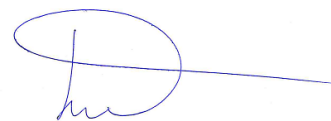


**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования «Московский физико-технический
институт (государственный университет)»**

На правах рукописи



Баранов Денис Григорьевич

ПОГЛОЩЕНИЕ И ГЕНЕРАЦИЯ СВЕТА В ПЛАЗМОННЫХ КОМПОЗИТАХ

01.04.13 – электрофизика, электрофизические установки

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
профессор
доктор физико-математических наук
Виноградов Алексей Петрович

Москва – 2016

Оглавление

Введение.....	4
Глава 1 Обзор литературных данных.....	11
1.1 Поглощение электромагнитного излучения.....	11
1.2 Нанолазеры.....	16
1.3 Суперосцилляции.....	21
Глава 2 Поглощение излучения одноосной диссипативной средой	31
2.1 Введение.....	31
2.2 Распространение поверхностных плазмонов по поверхности гиперболической поглощающей среды	31
2.3 Наблюдение полного однопроходного поглощения в гексагональном нитриде бора.....	48
Глава 3 Нанолазеры.....	57
3.1 Введение.....	57
3.2 Электродинамическое описание спазера.....	57
3.3 Диэлектрический нанолазер.....	68
Глава 4 Магнито-оптические системы с усиливающей средой.....	77
4.1 Введение.....	77
4.2 Магнито-оптический спазер.....	77
4.3 Магнито-оптическая плазмонная цепочка с усилением.....	82
Глава 5 Суперосцилляции.....	97
5.1 Введение.....	97
5.2 Нерезонансное возбуждение двухуровневой системы суперосциллирующим электрическим полем.....	97

5.3 Суперосциллирующий отклик нелинейной системы на гармонический сигнал.....	103
Заключение.....	108
Список литературы.....	110

Введение

Актуальность темы

Разработка методов управления электромагнитным излучением на наномасштабе, в том числе поглощения и генерации излучения – актуальная задача, которую сегодня решает нанофотоника. Поглощение электромагнитного излучения является одной из ключевых проблем в целом ряде прикладных задач нанофотоники. К ним относятся фотовольтаика и термофотовольтаика [1-3], фотодетектирование [4], генерация горячих электронов [5] и термоплазмоника [6]. Нет необходимости подчеркивать, что увеличение доли поглощаемого фотовольтаическим устройством света увеличивает количество вырабатываемой энергии. Электромагнитное поглощение играет важнейшую роль в процессе фотодетектирования – электронный сигнал, снимаемый с фотодетектора, пропорционален энергии поглощенного света. В термоплазмонике усиленное поглощение света резонансными наночастицами превращает кластеры частиц в нано-источники тепла, что находит применения в медицине и нано-химии. Кроме того, поглощение света металлической частицей приводит к образованию так называемых «горячих электронов» – возбужденных носителей заряда с энергией превосходящей энергию Ферми. Образование горячих электронов позволяет значительно увеличивать скорость протекания некоторых химических реакций, в частности, диссоциации молекулярного водорода [7] и расщепления воды в жидкой фазе [8]. В свете упомянутых практических применений, понимание процессов поглощения электромагнитного излучения является чрезвычайно важным для оптимизации поглощения в существующих системах и разработки совершенно новых подходов к поглощению электромагнитной энергии, в том числе с использованием метаматериалов и анизотропных сред.

Другой актуальной задачей нанофотоники сегодня является разработка и создание нанолазеров - оптических устройств, позволяющих генерировать когерентное электромагнитное поле, локализованное на субволновом масштабе [9]. Миниатюризация лазеров до субволнового масштаба является крайне перспективным направлением в свете различных прикладных применений. В их число входит создание оптических каналов связи между электронными компонентами вычислительной схемы [10]. Другой потенциальной областью применения нанолазеров может стать томография биологических тканей и отдельных клеток, в том случае, если такие нанолазеры станут био-совместимыми и внедряемыми [11]. Субволновая локализация электромагнитного поля лазерной моды может быть достигнута при использовании плазмонного резонатора – наночастицы, выполненной из плазмонного металла. Тем не менее, создание нанолазеров и демонстрация лазерной генерации на субволновом масштабе затрудняются крайне

высоким уровнем омических потерь в плазмонных наночастицах [12], что приводит к увеличению порога лазерной генерации. По этой причине, актуальной является задача разработки нанолазеров с низким порогом генерации, что позволило бы получить субволновую лазерную генерацию при комнатных температурах.

Крайне интересный способ управления излучением и взаимодействием излучения с веществом на наномасштабе предполагает использование так называемых суперосцилляций – особых распределений электромагнитного поля, которые демонстрирует быстрые осцилляции в некоторой пространственной области, несмотря на ограниченность пространственного спектра [13]. С помощью таких полей можно добиваться субволновой фокусировки электромагнитной энергии без использования ближнепольных компонент.

Благодаря развитию нанофотоники и методов производства оптических наноструктур, открываются возможности по созданию совершенно новых электромагнитных поглотителей и нанолазеров. Поведение наноструктурированных электромагнитных систем может значительно отличаться от закономерностей, известных для классических поглотителей и лазеров. Поэтому исследование процессов полного поглощения электромагнитного излучения и лазерной генерации на субволновом масштабе чрезвычайно актуально. Диссертация посвящена именно этим задачам.

