$ – циклотронная частота, а α – величина градиента внешнего электрического поля \mathbf{E} .

Корни характеристического уравнения при $\omega_B = 0$ для (5.13) имеют хорошо известный вид

$$\lambda_{1,2}^* = -\frac{\nu}{2} \pm i \sqrt{\omega_t^2 - \frac{\nu^2}{4}}. \quad (5.15)$$

Корни характеристического уравнения для системы уравнений (5.12) и (5.14) можно записать в виде

$$\lambda_{1,2} = -\nu_1 \pm i\varphi_1, \quad (5.16)$$

$$\lambda_{3,4} = -\nu_2 \pm i\varphi_2, \quad (5.17)$$

где $v_{1,2} = 0.5v(1 \pm K_1/\sqrt{2})$, $\varphi_{1,2} = 0.5(\omega_B \pm vK_2/\sqrt{2})$, $K_{1,2} = [(M^2 + 4(\omega_B/v)^2)^{0.5} \pm M]^{0.5}$, $M = 1 - (\omega_B/v)^2 - 4(\omega_t/v)^2$.

Средний квадрат отклонений $\langle y(t)^2 \rangle$ от положения равновесия частицы в направлении Y, средний квадрат отклонений $\langle \Delta y(t)^2 \rangle$ от начального положения и автокорреляционная функция $\langle y(t^*)y(t^* + t) \rangle$ могут быть представлены в форме [52,246]:

$$\langle y(t)^2 \rangle = \frac{T}{m\omega_t^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{vt}{2}\right) \left(\cos(vt\psi^*) + \frac{\sin(vt\psi^*)}{2\psi^*} \right) \right], \quad (5.18)$$

$$\langle \Delta y(t)^2 \rangle = \frac{2T}{m\omega_t^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{vt}{2}\right) \left(\cos(vt\psi) + \frac{\sin(vt\psi)}{2\psi} \right) \right], \quad (5.19)$$

$$\langle y(t^*)y(t^* + t) \rangle = \frac{2T}{m\omega_t^2} \exp\left(-\frac{vt}{2}\right) \left(\cos(vt\psi) + \frac{\sin(vt\psi)}{2\psi} \right). \quad (5.20)$$

Здесь и далее T – температура частиц в энергетических единицах, $\psi^* = 0.5\sqrt{8(\omega_t/v)^2 - 1}$, $\psi = 0.5\sqrt{4(\omega_t/v)^2 - 1}$, а угловые скобки $\langle \rangle$ обозначают усреднение по всем отрезкам времени, равным t [52,246]. При этом при $t \rightarrow 0$: $\langle y(t)^2 \rangle = 0$, $\langle \Delta y(t)^2 \rangle = 0$, $\langle y(t^*)^2 \rangle = 2T/m\omega_t^2$; а при $t \rightarrow \infty$: $\langle y(t)^2 \rangle = T/m\omega_t^2$, $\langle \Delta y(t)^2 \rangle = 2T/m\omega_t^2$, $\langle y(t^*)^2 \rangle = 0$.

Для анализа теплового движения взаимодействующих пылевых частиц удобно пользоваться еще одной характеристикой случайных процессов, а именно, спектральной плотностью. Спектральная плотность определяется как преобразование Фурье от автокорреляционной функции физических характеристик анализируемого процесса. При этом, спектральная плотность случайного процесса является косинус-преобразованием Фурье для соответствующей автокорреляционной функции [247,248]. Таким образом, спектральная плотность $G_e(\omega)$ для случайных смещений частицы в ловушке в направлении Y ($\omega_B = 0$), т.е. спектральная плотность классического затухающего осциллятора, может быть записана как [248]:

$$G_e(\omega) = \frac{2T}{m\omega_t^2} \frac{v\omega_t^2}{\omega^4 + (v^2 - 2\omega_t^2)\omega^2 + \omega_t^4}. \quad (5.21)$$

Рассмотрим решения задачи для системы уравнений (5.12) и (5.14) (при $\omega_B \neq 0$). Средние квадраты отклонений, $\langle \Delta x(t)^2 \rangle \equiv \langle \Delta z(t)^2 \rangle$, частицы для этой системы в направлениях X и Z и автокорреляционная функция, $\langle x(t^*)x(t^* + t) \rangle \equiv \langle z(t^*)z(t^* + t) \rangle$, при условии $\Psi_{1,2}^2 \ll \Omega_{1,2}^2$ могут быть представлены как:

$$\langle \Delta x(t)^2 \rangle = \frac{2T}{m\omega_t^2} \sum_{i=1}^2 L_i \left[1 - \exp\left(-\frac{v_i t}{2}\right) \left(\cos(v_i t \psi_i) + \frac{\sin(v_i t \psi_i)}{2\psi_i} \right) \right], \quad (5.22)$$

$$\langle x(t^*)x(t^* + t) \rangle = \frac{2T}{m\omega_t^2} \sum_{i=1}^2 L_i \exp\left(-\frac{\nu_i t}{2}\right) \left(\cos(\nu_i t \psi_i) + \frac{\sin(\nu_i t \psi_i)}{2\psi_i} \right), \quad (5.23)$$

где $\psi_i = 0.5\sqrt{4(\omega_i/\nu_i)^2 - 1}$, $\omega_i = \sqrt{\nu_i^2 + \varphi_i^2}$, $L_{1,2} = \pm\sqrt{2}(\omega_t^2 - \omega_{2,1}^2)/K_2\omega_B\nu$.

При этом спектральная плотность $G_{\text{em}}(\omega)$ для случайных смещений частицы в направлениях X и/или Z в постоянном магнитном поле имеет вид:

$$G_{\text{em}}(\omega) = \frac{2T}{m\omega_t^2} \left[\frac{L_1\nu_1\omega_1^2}{\omega^4 + (\nu_1^2 - 2\omega_1^2)\omega^2 + \omega_1^4} + \frac{L_2\nu_2\omega_2^2}{\omega^4 + (\nu_2^2 - 2\omega_2^2)\omega^2 + \omega_2^4} \right]. \quad (5.24)$$

При $\omega_B \rightarrow 0$ уравнения (5.22)-(5.24) переходят в соотношения (5.19)-(5.21). Иллюстрация зависимости спектральной плотности смещений $G^*(\omega) \equiv G_{\text{em}}^*(\omega)$ от ω/ν для различных ω_B/ν представлена на Рис. 5.11, где $G^*(\omega) = G(\omega) m\nu\omega_t^2/2T$ – нормированные спектральные плотности.

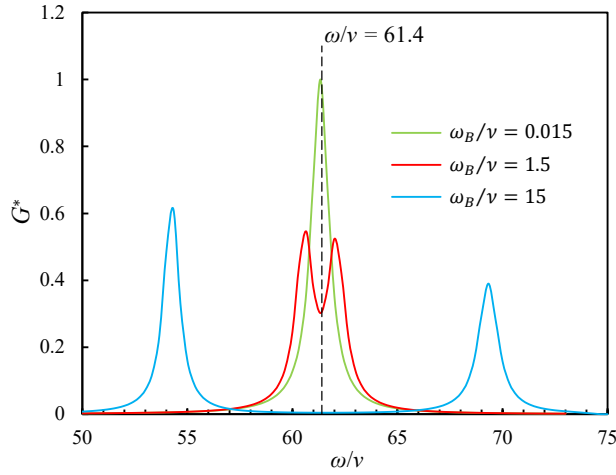


Рис. 5.11. Нормированные спектральные плотности $G^*(\omega)$ (5.24) при $\omega_t/\nu \cong 61.4$ для различных соотношений ω_B/ν .

Следует отметить, что для диагностики параметров ограниченных и протяженных систем в лабораторных экспериментах зачастую используется анализ поведения среднего квадрата отклонений частиц от их начального положения (например, функции $\langle \Delta x(t)^2 \rangle$ в отсутствие магнитного поля, $\omega_B = 0$) [218,249]. Иллюстрация зависимостей $\langle \Delta x(t)^2 \rangle$ при различных $\varrho = \omega_t/\nu$ для $\omega_B = 0$ показана на Рис. 5.12(а) и (б). В случае ограниченных систем такие измерения позволяют найти величину среднеквадратичного отклонения $2T/m\omega_t^2$ при $t \rightarrow \infty$. Откуда при наличии информации о среднем квадрате скорости анализируемых частиц, T/m , легко определить значение характерной частоты ловушки ω_t . Данные о коэффициенте трения частиц ν в этом случае могут быть получены путем анализа максимума функции $\langle \Delta x(t)^2 \rangle$ (для $\varrho < 3$), см. Рис. 5.12(а), или путем «подгонки» численных и экспериментальных данных [218,220,221,249]. Так,

например, при $q = \omega_t/\nu > 5$ спадание пиков кривых $\langle \Delta x(t)^2 \rangle$ определяется функцией $\exp(-\nu t/2)$ и, соответственно, отражает величину ν , см. Рис. 5.12(б)). Тем не менее, тепловые флуктуации в реальных системах могут сильно исказить величину восстанавливаемого коэффициента ν .

Добавим также, что такая процедура хороша только для систем, имеющих одну характерную частоту ω_t . При наличии двух, или более гармоник (характерных частот) в исследуемой системе простой анализ функций $\langle \Delta x(t)^2 \rangle$ становится затруднительным, см. рис. Рис. 5.13(а) и (б). Тем не менее, исследование спектральных характеристик анализируемой системы позволяют легко решить данную задачу (см. Рис. 5.11, а также рисунки ниже для систем с параметрами, аналогичным представленным на Рис. 5.13).

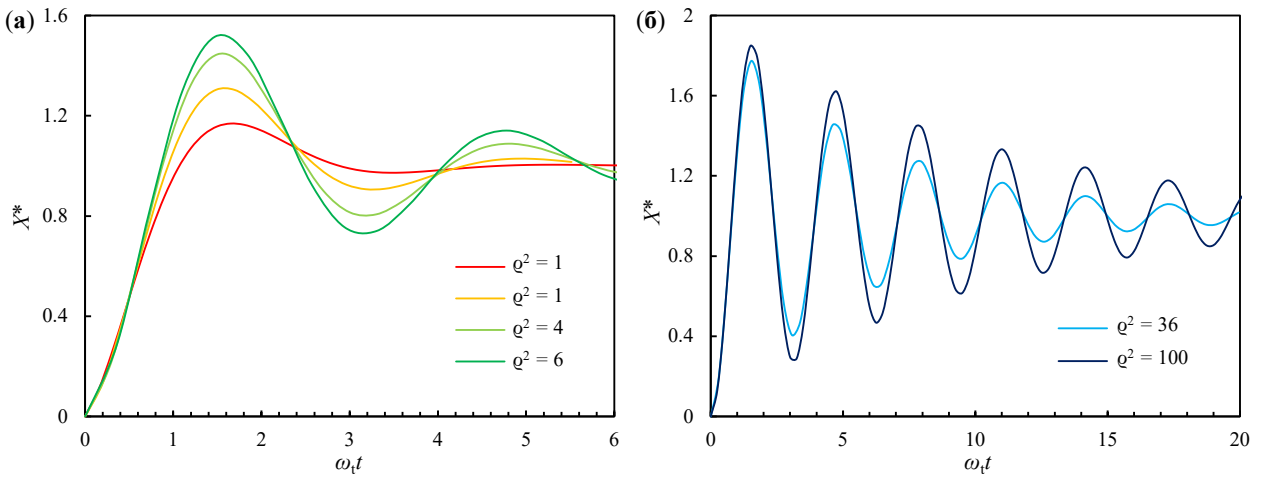


Рис. 5.12. Нормированное среднее квадратичное смещение частицы $X^* = \langle \Delta x(t)^2 \rangle m \omega_t^2 / 2T$ в зависимости от $\omega_t t$ для $\omega_B = 0$ при различных отношениях $q = \omega_t/\nu$.

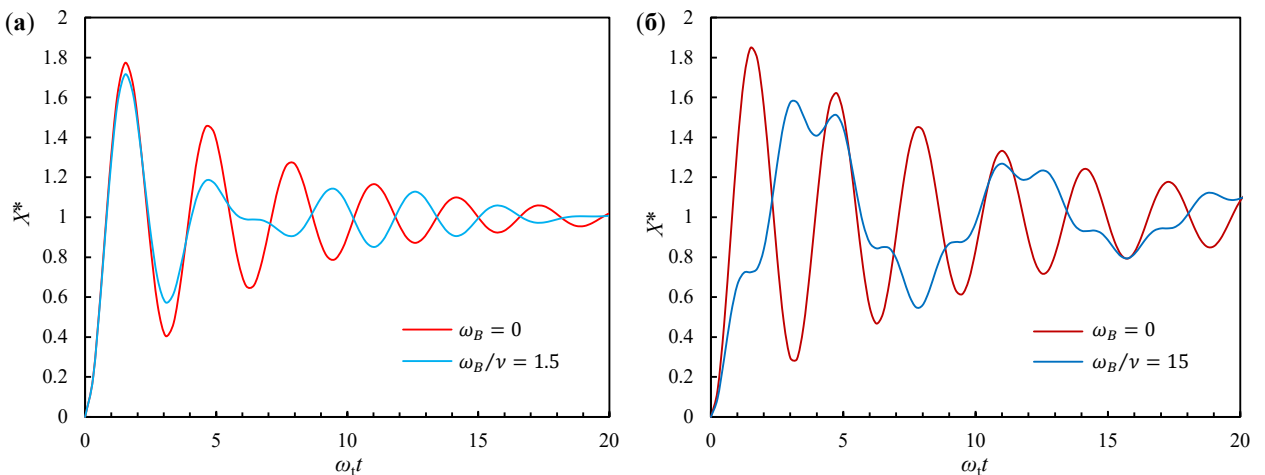


Рис. 5.13. Нормированное среднее квадратичное смещение частицы $X^* = \langle \Delta x(t)^2 \rangle m \omega_t^2 / 2T$ в зависимости от $\omega_t t$ в случаях: (а) $\omega_t/\nu \cong 6.14$ при $\omega_B = 0$ и $\omega_B/\nu \cong 1.5$; (б) $\omega_t/\nu \cong 10$ при $\omega_B = 0$ и $\omega_B/\nu \cong 15$.

Для анализа физических свойств однородных структур заряженных частиц (которые можно характеризовать постоянной концентрацией n) обычно используется параметр неидеальности $\Gamma = q^2 \sqrt[3]{n}/T$, отражающий отношение энергии взаимодействия между частицами системы к их температуре. При этом в линейном электрическом поле величина концентрации частиц n может быть получена из уравнения Пуассона: $n \cong 3\alpha/4\pi q$, и, соответственно, для среднего межчастичного расстояния имеет место соотношение: $l_p \cong \sqrt[3]{4\pi q/3\alpha}$. Для оценки радиуса ограниченной структуры в первом приближении можно использовать соотношение: $R \cong \sqrt[3]{3N/4\pi n}$, где N – число частиц. Реальный (эффективный) радиус системы будет расти с ростом температуры частиц. При этом расстояние между частицами системы будет также расти, и меняться в пространстве. Последнее обстоятельство не позволяет характеризовать систему постоянным значением n (а соответственно, постоянной величиной l_p). Таким образом, параметр неидеальности в виде $\Gamma = q^2 \sqrt[3]{n}/T \equiv q^2/l_p T$ не будет отражать физических свойств анализируемых неоднородных систем.

Для анализа слабонеидеальных ограниченных систем (размер которых зависит от температуры частиц) можно ввести дополнительный параметр: $\gamma = \delta x/R$, где $R = \sqrt[3]{3N/4\pi n}$ – радиус однородной структуры при $T \rightarrow 0$, а $\delta x^2 = T/m\omega_t^2$ – средний квадрат теплового смещения отдельной частицы относительно центра ловушки, $\langle y(t)^2 \rangle$, при $t \rightarrow \infty$, см. (5.18). Легко предположить, что при $\gamma \approx 1$ (или $\gamma \geq 1$) формирование однородных ограниченных структур окажется невозможным.

Что касается протяженных и ограниченных систем, состоящих из N частиц, $N \gg 1$, то для анализа их структурных характеристик широко используется парная корреляционная функция. Парная корреляционная функция $g(l)$ определяет вероятность нахождения двух частиц на расстоянии l друг от друга и является мерой трансляционного порядка в системе взаимодействующих частиц. При этом для протяженных и однородных систем, которые можно характеризовать постоянной концентрацией n , имеет место

$$N_R = 4\pi n \int_0^R g(l) l^2 dl, \quad (5.25)$$

где N_R – число частиц в сфере радиусом R .

В случае слабонеидеальных систем $\Gamma \ll 1$, парная корреляционная функция может быть представлена как [12]

$$g(l) \cong \exp\left(-\frac{q\varphi(l)}{T}\right), \quad (5.26)$$

где $\varphi(l)$ – распределение потенциала в системе частиц. Для ограниченной системы частиц в ловушке (в пренебрежении их межчастичным взаимодействием) это дает:

$$g(l) \approx \exp\left(-\frac{q\alpha r^2}{2T}\right) = \exp\left(-\frac{r^2}{2\delta x^2}\right), \quad (5.27)$$

где r – расстояние от центра ловушки.

Тогда число частиц в ловушке можно определить как:

$$N = 4\pi n_0 \int_0^\infty \exp\left(-\frac{r^2}{2\delta x^2}\right) r^2 dr, \quad (5.28)$$

Иначе говоря, распределение концентрации частиц в данных условиях (при $\Gamma \ll 1$, $\gamma > 1$) не является однородным, а подчиняется закону Больцмана: $n(r) \cong n_0 \exp(-r^2/2\delta x^2)$, где $n_0 \cong N/(2\pi\delta x^2)^{3/2}$.

В заключение данного раздела следует отметить, что уравнения типа (5.12)-(5.14) могут использоваться для анализа движения центра масс любой ограниченной системы частиц с симметричным взаимодействием, а также для отдельной частицы в системе, состоящей из N частиц, в случае, когда влиянием межчастичного взаимодействия можно пренебречь ($\Gamma \ll 1$). Подчеркнем, что для взаимных сил межчастичного взаимодействия ($\mathbf{F}_{ij} = -\mathbf{F}_{ji}$, где \mathbf{F}_{ji} – сила, действующая со стороны частицы j на частицу i , $i \neq j$) сумма всех этих сил в системе, состоящей из N частиц, равна 0. И, соответственно, для движения центра масс системы таких частиц имеют место уравнения (5.12)-(5.14).

5.2.2 Результаты численного моделирования и их обсуждение

Численное моделирование динамики систем заряженных частиц в удерживающем силовом поле выполнялось методом молекулярной динамики Ланжевена. Техника моделирования подробно описана в работах [1,2,150,151]. Расчеты проводились для систем, состоящих из $N = 50, 500$ и 1000 частиц. Шаг интегрирования составлял от $\Delta t \cong (40\max[\omega_\alpha; \omega_B; \nu])^{-1}$ до $\Delta t \cong (100\max[\omega_\alpha; \omega_B; \nu])^{-1}$ в зависимости от начальных условий задачи. Время расчетов t_c после установления равновесия в моделируемых системах варьировалось от $\sim 10^3/\nu$ до $\sim 10^4/\nu$.

Расчеты проводились для систем частиц с кулоновским взаимодействием в широком диапазоне их параметров неидеальности: от $\Gamma \sim 0.1$ до $\Gamma \sim 100$. Значение параметра $q = \omega_\alpha/\nu$ варьировалось от ~ 1 до ~ 70 , отношение ω_B/ν от ~ 0.25 до ~ 25 . Коэффициент трения частиц ν варьировался в пределах от $0.1\omega_\alpha$ до $2.5\omega_\alpha$. Во всех рассмотренных случаях моделируемые системы являлись устойчивыми. Температура частиц не отличалась от заданной, а их функции распределения по скоростям соответствовали распределению Максвелла. При этом, при $t \rightarrow \infty$, среднеквадратичные смещения центра масс исследуемых систем от их положения равновесия по всем степеням свободы были равны $\langle x^2 \rangle \cong \langle y^2 \rangle \cong \langle z^2 \rangle \cong T/Nm\omega_\alpha^2$, а значения

среднеквадратичного смещения центра масс системы от его начального положения составляли $\langle \Delta x^2 \rangle \cong \langle \Delta y^2 \rangle \cong \langle \Delta z^2 \rangle \cong 2T/Nm\omega_t^2$.

Парные корреляционные функции $g_2(l)$ для систем из $N = 500$ частиц с различными параметрами Γ показаны на Рис. 5.14(а) и (б). В качестве нормировки величины g_2 , представленной на этих рисунках, использовалось предположение однородной концентрации частиц равной $n \cong 3\alpha/4\pi q$. Легко увидеть, что первый пик функций g_2 для $\Gamma \geq 0.1$ хорошо соответствует величине $l_p \cong \sqrt[3]{4\pi q/3\alpha}$, полученной в приближении однородной системы, см. Рис. 5.14(а). Кроме того, численное моделирование показало, что для оценки радиуса неидеальных систем при $\Gamma \geq 1$ может быть использовано соотношение $R \cong \sqrt[3]{3N/4\pi n}$, которое имеет место для однородных систем.

С дальнейшим уменьшением величины Γ от ~ 1 до ~ 0.1 и далее наблюдалось увеличение размеров моделируемых систем, см. Рис. 5.14(а) и (б). При параметрах $\Gamma < \Gamma_0 \sim 0.01$ ($\gamma > 1$), величина эффективного радиуса системы становилась пропорциональна тепловой скорости частиц и достигала значений $\sim R_T = \sqrt{2T/m\omega_t^2}$, см. Рис. 5.14(в), что соответствовало среднеквадратичному смещению одиночной частицы от ее начального положения при $t \rightarrow \infty$, см. (5.19).

Численное моделирование показало, что для всех исследуемых систем с параметром $\Gamma < \Gamma_0$, содержащих $N \geq 50$ частиц, форма функций $g_2(l)$ хорошо аппроксимировалась соотношением (5.26), см. Рис. 5.14(в). При этом, при $t \rightarrow \infty$, для среднеквадратичных смещений отдельных частиц в таких системах выполнялись соотношения: $\langle x^2 \rangle \cong \langle y^2 \rangle \cong \langle z^2 \rangle \cong T/m\omega_t^2$, $\langle \Delta x^2 \rangle \cong \langle \Delta y^2 \rangle \cong \langle \Delta z^2 \rangle \cong 2T/m\omega_t^2$, что полностью соответствует результатам моделирования и аналитическим решениям, полученным для одной частицы в ловушке. Отметим, что распределение концентраций частиц в ловушке при параметрах $\Gamma < \Gamma_0$ также соответствовало формуле (5.26), т.е. было пропорционально нормальному распределению Гаусса. Таким образом, концентрация частиц была существенно неоднородна и, соответственно, параметр неидеальности $\Gamma = q^2/l_p T$, где $l_p \cong \text{const}$, не годится для анализа физических свойств таких систем, см. **подраздел 5.2.1**.

Следует подчеркнуть, что перечисленные выше характеристики ($\langle x^2 \rangle$, $\langle \Delta x^2 \rangle$, g_2 , l_p , R , R_T) не зависели от величины индукции магнитного поля B .

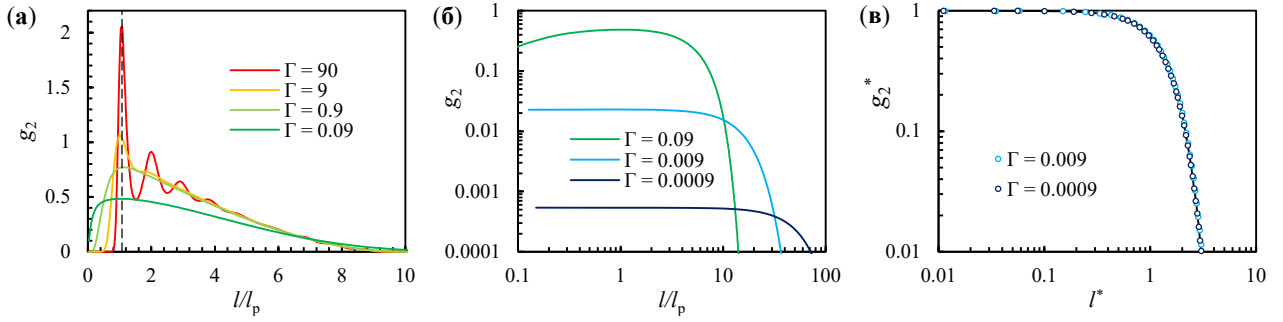


Рис. 5.14. Парная корреляционная функция $g_2(l/l_p)$ для систем из $N = 500$ частиц с различными параметрами Γ : **(а)** $\Gamma = 90, 9, 0.9$ и 0.09 ; **(б)** $\Gamma = 0.09, 0.009$ и 0.0009 (здесь $l_p \cong \sqrt[3]{4\pi q/3\alpha}$). **(в)** Нормированная парная корреляционная функция $g_2^* = g_2(l)/g_{\max}$ в зависимости от l^* для систем из $N=500$ частиц с параметрами $\Gamma = 0.009$ и 0.0009 . Здесь сплошная линия – аналитическое решение (5.26), символы – результаты численного моделирования задачи, g_{\max} – максимальное значение функции $g_2(l)$, $l^* = l/R_T$, а $R_T = \sqrt{2T/m\omega_t^2}$.

Численные исследования показали, что вне зависимости от параметра неидеальности Γ и числа частиц N в моделируемых системах спектральные плотности смещений их центра масс хорошо соответствуют предлагаемым аналитическим соотношениям (5.21) и (5.24).

Нормированные спектральные плотности $G^*(\omega)$, полученные для различных параметров задачи ($\omega_t/\nu, \omega_B/\nu, \Gamma, N$), а также аналитические решения (5.21), (5.24) показаны на Рис. 5.15, Рис. 5.16 и Рис. 5.17. Вычисления спектральной плотности проводились на основе численных расчетов смещений $x(t), y(t)$ и $z(t)$.

Следует отметить, что величина $\nu_{1,2}^2 \ll \varphi_{1,2}^2$ для $\omega_B/\nu \cong 1.5$, $\omega_t/\nu \cong 6.14$ (см. Рис. 5.17(а)), а $\nu_{1,2}^2 \cong 0.25\varphi_{1,2}^2$ для $\omega_B/\nu \cong 1.5$, $\omega_t/\nu \cong 1$ (см. Рис. 5.17(б)). Тем не менее, для обоих случаев получены хорошие совпадения между численными и аналитическими результатами.

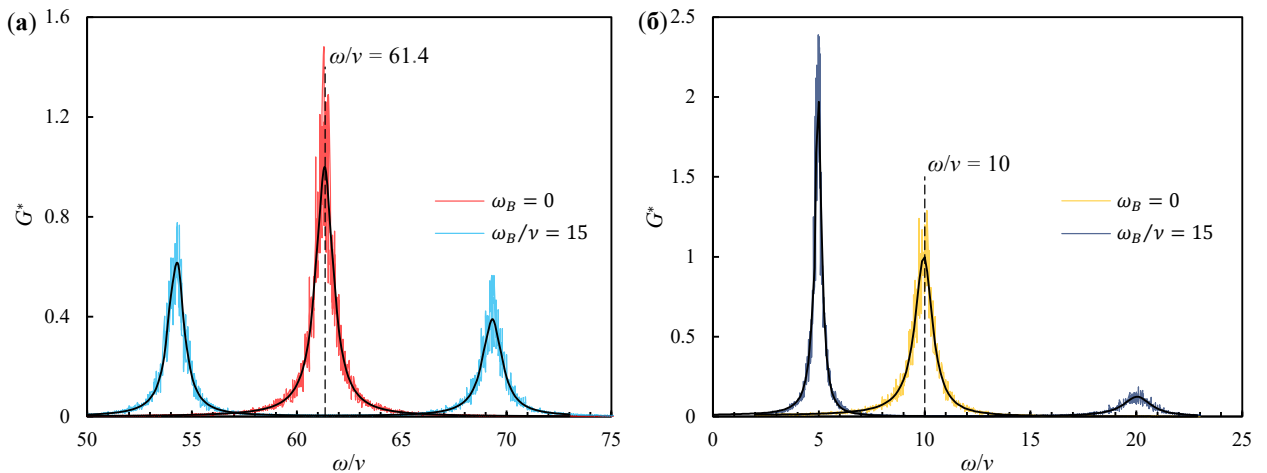


Рис. 5.15. Нормированные спектральные плотности для центра масс системы $G^*(\omega)$ при $\omega_B = 0$ и $\omega_B/\nu \cong 15$, полученные путем численного моделирования (цветные линии) и из

аналитического решения задачи (черные линии), для (а) $\omega_t/\nu \cong 6.14$, $N = 500$, $\Gamma = 20$ и (б) $\omega_t/\nu \cong 10$, $N = 50$, $\Gamma = 10$.

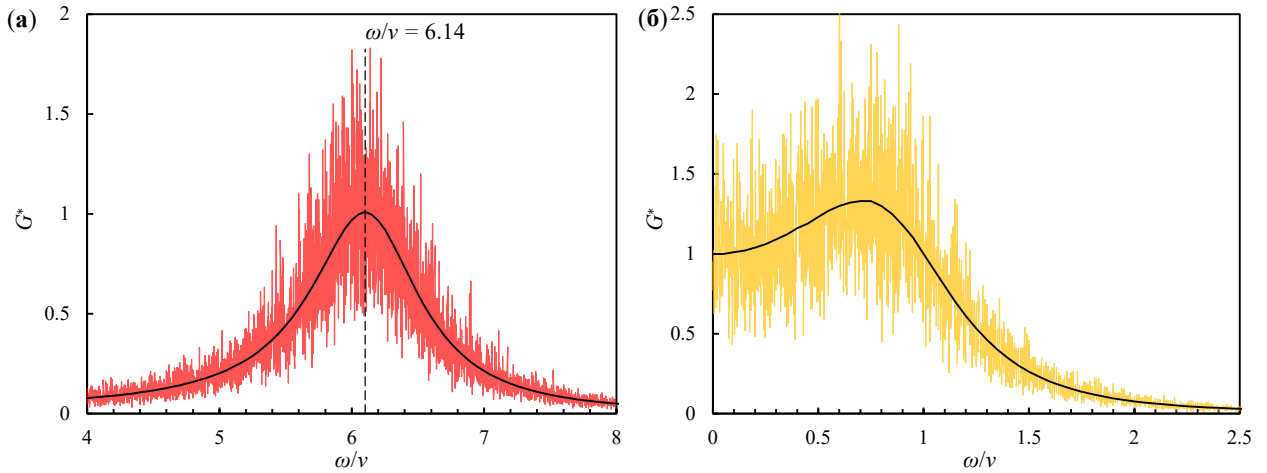


Рис. 5.16. Нормированные спектральные плотности $G^*(\omega)$ для центра масс системы частиц при их смещениях вдоль магнитного поля ($\omega_B = 0$), полученные путем численного моделирования (цветные линии) и из аналитического решения задачи (5.21) (черные линии), для (а) $\omega_t/\nu \cong 6.14$, $N = 50$, $\Gamma = 90$ и (б) $\omega_t/\nu \cong 1$, $N = 1000$, $\Gamma = 45$.

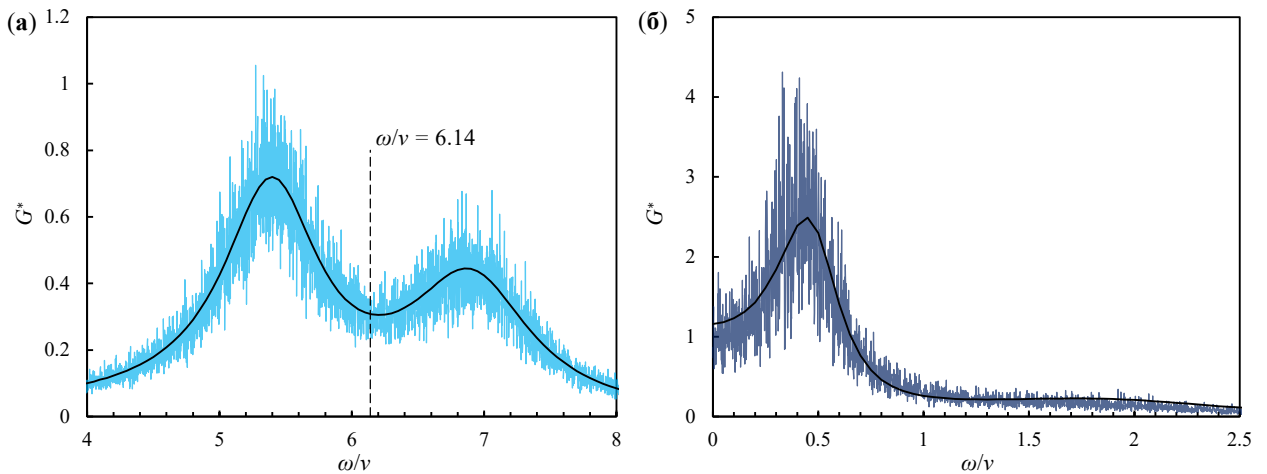


Рис. 5.17. Нормированные спектральные плотности $G^*(\omega)$ для центра масс системы частиц при их смещениях в плоскости ортогональной магнитному полю ($\omega_B/\nu \cong 1.5$), полученные путем численного моделирования (цветные линии) и из аналитического решения задачи (5.24) (черные линии), для (а) $\omega_t/\nu \cong 6.14$, $N = 50$, $\Gamma = 90$ и (б) $\omega_t/\nu \cong 1$, $N = 1000$, $\Gamma = 45$.

Численные исследования также показали, что отклонения формы спектральных распределений для отдельных частиц системы от аппроксимирующих функций (5.21) и (5.24) наблюдаются при $\Gamma > 0.1$. С ростом величины Γ характерная частота спектра смещается в сторону меньших частот относительно частоты колебаний центра масс системы как для смещений частиц вдоль магнитного поля ($\omega_B = 0$) (см. Рис. 5.18), так и для смещений в плоскости

ортогональной магнитному полю ($\omega_B \neq 0$) (см. Рис. 5.19). Можно предположить, что данное обстоятельство связано с уменьшением коэффициента диффузии частиц с ростом параметра Γ , которое, в свою очередь, происходит за счет роста эффективной диссипации в сильно коррелируемых системах [52,249].

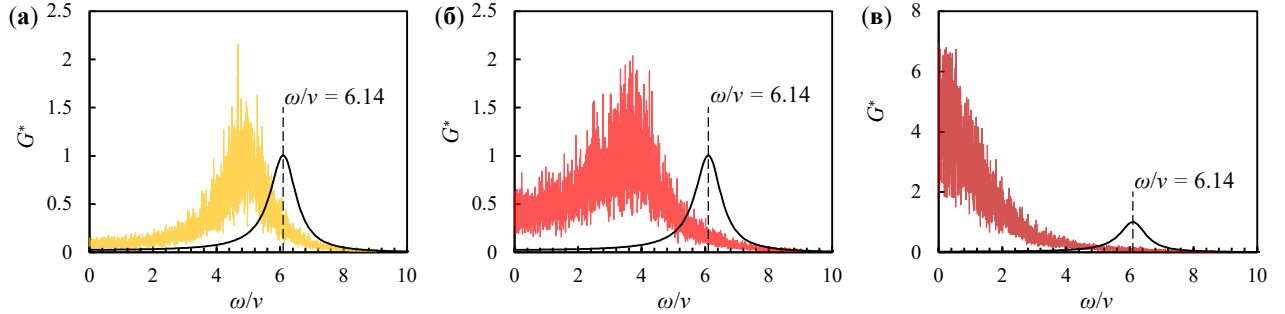


Рис. 5.18. Нормированные спектральные плотности $G^*(\omega)$ для отдельных частиц системы (цветные линии), состоящего из $N = 50$ частиц, при их смещениях вдоль магнитного поля ($\omega_B = 0$) для $\omega_t/\nu \cong 6.14$ и различных параметрах Γ : (а) – 0.18, (б) – 0.45 и (в) – 1.8. Черными линиями показаны аналитические функции для центра масс системы.

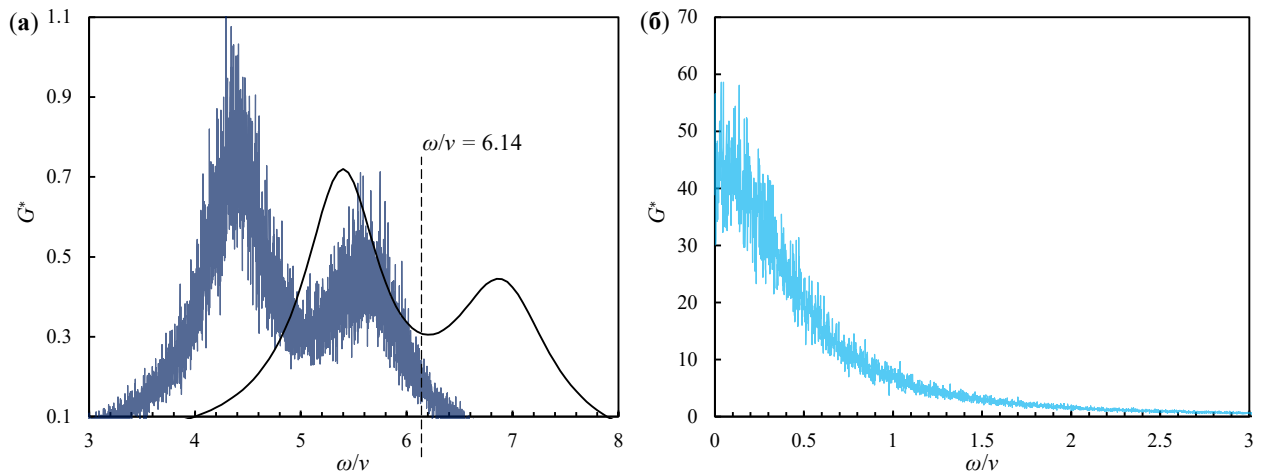


Рис. 5.19. Нормированные спектральные плотности $G^*(\omega)$ для отдельных частиц системы (цветные линии), состоящего из $N = 50$ частиц, при их смещениях в плоскости ортогональной магнитному полю ($\omega_B/\nu \cong 1.5$) для $\omega_t/\nu \cong 6.14$ и различных параметрах Γ : (а) – 0.18; (б) – 4.5. Черными линиями показаны аналитические функции для центра масс системы.

Отношение среднеквадратичных отклонений, деленные на время ($D_{XZ} = (\langle \Delta x^2 \rangle + \langle \Delta z^2 \rangle)/4t$, $D_Y = \langle \Delta y^2 \rangle/2t$), к величине коэффициента диффузии невзаимодействующих частиц в идеальных системах $D_0 = T/m\nu$, от νt для систем с $\omega_t/\nu \cong 6.14$ и различными параметрами N , Γ и ω_B/ν показаны на Рис. 5.20 для смещений отдельных частиц в направлении магнитного поля Y и в плоскости ортогональной магнитному полю (плоскость, образованная X и Z).

Отметим, что на начальных этапах наблюдения (при $vt > 0.75$) режим движения частиц был близок к диффузионному, т.е. значения $\langle \Delta x^2 \rangle \cong \langle \Delta y^2 \rangle \cong \langle \Delta z^2 \rangle$ были практически пропорциональны времени наблюдения t . С ростом времени (с ростом vt) значения $\langle \Delta x^2 \rangle \cong \langle \Delta y^2 \rangle \cong \langle \Delta z^2 \rangle$ стремились к постоянной величине примерно равной $R^3/3$; здесь $R \cong \sqrt[3]{3N/4\pi n}$, а $n \cong 3\alpha/4\pi q$.

При этом длительность участков с динамикой отдельных частиц, близкой к диффузионному режиму движения, а также время выхода функций D_{xz}/D_0 и D_y/D_0 на свое постоянное значение, увеличивались с ростом числа частиц N и величины параметра Γ , см. Рис. 5.20(б) и (г). Первое обстоятельство отражает влияние размера системы $R \cong \sqrt[3]{3N/4\pi n}$ на время достижения отдельной частицы ее границ, второе определяется влиянием температуры частиц на скорость их теплового движения.

С ростом параметра Γ величина отношений D_{xz}/D_0 и D_y/D_0 для диффузионного режима движения частиц незначительно уменьшалась, см. Рис. 5.20 (а) и (б), а при росте ω_B величина D_{xz} уменьшалась, а значение D_y оставалось практически неизменным, см. Рис. 5.20(в). Последнее обстоятельство определяется отношением характерных частот ω_B/ω_t для анализируемых систем. Так, при $(\omega_B/\omega_t)^2 \gg 1$, см. Рис. 5.20(в), определяющее влияние на диффузионное движение в системе играет величина ω_B , а при $(\omega_B/\omega_t)^2 \ll 1$, см. Рис. 5.20(а), – значение ω_t .

С ростом числа частиц N величина отношений D_{xz}/D_0 и D_y/D_0 для диффузионного режима движения частиц росла, см. Рис. 5.20(а) и (г). Это объясняется тем, что число частиц на границах в более объемной системе (с большим радиусом R) меньше по отношению к их общему числу; таким образом, возвращающая сила ловушки будет оказывать меньшее влияние на систему частиц.

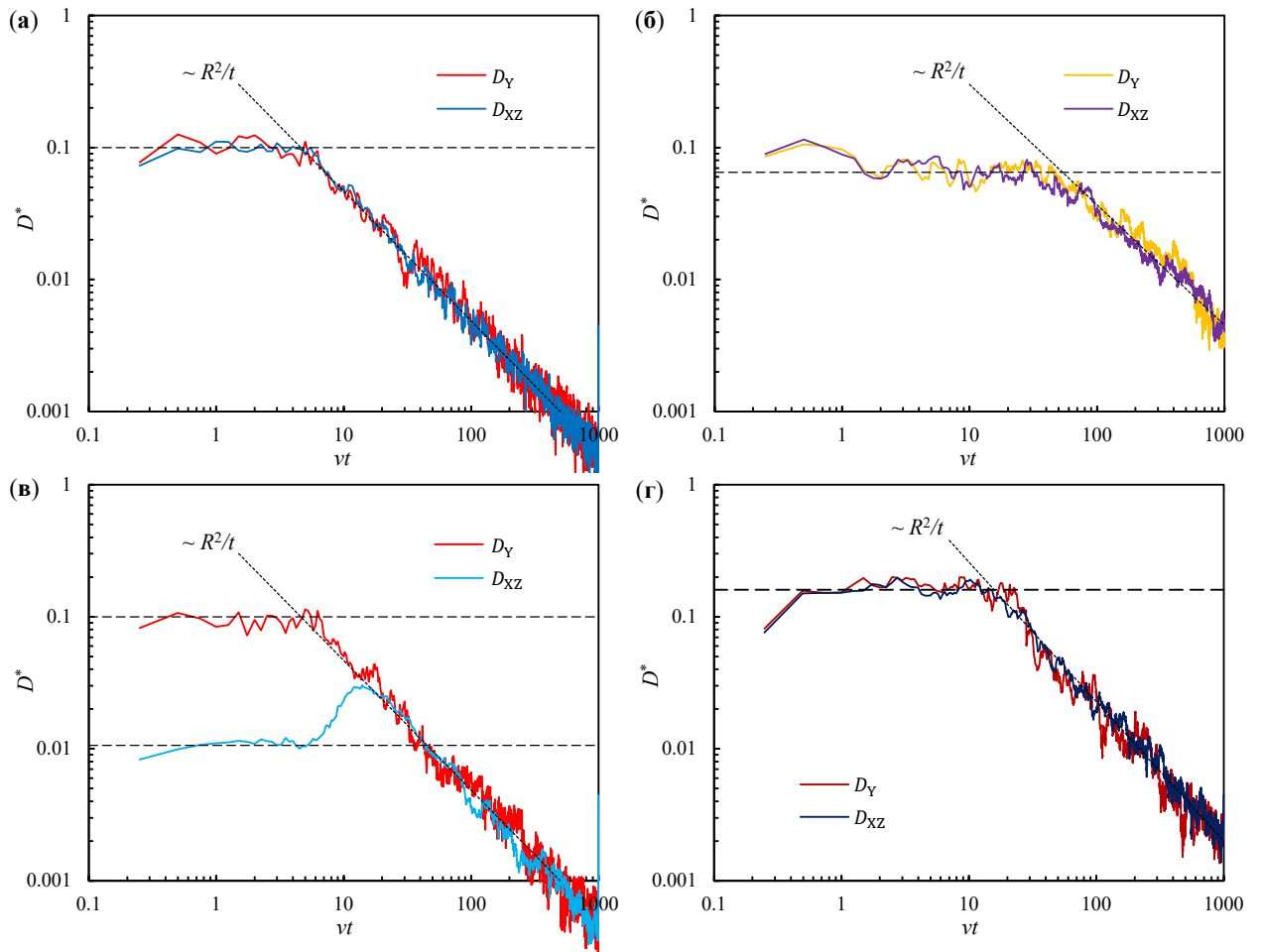


Рис. 5.20. Зависимость $D^* = D_{XZ}/D_0$ (синие и фиолетовая линии) и $D^* = D_Y/D_0$ (красные и оранжевая линии) от vt при $\omega_t/\nu \cong 6.14$ для отдельных частиц систем с параметрами: (а) – $N = 50$, $\Gamma = 4.5$, $\omega_B/\nu \cong 1.5$; (б) – $N = 50$, $\Gamma = 45$, $\omega_B/\nu \cong 1.5$; (в) – $N = 50$, $\Gamma = 4.5$, $\omega_B/\nu \cong 24$; (г) – $N = 500$, $\Gamma = 4.5$, $\omega_B/\nu \cong 1.5$. Штриховой линией показан диффузионный режим.

В заключение отметим, что большинство иллюстраций, представленных на Рис. 5.17, Рис. 5.19 и Рис. 5.20, относятся к случаю $\omega_B/\nu \sim 1$, за исключением данных, показанных на Рис. 5.20(в) для $\omega_B/\nu \gg 1$. (Напомним, что для случая $\omega_B/\nu \ll 1$ распознавание гармоник спектральной плотности $G^*(\omega)$, вызванных наличием магнитного поля не представляется возможным, см. Рис. 5.11)

Ситуация, когда $\omega_B/\nu > 1$ или $\omega_B/\nu \gg 1$, легко реализуется для ионов в установках по разделению компонентов ОЯТ [238,239]. Что касается пылевой плазмы, то в большинстве существующих экспериментов по изучению динамики пылевых частиц в магнитном поле B величина отношения $\omega_B/\nu \ll 1$, поскольку используются достаточно крупные (тяжелые) частицы при небольшом значении приложенного поля, $B \leq 2500$ Гс [221,223]. Исключение составляют эксперименты, описанные в работе [224], где исследовалось влияние магнитных полей 4000-40000 Гс на плазменно-пылевые облака в радиочастотном разряде для частиц

диаметром от 0.1 мкм до 10 мкм; в качестве буферного газа использовался аргон **Ar** с давлением $P \sim 0.01$ Торр. При этом наблюдаемые динамические явления практически не зависели от диаметра d пылевых частиц. Последнее обстоятельство косвенно подтверждается результатами наших расчетов для случая $\omega_B/\nu \sim 1$, см. Рис. 5.20.

В рассматриваемых экспериментах [224] при $B = 40000$ Гс значение ω_B будет сравнимо с величиной ν ($\omega_B \sim \nu$) для частиц диаметром $d < 0.4$ мкм. А в предположение водорода **H₂** в качестве буферного газа, соотношение $\omega_B \sim \nu$ будет наблюдаться для частиц с размерами $d < 2$ мкм. Здесь для оценок отношения ω_B/ν использовались: соотношение для зарядового числа пылевых частиц $Z \approx (1.1 \pm 0.25)T_e [\text{эВ}] d [\mu\text{м}]$, где T_e – температура электронов, принятая равной 3 эВ [4]; и величина коэффициента трения частиц $\nu \approx CP [\text{Торр}]/(\rho [\text{г}\cdot\text{см}^{-3}] d [\text{мкм}])$, где ρ – плотность материала частиц, а C – коэффициент, зависящий от типа буферного газа ($C \approx 2000$ для **Ar** и $C \approx 450$ для **H₂**) [119].

В заключение данного раздела следует отметить, что измерения спектральных плотностей смещений для центра масс ограниченной системы частиц позволяет восстанавливать характерные параметры исследуемых систем (ν , ω_t , ω_B) даже при наличии значительных тепловых флуктуаций в анализируемой системе.

5.3 Выводы к пятой главе

Представлены результаты исследования особенностей движения систем заряженных частиц в постоянном пространственно-однородном электромагнитном поле. Анализировалась диффузия и динамика «разлета» ограниченного облака заряженных частиц. Расчеты выполнялись для ионов, имитирующих ионы урана и продукты его деления, с различными массами в широком диапазоне параметров, соответствующих рабочим условиям в существующих установках по разделению ОЯТ.

Впервые рассмотрено влияние тепловых флуктуаций частиц на их движение в постоянном электромагнитном поле. Предложены аналитические оценки для анализа величины эффективного радиуса тепловых флуктуаций частиц. Предложенные соотношения были проверены путем численного моделирования задачи.

Отметим, что полученные результаты могут использоваться при выборе оптимальных рабочих параметров энергетических установок для эффективного разделения ОЯТ. Кроме того, представленные результаты могут быть полезными для качественного анализа поведения слабонеидеальной пылевой плазмы в пристеночной области установок УТС, а также для анализа поведения заряженных частиц любой массы и зарядов в постоянном электромагнитном поле.

Выполнено аналитическое и численное исследование динамики ограниченных систем заряженных броуновских частиц в удерживающем силовом поле ловушки под воздействием постоянного магнитного поля. Представлены корни характеристического уравнения, позволяющие анализировать спектр частот колебаний в исследуемых системах частиц. Предложены аналитические соотношения для спектральной плотности смещений центра масс исследуемых систем. Данные соотношения проверены путем численного моделирования для кластеров с различным количеством частиц в широком диапазоне параметров анализируемых систем.

Исследована связь спектральной плотности смещений центра масс и отдельных частиц со структурными характеристиками и параметром неидеальности моделируемых систем. Детально исследованы особенности процессов массопереноса и диффузионного режима движения заряженных частиц в ограниченных (кластерных) системах. Выполнен анализ динамики частиц в зависимости от их числа, температуры и величины магнитного и электрического поля. Представлен анализ зависимости формы парной корреляционной функции и размеров кластерных систем от температуры и количества частиц.

Полученные результаты применимы для ограниченных систем при любом типе попарных взаимодействий и могут быть полезны для разработки новых методов диагностики физических характеристик таких систем, а также для анализа условий формирования различных кластеров, которые представляют интерес в физике плазмы, в физике полимеров и коллоидных систем и т.д.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполнения работы:

1. Получены аналитические выражения спектральных плотностей случайных процессов в обобщенной системе несимметрично связанных гармонических осцилляторов.

2. Исследовано влияние основных параметров системы заряженных броуновских частиц с несимметричным межчастичным взаимодействием в удерживающем силовом поле (таких как, невзаимность и неидентичность частиц, трение, интенсивность тепловых источников, колебание заряда, число частиц) на спектральную плотность их колебаний.

3. Предложен новый метод для определения сил взаимодействия между частицами в плазменно-пылевых структурах. Метод основан на анализе спектральной плотности колебаний, и позволяет восстанавливать как производные удельных сил взаимодействия, так и параметры внешнего удерживающего потенциала, коэффициенты трения и спектральные характеристики тепловых источников частиц. В отличие от методов, разработанных ранее, предлагаемый метод: не требует специальной конструкции экспериментальной установки и не вносит возмущений в исследуемую систему частиц; не опирается на предварительные измерения или теоретические модели электрических полей и внешних сил; может применяться для систем, состоящих из двух или более взаимодействующих частиц.

4. Предложенный метод протестирован на результатах численного моделирования, также проведено сравнение с другими невозмущающими методами с учетом возможной погрешности измерения. В ходе сравнения метод показал значительные преимущества.

5. Детально изучены силы эффективного взаимодействия между микрочастицами в газовых высокочастотных разрядах и тлеющих разрядах постоянного тока. При всех параметрах разрядов эффективное взаимодействие между частицами было невзаимным. Отмечено присутствие эффективной силы притяжения нижней частицы со стороны верхней. Обнаружено, что небольшие (порядка 0.1–1%) пространственные флуктуации заряда нижней частицы могут привести к значительному изменению эффективного взаимодействия между частицами

6. Проведен анализ взаимодействия между пылевыми частицами в цепочечных системах, образующихся в приэлектродном слое ВЧ разряда. С помощью метода, основанного на анализе спектральной плотности колебаний частиц, определены производные удельных внешних и межчастичных сил.

7. Изучен эффект разрядки как в ВЧ разряде, так и в разряде постоянного тока. Отмечено уменьшение заряда нижней частицы более 20% относительно верхней в парах частиц.

8. Полученные экспериментальные данные в газовом разряде постоянного тока позволили проверить критерии конфигурационной неустойчивости системы.

9. Получены новые данные о влиянии магнитного поля на процессы диффузии, спектральные и структурные характеристики для ограниченных систем заряженных броуновских частиц в пространственно-однородном электрическом поле и в поле ловушки.

10. Исследовано воздействие тепловых колебаний на движение частиц в постоянном электромагнитном поле. Предложены аналитические оценки эффективного радиуса тепловых колебаний частиц. Предложенные формулы были подтверждены с помощью численного моделирования задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fortov V.E., Morfill G.E. Complex and Dusty plasmas: From Laboratory to Space. Boca Raton: CRC Press/Taylor & Francis, 2010.
2. Ivlev A. et al. Complex Plasmas and Colloidal Dispersions: Particle-Resolved Studies of Classical Liquids and Solids. WORLD SCIENTIFIC, 2012. Vol. 5.
3. Vladimirov S.V., Ostrikov K., Samarian A.A. Physics and Applications of Complex Plasmas. PUBLISHED BY IMPERIAL COLLEGE PRESS AND DISTRIBUTED BY WORLD SCIENTIFIC PUBLISHING CO., 2005.
4. Пылевая плазма: Эксперимент и теория / ed. Ваулина О.С. et al. Москва: Физматлит, 2009. 315 p.
5. Цытович В.Н. Плазменно-пылевые кристаллы, капли и облака // УФН. 1997. Vol. 167, № 1. P. 57.
6. D'Angelo N. Coulomb solids and low-frequency fluctuations in RF dusty plasmas // J. Phys. D: Appl. Phys. 1995. Vol. 28, № 5. P. 1009–1010.
7. Merlino R.L. et al. Laboratory studies of waves and instabilities in dusty plasmas // Physics of Plasmas. 1998. Vol. 5, № 5. P. 1607–1614.
8. Клумов Б.А. О критериях плавления комплексной плазмы // УФН. 2010. Vol. 180, № 10. P. 1095–1108.
9. Fortov V.E. et al. Mechanism of dust-acoustic instability in a direct current glow discharge plasma // Physics of Plasmas. 2000. Vol. 7, № 5. P. 1374–1380.
10. Nunomura S. et al. Instability of Dust Particles in a Coulomb Crystal due to Delayed Charging // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83, № 10. P. 1970–1973.
11. Samarian A.A. et al. Self-excited vertical oscillations in an rf-discharge dusty plasma // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 64, № 2. P. 025402.
12. Ichimaru S. Strongly coupled plasmas: high-density classical plasmas and degenerate electron liquids // Rev. Mod. Phys. 1982. Vol. 54, № 4. P. 1017–1059.
13. Ikezi H. Coulomb solid of small particles in plasmas // The Physics of Fluids. 1986. Vol. 29, № 6. P. 1764–1766.
14. Chu J.H., I L. Direct observation of Coulomb crystals and liquids in strongly coupled rf dusty plasmas // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 72, № 25. P. 4009–4012.
15. Thomas H. et al. Plasma Crystal: Coulomb Crystallization in a Dusty Plasma // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 73, № 5. P. 652–655.
16. Melzer A., Trottenberg T., Piel A. Experimental determination of the charge on dust particles forming Coulomb lattices // Physics Letters A. 1994. Vol. 191, № 3–4. P. 301–308.

17. Yasuaki Hayashi Y.H., Kunihide Tachibana K.T. Observation of Coulomb-Crystal Formation from Carbon Particles Grown in a Methane Plasma // *Jpn. J. Appl. Phys.* 1994. Vol. 33, № 6A. P. L804.
18. Фортвов В.Е. et al. Кристаллизация пылевой плазмы в положительном столбе тлеющего разряда // *Письма в ЖЭТФ.* 1996. Vol. 64, № 2. P. 86–91.
19. Липаев А.М. et al. Упорядоченные структуры в неидеальной пылевой плазме тлеющего разряда // *ЖЭТФ.* 1997. Vol. 112, № 6(12). P. 2030–2044.
20. Нефедов А.П. et al. Возникновение жидкостных и кристаллических структур в пылевой плазме // *Письма в ЖЭТФ.* 2000. Vol. 72, № 4. P. 313–326.
21. Fortov V.E. et al. Particle ordered structures in a strongly coupled classical thermal plasma // *Phys. Rev. E.* 1996. Vol. 54, № 3. P. R2236–R2239.
22. Fortov V.E. et al. Experimental observation of Coulomb ordered structure in sprays of thermal dusty plasmas // *Jetp Lett.* 1996. Vol. 63, № 3. P. 187–192.
23. Фортвов В.Е. et al. Пылевая плазма, индуцированная солнечным излучением, в условиях микрогравитации: эксперимент на борту российской космической станции “Мир” // *ЖЭТФ.* 1998. Vol. 114, № 6. P. 2004–2021.
24. Fortov V.E. et al. Dust particles in a nuclear-induced plasma // *Physics Letters A.* 1999. Vol. 258, № 4–6. P. 305–311.
25. Ваулина О.С., Васильева Е.В., Тимирханов Р.А. Параметры плазмы и условия существования монослойных пылевых структур в приэлектродном слое вч-разряда // *Физ. плазмы.* 2011. Vol. 37, № 12. P. 1112.
26. Герасимов Ю.В. et al. Формирование структур из макрочастиц в плазме ВЧ разряда индукционного типа // *Письма в ЖЭТФ.* 1998. Vol. 24, № 19. P. 62.
27. Fortov V.E. et al. Filamentary dusty structures in RF inductive discharge // *Physics Letters A.* 2000. Vol. 267, № 2–3. P. 179–183.
28. Goertz C.K. Dusty plasmas in the solar system // *Reviews of Geophysics.* 1989. Vol. 27, № 2. P. 271–292.
29. Horányi M. et al. Dusty plasma effects in Saturn’s magnetosphere // *Rev. Geophys.* 2004. Vol. 42, № 4.
30. Klumov B.A., Popel S.I., Bingham R. Dust particle charging and formation of dust structures in the upper atmosphere // *Jetp Lett.* 2000. Vol. 72, № 7. P. 364–368.
31. Dubinskii A.Yu., Popel S.I. Formation and evolution of dusty plasma structures in the ionosphere // *Jetp Lett.* 2012. Vol. 96, № 1. P. 21–26.
32. Rennilson J.J., Criswell D.R. Surveyor observations of lunar horizon-glow // *The Moon.* 1974. Vol. 10, № 2. P. 121–142.

33. Whipple E.C. Potentials of surfaces in space // *Rep. Prog. Phys.* 1981. Vol. 44, № 11. P. 1197–1250.
34. Попель С.И. et al. ПЫЛЕВАЯ ПЛАЗМА у поверхности ЛУНЫ // *Астрон. вестн.* 2013. Vol. 47, № 6. P. 455–466.
35. Kersten H. et al. Micro-Disperse Particles in Plasmas: From Disturbing Side Effects to New Applications // *Contrib. Plasma Phys.* 2001. Vol. 41, № 6. P. 598–609.
36. Hwang N.M. et al. Growth of silicon nanowires by chemical vapor deposition: approach by charged cluster model // *Journal of Crystal Growth.* 2000. Vol. 218, № 1. P. 33–39.
37. Selwyn G.S., Singh J., Bennett R.S. *I n s i t u* laser diagnostic studies of plasma-generated particulate contamination // *Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films.* 1989. Vol. 7, № 4. P. 2758–2765.
38. Winter J. Dust: A new challenge in nuclear fusion research? // *Physics of Plasmas.* 2000. Vol. 7, № 10. P. 3862–3866.
39. Girard J.-Ph. et al. ITER, safety and licensing // *Fusion Engineering and Design.* 2007. Vol. 82, № 5–14. P. 506–510.
40. Баранов. ИЗОТОПЫ: свойства, получение, применение. Москва: Физматлит, 2005. 598 p.
41. Filippov A.V. et al. Atomic battery based on ordered dust–plasma structures // *Ukr. J. Phys.* 2005. Vol. 50, № 2. P. 137–143.
42. Jung H. et al. Exploring the wake of a dust particle by a continuously approaching test grain // *Phys. Plasmas.* 2015. Vol. 22, № 5. P. 053702.
43. Yousefi R. et al. Charge of dust particles in a particle chain: arXiv:1607.03177. arXiv, 2016.
44. Takahashi K. et al. Analyses of attractive forces between particles in Coulomb crystal of dusty plasmas by optical manipulations // *Phys. Rev. E.* 1998. Vol. 58, № 6. P. 7805–7811.
45. Melzer A., Schweigert V.A., Piel A. Transition from Attractive to Repulsive Forces between Dust Molecules in a Plasma Sheath // *Phys. Rev. Lett.* 1999. Vol. 83, № 16. P. 3194–3197.
46. Chen M. et al. Ion-wake field inside a glass box // *Phys. Rev. E.* 2016. Vol. 94, № 3. P. 033201.
47. Prior N.J., Mitchell L.W., Samarian A.A. Determination of charge on vertically aligned particles in a complex plasma using laser excitations // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2003. Vol. 36, № 11. P. 1249–1253.
48. Kroll M. et al. On the influence of wakefields on three-dimensional particle arrangements // *Physics of Plasmas.* 2010. Vol. 17, № 1. P. 013702.
49. Hebner G.A., Riley M.E., Marder B.M. Dynamic probe of dust wakefield interactions using constrained collisions // *Phys. Rev. E.* 2003. Vol. 68, № 1. P. 016403.
50. Vaulina O.S. et al. Determination of Pair Interaction Forces between Particles in Nonideal Dissipative Systems // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 103, № 3. P. 035003.

51. Lisin E.A. et al. Solution of the inverse Langevin problem for open dissipative systems with anisotropic interparticle interaction // *Physics of Plasmas*. 2015. Vol. 22, № 3. P. 033704.
52. Ваулина О.С. et al. Анализ парного межчастичного взаимодействия в неидеальных диссипативных системах // *ЖЭТФ*. 2010. Vol. 137, № 4. P. 751–766.
53. Qiao K. et al. Non-perturbative experiments on plasma-mediated particle interaction and the ion wake potential: arXiv:1810.07173. arXiv, 2018.
54. Lisin E.A., Vaulina O.S., Petrov O.F. Correlational approach to study interactions between dust Brownian particles in a plasma // *Physics of Plasmas*. 2018. Vol. 25, № 1. P. 013702.
55. Kryuchkov N.P. et al. Strange attractors induced by melting in systems with nonreciprocal effective interactions // *Phys. Rev. E*. 2020. Vol. 101, № 6. P. 063205.
56. Nikolaev V.S., Timofeev A.V. Inhomogeneity of a harmonically confined Yukawa system // *Physics of Plasmas*. 2019. Vol. 26, № 7. P. 073701.
57. Hariprasad M.G. et al. Self-sustained non-equilibrium co-existence of fluid and solid states in a strongly coupled complex plasma system // *Sci Rep*. 2022. Vol. 12, № 1. P. 13882.
58. Mukhopadhyay A.K., Goree J. Experimental measurement of velocity correlations for two microparticles in a plasma with ion flow // *Phys. Rev. E*. 2014. Vol. 90, № 1. P. 013102.
59. Игнатов А.М. Устойчивость линейного плазменного кристалла // *Физ. плазмы*. 2020. Vol. 46, № 3. P. 213–218.
60. Игнатов А.М. Влияние невзаимных сил на устойчивость пылевых кластеров // *Физ. плазмы*. 2021. Vol. 47, № 5. P. 391–400.
61. Фортов В.Е. et al. Пылевая плазма // *УФН*. 2004. Vol. 174, № 5. P. 495.
62. Morfill G.E., Ivlev A.V. Complex plasmas: An interdisciplinary research field // *Rev. Mod. Phys*. 2009. Vol. 81, № 4. P. 1353–1404.
63. Игнатов М.М. Физические процессы в пылевой плазме // *Физика плазмы*. 2005. Vol. 31, № 1. P. 52–63.
64. Khrapak S.A. et al. Particle charge in the bulk of gas discharges // *Phys. Rev. E*. 2005. Vol. 72, № 1. P. 016406.
65. Liu B., Goree J. Phonons in a one-dimensional Yukawa chain: Dusty plasma experiment and model // *Phys. Rev. E*. 2005. Vol. 71, № 4. P. 046410.
66. Arp O., Goree J., Piel A. Particle chains in a dilute dusty plasma with subsonic ion flow // *Phys. Rev. E*. 2012. Vol. 85, № 4. P. 046409.
67. Kong J. et al. Interaction force in a vertical dust chain inside a glass box // *Phys. Rev. E*. 2014. Vol. 90, № 1. P. 013107.
68. Melzer A. et al. Structure and stability of the plasma crystal // *Phys. Rev. E*. 1996. Vol. 54, № 1. P. R46–R49.

69. Arp O. et al. Dust Coulomb Balls: Three-Dimensional Plasma Crystals // *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol. 93, № 16. P. 165004.
70. Филиппов А.В., Дербенев И.Н. Влияние размера заряженных сферических макрочастиц на их электростатическое взаимодействие в равновесной плазме // *Журнал экспериментальной и теоретической физики.* 2016. Vol. 150, № 6 (12). P. 1262–1274.
71. Игнатов А.И. Гравитация Лессажа в пылевой плазме // *Физ. плазмы.* 1996. Vol. 22, № 7. P. 648–653.
72. Khodataev Ya.K., Morfill G.E., Tsytovich V.N. Role of neutral-particle bombardment in dust–dust interactions in plasmas // *J. Plasma Phys.* 2001. Vol. 65, № 4. P. 257–272.
73. Khrapak S.A., Ivlev A.V., Morfill G. Interaction potential of microparticles in a plasma: Role of collisions with plasma particles // *Phys. Rev. E.* 2001. Vol. 64, № 4. P. 046403.
74. Usachev A.D. et al. Formation of a Boundary-Free Dust Cluster in a Low-Pressure Gas-Discharge Plasma // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 102, № 4. P. 045001.
75. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. Долгопрудный: Интеллект, 2009. 736 p.
76. Hutchinson I.H. Intergrain forces in low-Mach-number plasma wakes // *Phys. Rev. E.* 2012. Vol. 85, № 6. P. 066409.
77. Kompaneets R., Morfill G.E., Ivlev A.V. Wakes in complex plasmas: A self-consistent kinetic theory // *Phys. Rev. E.* 2016. Vol. 93, № 6. P. 063201.
78. Vladimirov S.V., Nambu M. Attraction of charged particulates in plasmas with finite flows // *Phys. Rev. E.* 1995. Vol. 52, № 3. P. R2172–R2174.
79. Schweigert V.A. et al. Alignment and instability of dust crystals in plasmas // *Phys. Rev. E.* 1996. Vol. 54, № 4. P. 4155–4166.
80. Chung P.M., Talbot L., Touryan K.J. *Electric Probes in Stationary and Flowing Plasmas.* Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1975. Vol. 11.
81. Allen J.E. Probe theory - the orbital motion approach // *Phys. Scr.* 1992. Vol. 45, № 5. P. 497–503.
82. Goree J. Charging of particles in a plasma // *Plasma Sources Sci. Technol.* 1994. Vol. 3, № 3. P. 400–406.
83. Barkan A., D’Angelo N., Merlino R.L. Charging of Dust Grains in a Plasma // *Phys. Rev. Lett.* 1994. Vol. 73, № 23. P. 3093–3096.
84. Khrapak S.A., Ivlev A.V., Morfill G.E. Momentum transfer in complex plasmas // *Phys. Rev. E.* 2004. Vol. 70, № 5. P. 056405.
85. Zobnin A.V. et al. On the charge of dust particles in a low-pressure gas discharge plasma // *J. Exp. Theor. Phys.* 2000. Vol. 91, № 3. P. 483–487.
86. Lampe M. et al. Effect of Trapped Ions on Shielding of a Charged Spherical Object in a Plasma // *Phys. Rev. Lett.* 2001. Vol. 86, № 23. P. 5278–5281.

87. Hutchinson I.H., Patacchini L. Computation of the effect of neutral collisions on ion current to a floating sphere in a stationary plasma // *Physics of Plasmas*. 2007. Vol. 14, № 1. P. 013505.
88. Uglov A.A., Gnedovets A.G. Effect of particle charging on momentum and heat transfer from rarefied plasma flow // *Plasma Chem Plasma Process*. 1991. Vol. 11, № 2. P. 251–267.
89. Vladimirov S.V., Maiorov S.A., Cramer N.F. Kinetics of plasma flowing around two stationary dust grains // *Phys. Rev. E*. 2003. Vol. 67, № 1. P. 016407.
90. Miloch W.J., Kroll M., Block D. Charging and dynamics of a dust grain in the wake of another grain in flowing plasmas // *Physics of Plasmas*. 2010. Vol. 17, № 10. P. 103703.
91. Carstensen J. et al. Charging and coupling of a vertically aligned particle pair in the plasma sheath // *Physics of Plasmas*. 2012. Vol. 19, № 3. P. 033702.
92. Lisina I.I. et al. Self-confined particle pairs in complex plasmas // *Phys. Rev. E*. 2017. Vol. 95, № 1. P. 013202.
93. Bystrenko O., Zagorodny A. Critical effects in screening of high-Z impurities in plasmas // *Physics Letters A*. 1999. Vol. 255, № 4–6. P. 325–330.
94. Kennedy R.V., Allen J.E. The floating potential of spherical probes and dust grains. II: Orbital motion theory // *J. Plasma Phys*. 2003. Vol. 69, № 6. P. 485–506.
95. Daugherty J.E. et al. Sheath structure around particles in low-pressure discharges // *Journal of Applied Physics*. 1992. Vol. 72, № 9. P. 3934–3942.
96. Daugherty J.E., Porteous R.K., Graves D.B. Electrostatic forces on small particles in low-pressure discharges // *Journal of Applied Physics*. 1993. Vol. 73, № 4. P. 1617–1620.
97. Альперт Я.Л., Гуревич А.В., Питаевский Л.П. Искусственные спутники в разреженной плазме. Москва: Наука, 1964. 382 p.
98. Khrapak S.A., Klumov B.A., Morfill G.E. Electric Potential Around an Absorbing Body in Plasmas: Effect of Ion-Neutral Collisions // *Phys. Rev. Lett*. 2008. Vol. 100, № 22. P. 225003.
99. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы. Москва: Высшая школа, 1988. 423 p.
100. Nambu M., Vladimirov S.V., Shukla P.K. Attractive forces between charged particulates in plasmas // *Physics Letters A*. 1995. Vol. 203, № 1. P. 40–42.
101. Ishihara O., Vladimirov S.V. Wake potential of a dust grain in a plasma with ion flow // *Physics of Plasmas*. 1997. Vol. 4, № 1. P. 69–74.
102. Xie B., He K., Huang Z. Attractive potential in weak ion flow coupling with dust-acoustic waves // *Physics Letters A*. 1999. Vol. 253, № 1–2. P. 83–87.
103. Lapenta G. Linear theory of plasma wakes // *Phys. Rev. E*. 2000. Vol. 62, № 1. P. 1175–1181.
104. Lemons D.S. et al. Two-dimensional wake potentials in sub- and supersonic dusty plasmas // *Physics of Plasmas*. 2000. Vol. 7, № 6. P. 2306–2313.

105. Melandsø F., Goree J. Polarized supersonic plasma flow simulation for charged bodies such as dust particles and spacecraft // *Phys. Rev. E*. 1995. Vol. 52, № 5. P. 5312–5326.
106. Lampe M. et al. Interactions between dust grains in a dusty plasma // *Physics of Plasmas*. 2000. Vol. 7, № 10. P. 3851–3861.
107. Winske D. Nonlinear wake potential in a dusty plasma // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2001. Vol. 29, № 2. P. 191–197.
108. Lapenta G. Nature of the force field in plasma wakes // *Phys. Rev. E*. 2002. Vol. 66, № 2. P. 026409.
109. Vladimirov S.V., Maiorov S.A., Ishihara O. Molecular dynamics simulation of plasma flow around two stationary dust grains // *Physics of Plasmas*. 2003. Vol. 10, № 10. P. 3867–3873.
110. Hou L.-J., Wang Y.-N., Mišković Z.L. Induced potential of a dust particle in a collisional radio-frequency sheath // *Phys. Rev. E*. 2003. Vol. 68, № 1. P. 016410.
111. Lampe M., Joyce G., Ganguli G. Analytic and Simulation Studies of Dust Grain Interaction and Structuring // *Physica Scripta*. 2001. Vol. T89, № 1. P. 106.
112. Hou L.-J., Wang Y.-N., Mišković Z.L. Interaction potential among dust grains in a plasma with ion flow // *Phys. Rev. E*. 2001. Vol. 64, № 4. P. 046406.
113. Ishihara O., Vladimirov S.V., Cramer N.F. Effect of a dipole moment on the wake potential of a dust grain in a flowing plasma // *Phys. Rev. E*. 2000. Vol. 61, № 6. P. 7246–7248.
114. Schweigert V.A. Dielectric permittivity of a plasma in an external electric field // *Plasma Phys. Rep.* 2001. Vol. 27, № 11. P. 997–999.
115. Ivlev A.V. et al. Kinetic approach for the ion drag force in a collisional plasma // *Phys. Rev. E*. 2005. Vol. 71, № 1. P. 016405.
116. Montgomery D., Joyce G., Sugihara R. Inverse third power law for the shielding of test particles // *Plasma Phys.* 1968. Vol. 10, № 7. P. 681–686.
117. Kompaneets R., Morfill G.E., Ivlev A.V. Design of new binary interaction classes in complex plasmas // *Physics of Plasmas*. 2009. Vol. 16, № 4. P. 043705.
118. Epstein P.S. On the Resistance Experienced by Spheres in their Motion through Gases // *Phys. Rev.* 1924. Vol. 23, № 6. P. 710–733.
119. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. Москва: Физматлит, 2007. 536 p.
120. Talbot L. et al. Thermophoresis of particles in a heated boundary layer // *J. Fluid Mech.* 1980. Vol. 101, № 4. P. 737–758.
121. Балабанов В.В. et al. Влияние градиента температуры газа на пылевые структуры в плазме тлеющего разряда // *ЖЭТФ*. 2001. Vol. 119, № 1. P. 99–107.
122. Ivlev A.V., Morfill G., Fortov V.E. Potential of a dielectric particle in a flow of a collisionless plasma // *Physics of Plasmas*. 1999. Vol. 6, № 5. P. 1415–1420.

123. Fortov V. et al. Complex (dusty) plasmas: Current status, open issues, perspectives // *Physics Reports*. 2005. Vol. 421, № 1–2. P. 1–103.
124. Samsonov D., Goree J. Instabilities in a dusty plasma with ion drag and ionization // *Phys. Rev. E*. 1999. Vol. 59, № 1. P. 1047–1058.
125. Morfill G.E. et al. Condensed Plasmas under Microgravity // *Phys. Rev. Lett.* 1999. Vol. 83, № 8. P. 1598–1601.
126. Goree J. et al. Theory of dust voids in plasmas // *Phys. Rev. E*. 1999. Vol. 59, № 6. P. 7055–7067.
127. Khrapak S.A. et al. Ion drag force in complex plasmas // *Phys. Rev. E*. 2002. Vol. 66, № 4. P. 046414.
128. Khrapak S.A. et al. Scattering in the Attractive Yukawa Potential in the Limit of Strong Interaction // *Phys. Rev. Lett.* 2003. Vol. 90, № 22. P. 225002.
129. Nitter T. Levitation of dust in rf and dc glow discharges // *Plasma Sources Sci. Technol.* 1996. Vol. 5, № 1. P. 93–111.
130. Tsytovich V.N., Khodataev Ya.K., Bingham R. Formation of a Dust Molecule in Plasmas as a First Step to Super-Chemistry // *Comments Plasma Phys. Control. Fusion*. 1996. Vol. 17, № 4. P. 249–265.
131. Khrapak S.A., Morfill G.E. A note on the binary interaction potential in complex (dusty) plasmas // *Physics of Plasmas*. 2008. Vol. 15, № 8. P. 084502.
132. Tsytovich V.N. et al. Radiative dust cooling and dust agglomeration in plasmas // *Comments Plasma Phys. Control. Fusion*. 1998. Vol. 18, № 5. P. 281–291.
133. Swinkels G.H.P.M. et al. Microcalorimetry of dust particles in a radio-frequency plasma // *Journal of Applied Physics*. 2000. Vol. 88, № 4. P. 1747–1755.
134. Khrapak S.A., Morfill G.E. Grain surface temperature in noble gas discharges: Refined analytical model // *Physics of Plasmas*. 2006. Vol. 13, № 10. P. 104506.
135. Carstensen J. et al. Mass changes of microparticles in a plasma observed by a phase-resolved resonance method // *Physics of Plasmas*. 2011. Vol. 18, № 3. P. 033701.
136. Ashrafi K.S. et al. Dust as probes: Determining confinement and interaction forces // *Phys. Rev. E*. 2020. Vol. 102, № 4. P. 043210.
137. Vaulina O.S., Lisin E.A. Technique for analysis of interparticle interaction in nonideal dissipative systems with isotropic pair potentials // *Physics of Plasmas*. 2009. Vol. 16, № 11. P. 113702.
138. Qiao K. et al. Determination of interaction between a dust particle pair in complex plasmas: arXiv:1705.01982. arXiv, 2017.
139. Lisin E.A., Vaulina O.S., Petrov O.F. Verifying the reciprocity of interparticle interaction forces in strongly coupled systems // *J. Exp. Theor. Phys.* 2017. Vol. 124, № 4. P. 678–682.

140. Vaulina O.S. et al. Analysis of pair interparticle interaction in nonideal dissipative systems // *J. Exp. Theor. Phys.* 2010. Vol. 110, № 4. P. 662–674.
141. Lisin E.A. et al. Influence of external perturbations on the interaction between grains in plasma // *New J. Phys.* 2013. Vol. 15, № 5. P. 053004.
142. Lisin E.A. et al. Dust-particle charge in weakly ionized gas-discharge plasma // *EPL*. 2012. Vol. 97, № 5. P. 55003.
143. Lisin E.A. et al. Contactless methods for studying interactions between dust particles in a gas-discharge plasma // *Plasma Phys. Control. Fusion*. 2013. Vol. 55, № 12. P. 124022.
144. Zhdanov S.K., Ivlev A.V., Morfill G.E. Mode-coupling instability of two-dimensional plasma crystals // *Physics of Plasmas*. 2009. Vol. 16, № 8. P. 083706.
145. Poole D. *Linear algebra: a modern introduction*. Fourth edition. Stamford, CT: Cengage Learning, 2015.
146. Voronov A.A. *Theory of Automatic Control*. Moscow: Vyssh. Shkola, 1986. Vol. Part 2.
147. Klimontovich Yu.L. *Statistical Physics*. New York: Harwood Academic, 1986.
148. Ваулина О.С., Лисина И.И., Лисин Е.А. Условия формирования и критерии устойчивости малоразмерных кластерных систем // *Физика плазмы*. 2018. Vol. 44, № 2. P. 229–237.
149. Lisina I.I., Vaulina O.S., Lisin E.A. Amplitude instability, phase transitions, and dynamic properties in two-dimensional Yukawa clusters // *Phys. Rev. E*. 2019. Vol. 99, № 1. P. 013207.
150. *Pylevaja plazma: eksperiment i teorija* / ed. Vaulina O.S. Moskva: Fizmatlit, 2009. 315 p.
151. *Introduction to complex plasmas* / ed. Bonitz M., Horing N.J.M., Ludwig P. Heidelberg; New York: Springer, 2010. 447 p.
152. Lisin E.A. et al. Experimental study of the nonreciprocal effective interactions between microparticles in an anisotropic plasma // *Sci Rep*. 2020. Vol. 10, № 1. P. 13653.
153. Vaulina O.S., Lisina I.I., Lisin E.A. Influence of different kinetic heating mechanisms on the dynamics of a trapped Brownian particle in a complex plasma // *Physics of Plasmas*. 2022. Vol. 29, № 11. P. 113703.
154. Ivlev A.V. et al. Statistical Mechanics where Newton's Third Law is Broken // *Phys. Rev. X*. 2015. Vol. 5, № 1. P. 011035.
155. Bartnick J. et al. Structural correlations in diffusiophoretic colloidal mixtures with nonreciprocal interactions // *J. Phys.: Condens. Matter*. 2016. Vol. 28, № 2. P. 025102.
156. Vaulina O.S., Lisina I.I., Lisin E.A. Energy exchange in systems of particles with nonreciprocal interaction // *J. Exp. Theor. Phys.* 2015. Vol. 121, № 4. P. 717–726.
157. Raizer Yu.P. *Gas discharge physics*. Berlin: Springer, 1997.
158. Melzer A., Homann A., Piel A. Experimental investigation of the melting transition of the plasma crystal // *Phys. Rev. E*. 1996. Vol. 53, № 3. P. 2757–2766.

159. Schweigert V.A. et al. Plasma Crystal Melting: A Nonequilibrium Phase Transition // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 80, № 24. P. 5345–5348.
160. Vaulina O.S., Lisina I.I., Lisin E.A. Kinetic energy in a system of particles with a nonreciprocal interaction // *EPL*. 2015. Vol. 111, № 5. P. 50003.
161. Vaulina O.S. Influence of inhomogeneous conditions on the kinetic energy of dust macroparticles in plasma // *J. Exp. Theor. Phys.* 2016. Vol. 122, № 1. P. 193–202.
162. Vaulina O.S., Sametov E.A., Lisin E.A. Spectral Characteristics of Charged Particles in Limited Chain Structures // *J. Exp. Theor. Phys.* 2020. Vol. 131, № 2. P. 361–373.
163. Vaulina O.S., Sametov E.A. Spectral and Structural Characteristics for Cluster Systems of Charged Brownian Particles // *J. Exp. Theor. Phys.* 2018. Vol. 127, № 2. P. 350–356.
164. Vaulina O.S. Spectral Characteristics of Small Cluster Systems (Chain Structures) // *Plasma Phys. Rep.* 2020. Vol. 46, № 4. P. 419–429.
165. Vaulina O.S. Energy exchange in the systems with non-uniform thermal sources // *Phys. Plasmas*. 2017. Vol. 24, № 2. P. 023705.
166. Vaulina O.S. Processes of energy exchange in systems of nonidentical particles with inhomogeneous sources of heat // *J. Exp. Theor. Phys.* 2017. Vol. 124, № 5. P. 839–844.
167. Sametov E.A., Lisin E.A., Vaulina O.S. Spectral Characteristics of Stochastic Motion in the System of Two Interacting Particles // *J. Exp. Theor. Phys.* 2020. Vol. 130, № 3. P. 463–470.
168. Lagarias J.C. et al. Convergence Properties of the Nelder--Mead Simplex Method in Low Dimensions // *SIAM J. Optim.* 1998. Vol. 9, № 1. P. 112–147.
169. Vaulina O.S. et al. Spectral Characteristics of Small-Sized Quasi-Two-Dimensional Clusters // *Plasma Phys. Rep.* 2020. Vol. 46, № 12. P. 1210–1219.
170. Jerri A.J. The Shannon sampling theorem—Its various extensions and applications: A tutorial review // *Proc. IEEE*. 1977. Vol. 65, № 11. P. 1565–1596.
171. Max J. Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques. Tome 2: appareillages, méthodes nouvelles exemples d'applications. Paris: Masson, 1987. 454 p.
172. Harris F.J. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform // *Proc. IEEE*. 1978. Vol. 66, № 1. P. 51–83.
173. Mukhopadhyay A.K., Goree J. Two-Particle Distribution and Correlation Function for a 1D Dusty Plasma Experiment // *Phys. Rev. Lett.* 2012. Vol. 109, № 16. P. 165003.
174. Schmidt C., Piel A. Stochastic heating of a single Brownian particle by charge fluctuations in a radio-frequency produced plasma sheath // *Phys. Rev. E*. 2015. Vol. 92, № 4. P. 043106.
175. Thomas H.M., Morfill G.E. Melting dynamics of a plasma crystal // *Nature*. 1996. Vol. 379, № 6568. P. 806–809.

176. Quinn R., Goree J. Single-particle Langevin model of particle temperature in dusty plasmas // *Phys. Rev. E*. 2000. Vol. 61, № 3. P. 3033–3041.
177. Melzer A. Mode spectra of thermally excited two-dimensional dust Coulomb clusters // *Phys. Rev. E*. 2003. Vol. 67, № 1. P. 016411.
178. Williams J.D., Thomas E. Initial measurement of the kinetic dust temperature of a weakly coupled dusty plasma // *Physics of Plasmas*. 2006. Vol. 13, № 6. P. 063509.
179. Lisina I.I., Vaulina O.S. Formation of layered structures of particles with anisotropic pair interaction // *EPL*. 2013. Vol. 103, № 5. P. 55002.
180. Ivlev A.V., Morfill G. Anisotropic dust lattice modes // *Phys. Rev. E*. 2000. Vol. 63, № 1. P. 016409.
181. Couëdel L. et al. Wave mode coupling due to plasma wakes in two-dimensional plasma crystals: In-depth view // *Physics of Plasmas*. 2011. Vol. 18, № 8. P. 083707.
182. Röcker T.B. et al. Mode coupling in two-dimensional plasma crystals: Role of the wake model // *Physics of Plasmas*. 2012. Vol. 19, № 3. P. 033708.
183. Melzer A. Connecting the wakefield instabilities in dusty plasmas // *Phys. Rev. E*. 2014. Vol. 90, № 5. P. 053103.
184. Kolotinskii D.A., Nikolaev V.S., Timofeev A.V. Effect of Structural Inhomogeneity and Nonreciprocal Effects in the Interaction of Macroparticles on the Dynamic Properties of a Dusty Plasma Monolayer // *Jetp Lett*. 2021. Vol. 113, № 8. P. 510–517.
185. Vaulina O.S. et al. Instability of plasma-dust systems with a macroparticle charge gradient // *J. Exp. Theor. Phys*. 2000. Vol. 91, № 6. P. 1147–1162.
186. Ivlev A.V., Konopka U., Morfill G. Influence of charge variation on particle oscillations in the plasma sheath // *Phys. Rev. E*. 2000. Vol. 62, № 2. P. 2739–2744.
187. Vaulina O.S. et al. Analysis of macroparticle charging in the near-electrode layer of a high-frequency capacitive discharge // *J. Exp. Theor. Phys*. 2003. Vol. 96, № 6. P. 1037–1044.
188. Vaulina O.S. Stochastic motion of grains with charge gradients in external electric fields // *EPL*. 2016. Vol. 115, № 1. P. 10007.
189. Norman G.E., Stegailov V.V., Timofeev A.V. Anomalous kinetic energy of a system of dust particles in a gas discharge plasma // *J. Exp. Theor. Phys*. 2011. Vol. 113, № 5. P. 887–900.
190. Kong J. et al. Temperature measurement of a dust particle in a RF plasma GEC reference cell // *J. Plasma Phys*. 2016. Vol. 82, № 5. P. 905820505.
191. Rubin-Zuzic M. et al. Single particle dynamics in a radio-frequency produced plasma sheath. Phuket, Thailand, 2018. P. 020023.
192. Vaulina O.S. et al. Charge-fluctuation-induced heating of dust particles in a plasma // *Phys. Rev. E*. 1999. Vol. 60, № 5. P. 5959–5964.

193. Chunshi Cui, Goree J. Fluctuations of the charge on a dust grain in a plasma // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 1994. Vol. 22, № 2. P. 151–158.
194. Matsoukas T., Russell M., Smith M. Stochastic charge fluctuations in dusty plasmas // *Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films.* 1996. Vol. 14, № 2. P. 624–630.
195. Bystrenko O., Bystrenko T., Zagorodny A. Charge fluctuations of a dust grain embedded in a weakly ionized gas. // *Physics Letters A.* 2004. Vol. 329, № 1–2. P. 83–87.
196. Ghosh S., Shukla P.K. Dynamical behaviour of stochastic dust charge fluctuations // *Physics Letters A.* 2012. Vol. 376, № 37. P. 2552–2554.
197. Shotorban B. Stochastic fluctuations of dust particle charge in RF discharges // *Physics of Plasmas.* 2012. Vol. 19, № 5. P. 053702.
198. Piel A., Schmidt C. Dust charging and charge fluctuations in a weakly collisional radio-frequency sheath at low pressure // *Phys. Plasmas.* 2015. Vol. 22, № 5. P. 053701.
199. Lisina I.I. et al. Coupling of dust particles in a weakly collisional plasma with an ion flow // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2019. Vol. 1147. P. 012112.
200. Miloch W.J., Block D. Dust grain charging in a wake of other grains // *Physics of Plasmas.* 2012. Vol. 19, № 12. P. 123703.
201. Petrov O.F. et al. Solid-hexatic-liquid transition in a two-dimensional system of charged dust particles // *EPL.* 2015. Vol. 111, № 4. P. 45002.
202. Koss X.G. et al. Small systems of laser-driven active Brownian particles: Evolution and dynamic entropy // *EPL.* 2018. Vol. 124, № 4. P. 45001.
203. Nosenko V. et al. Active Janus particles in a complex plasma // *Phys. Rev. Research.* 2020. Vol. 2, № 3. P. 033226.
204. Arkar K. et al. Dynamics of Active Brownian Particles in Plasma // *Molecules.* 2021. Vol. 26, № 3. P. 561.
205. Kononov E.A. et al. Particle Surface Modification in the Near-Electrode Region of an RF Discharge // *Nanomaterials.* 2021. Vol. 11, № 11. P. 2931.
206. Numerical recipes: the art of scientific computing. 3. ed / ed. Press W.H. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. 1235 p.
207. Голятина Р.И., Майоров С.А. Расчеты зависимости характеристик дрейфа иона в собственном газе от напряженности электрического поля // *Инженерная физика.* 2012. № 9. P. 3–15.
208. Pustylnik M.Y. et al. Plasmakristall-4: New complex (dusty) plasma laboratory on board the International Space Station // *Review of Scientific Instruments.* 2016. Vol. 87, № 9. P. 093505.
209. Ваулина О.С. Влияние неоднородных условий на кинетическую энергию пылевых макрочастиц в плазме // *ЖЭТФ.* 2016. Vol. 149, № 1. P. 218–229.

210. Ваулина О.С., Лисина И.И., Косс К.Г. Формирование цепочечных структур в системах частиц, взаимодействующих посредством изотропных парных потенциалов // *Физ. плазмы*. 2013. Vol. 39, № 5. P. 455–460.
211. *Photon Correlation and Light Beating Spectroscopy* / ed. Cummins H.Z., Pike E.R. Boston, MA: Springer US, 1974.
212. Balescu R. *Equilibrium and nonequilibrium statistical mechanics*. New York: Wiley, 1975. 742 p.
213. Овчинников А.А., Тимашев С.Ф., Белый А.А. Кинетика диффузионно-контролируемых химических процессов. Москва: Химия, 1986. 288 p.
214. Френкель Я.И. *Кинетическая теория жидкостей*. Ленинград: Наука, 1975. 592 p.
215. Jiménez-Aquino J.I., Velasco R.M., Uribe F.J. Brownian motion of a classical harmonic oscillator in a magnetic field // *Phys. Rev. E*. 2008. Vol. 77, № 5. P. 051105.
216. Hou L.J. et al. Brownian dynamics of charged particles in a constant magnetic field // *Physics of Plasmas*. 2009. Vol. 16, № 5. P. 053705.
217. Farokhi B., Shahmansouri M., Shukla P.K. Dust grain oscillations in two-dimensional hexagonal dusty plasma crystals in the presence of a magnetic field // *Physics of Plasmas*. 2009. Vol. 16, № 6. P. 063703.
218. Фортвов В.Е. et al. Броуновское движение пылевых частиц в слабоионизованной плазме // *Письма в ЖЭТФ*. 2013. Vol. 97, № 6. P. 366–371.
219. Hebner G.A., Riley M.E., Greenberg K.E. Analysis of the particle interactions in a two-dimensional-plasma dust crystal and the use of dust as a probe of the time-averaged presheath electric field // *Phys. Rev. E*. 2002. Vol. 66, № 4. P. 046407.
220. Vaulina O.S., Dranzhevski I.E. Transport of macroparticles in dissipative two-dimensional Yukawa systems // *Phys. Scr.* 2006. Vol. 73, № 6. P. 577–586.
221. Васильев М.М. et al. Плазменно-пылевые структуры в магнитных полях в разряде постоянного тока // *Письма в ЖЭТФ*. 2007. Vol. 86, № +. P. 414–419.
222. D'yachkov L.G., Petrov O.F., Fortov V.E. Dusty Plasma Structures in Magnetic DC Discharges // *Contrib. Plasma Phys.* 2009. Vol. 49, № 3. P. 134–147.
223. Karasev V.Y. et al. Rotational motion of dusty structures in glow discharge in longitudinal magnetic field // *Phys. Rev. E*. 2006. Vol. 74, № 6. P. 066403.
224. Sato N. et al. Dynamics of fine particles in magnetized plasmas // *Physics of Plasmas*. 2001. Vol. 8, № 5. P. 1786–1790.
225. Totsuji H. et al. Yukawa system (dusty plasma) in one-dimensional external fields // *Physics Letters A*. 1996. Vol. 221, № 3–4. P. 215–219.
226. Totsuji H., Kishimoto T., Totsuji C. Structure of Confined Yukawa System (Dusty Plasma) // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 78, № 16. P. 3113–3116.

227. Huang R. et al. Direct observation of the full transition from ballistic to diffusive Brownian motion in a liquid // *Nature Phys.* 2011. Vol. 7, № 7. P. 576–580.
228. Pusey P.N. Brownian Motion Goes Ballistic // *Science.* 2011. Vol. 332, № 6031. P. 802–803.
229. Aymar R., Varabaschi P., Shimomura Y. The ITER design // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2002. Vol. 44, № 5. P. 519–565.
230. Велихов Е.П., Мирнов С.В. Управляемый термоядерный синтез выходит на финишную прямую. 2005.
231. Ллуэллин-Смит К. На пути к термоядерной энергетике.
232. Семёнов И.Б. Энергетика будущего: управляемый термоядерный синтез.
233. Post R.F. Controlled Fusion Research—An Application of the Physics of High Temperature Plasmas // *Rev. Mod. Phys.* 1956. Vol. 28, № 3. P. 338–362.
234. Artsimovich L.A. et al. Controlled Thermonuclear Reactions // *Physics Today.* 1965. Vol. 18, № 5. P. 75–78.
235. Тимофеев А.В. О переработке отработавшего ядерного топлива плазменным методом // *Физика плазмы.* 2007. Vol. 33, № 11. P. 971–987.
236. Жильцов В.А. et al. Применение методов плазменной сепарации элементов к обращению с ядерными материалами // *Атомная энергия.* 2006. Vol. 101, № 4. P. 302–306.
237. Морозов А.И. Введение в плазмодинамику. Москва: Физматлит, 2008. 616 р.
238. Cluggish B.P. et al. Density profile control in a large diameter, helicon plasma // *Physics of Plasmas.* 2005. Vol. 12, № 5. P. 057101.
239. Ворона Н.А. et al. О возможности переработки ОЯТ и РАО плазменными методами // *Ядер. физ. и инжиниринг.* 2014. Vol. 5, № 11. P. 944–951.
240. Смирнов В.П. et al. Исследование движения заряженных частиц в различных конфигурациях полей для развития концепции плазменной сепарации отработавшего ядерного топлива // *Физ. плазмы.* 2013. Vol. 39, № 6. P. 523–533.
241. Юферов В.Б. et al. Плазменная сепарация ОЯТ - один из возможных путей решения проблемы замкнутого ядерного топливного цикла // *ВАНТ.* 2013. Vol. 101. P. 148.
242. Townsend J.S. Diffusion of electrons in a magnetic field // *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science.* 1938. Vol. 25, № 168. P. 459–470.
243. Karmeshu. Brownian motion of charged particles in a magnetic field // *The Physics of Fluids.* 1974. Vol. 17, № 10. P. 1828–1830.
244. Ваулина О.С., Лисина И.И., Лисин Е.А. Особенности энергетического обмена в системах частиц с непопарным взаимодействием // *ЖЭТФ.* 2015. Vol. 148, № 4. P. 819–830.
245. Hooper E.B. A Review of Reflex and Penning Discharges // *Advances in Electronics and Electron Physics.* Elsevier, 1970. Vol. 27. P. 295–343.

246. Chandrasekhar S. Stochastic Problems in Physics and Astronomy // Rev. Mod. Phys. 1943. Vol. 15, № 1. P. 1–89.
247. Воронов А.А. Теория автоматического управления, Часть вторая. 2nd-е изд., перераб. и доп. ed. Москва: Высшая школа, 1986. 504 p.
248. Климонтович Ю.Л. Статистическая физика. Москва: URSS, 2021. 608 p.
249. Ваулина О.С. et al. Анализ процессов массопереноса в неидеальных диссипативных системах (эксперименты в пылевой плазме) // ЖЭТФ. 2008. Vol. 134, № 2. P. 367–381.