Целью диссертационной работы является исследование процессов полного поглощения, лазерной генерации света в различных композитных и нанофотонных системах и формирования суперосциллирующих сигналов на наномасштабах.

В рамках диссертации решались следующие **задачи**:

1. Исследование полного поглощения света полубесконечным гиперболическим поглощающим материалом.
2. Исследование лазерной генерации в спазере и взаимодействия лазерной моды с падающим излучением.
3. Исследование лазерной генерации в оптических нанорезонаторах, состоящих из материалов с высоким показателем преломления.
4. Исследование лазерной генерации и распространения света в системах, одновременно содержащих усиливающую и магнито-оптическую среды.
5. Исследование возможности возбуждения квантового источника низкочастотным сигналом.
6. Исследование генерации суперосциллирующего сигнала нелинейными системами при их возбуждении гармоническим колебанием.

Научная новизна

1. Изучено распространение поверхностных плазмонов по поглощающей гиперболической (индефинитной) среде. Показано, что для определенных параметров одноосной среды длины пробега плазмона может неограниченно возрастать, несмотря на наличие поглощения в одноосном материале.
2. Исследована теоретически и экспериментально (совместная работа с Университетом штата Канзас и Исследовательской лабораторией военно-морского флота США) возможность полного поглощения падающей р-поляризованной электромагнитной волны полубесконечным слоем одноосной поглощающей среды – Ван дер Ваальсовским кристаллом (гексагональным нитридом бора hBN).
3. Представлена модель, позволяющая в рамках классической нелинейной электродинамики аналитически описать поведение спазера выше порога лазерной генерации.
4. Предложено устройство магнито-оптического спазера – субволнового источника ближнего когерентного, циркулярно-поляризованного электромагнитного поля.
5. Исследовано распространение собственных мод по плазмонной магнито-оптической цепочке. Предсказано сильное увеличение магнито-оптических свойств такой системы, в том числе, фарадеевского вращения поляризации, по сравнению с однородной магнито-оптической средой, и обсуждена возможность компенсации омических потерь путем добавления в систему усиливающей среды.
6. Показано, что сферическая наночастица из материала с высоким показателем преломления (кремния) может служить резонатором для реализации субволнового лазера, не содержащего плазмонные металлы.
7. Продемонстрирована возможность возбуждения двухуровневой системы суперосциллирующим полем, все спектральные компоненты которого лежат ниже резонансной частоты перехода квантового излучателя.
8. Предложен метод получения суперосциллирующих во времени электромагнитных колебаний на выходе нелинейной безинерционной системы, на вход которой подается низкочастотный гармонический сигнал.

Научная и практическая значимость работы

Результаты данной диссертационной работы посвящены широко обсуждаемым научным проблемам поглощения и генерации электромагнитного излучения в нанооптике. В частности, полное (максимально возможное) поглощение электромагнитного излучения чрезвычайно важно в таких приложениях, как создание радиопоглощающих покрытий, фотодетектирование,

фотовольтаика и термофотовольтаика. Как правило, полное поглощение достигается посредством деструктивной интерференции волн, последовательно отраженных от поглощающей структуры [14, 15]. В диссертации предложен новый подход к полному поглощению излучения, не предполагающий деструктивной интерференции отраженного света. Эффект экспериментально верифицирован в инфракрасном диапазоне с использованием образца Ван дер Ваальсовского кристалла – нитрида бора. Предлагаемый подход интересен с фундаментальной точки зрения, и в то же время он предлагает новый способ достижения полного поглощения электромагнитной энергии.

Нанолазеры в перспективе могут стать важным связующим звеном между электронными и оптическими компонентами вычислительных устройств нового поколения. Кроме того, использование нанолазеров в медицине откроет новые пути к томографии тканей и диагностике различных заболеваний [11]. В рамках данной диссертационной работы предложен дизайн магнито-оптического спазера – ближнепольного источника когерентного циркулярно-поляризованного поля. Было продемонстрировано, что использование МО спазера позволяет усилить эффект Фарадея в цепочках плазмонных частиц. Также в диссертации предложена схема диэлектрического нанолазера – лазера, позволяющего получить когерентное поле на субволновом масштабе без использования высоко-диссипативных плазмонных материалов. Вместо них, резонатором выступает наночастица, выполненная из диэлектрика с высоким показателем преломления, обладающая резонансом Ми при субволновом размере.

Помимо поглощения излучения планарными системами, рассмотрена проблема поглощения фотонов одиночными атомами. В диссертации исследована возможность возбуждения двухуровневой квантовой системы из основного состояния при помощи нерезонансного суперосциллирующего электрического поля, все спектральные компоненты которого лежат ниже резонансной частоты перехода атома. Данный эффект может быть важным для разработки новых методов когерентного контроля атомных состояний.

Положения, выносимые на защиту

1. По границе одноосной однородной поглощающей среды с вакуумом может распространяться поверхностный плазмон, длина пробега которого может быть неограниченно большой, несмотря на наличие поглощения. На граничной частоте плазмон трансформируется в однородную волну, без отражения падающую на поглощающую среду.
2. Плоская р-поляризованная электромагнитная волна может быть полностью поглощена полубесконечным слоем одноосной диссипативной среды без использования механизма деструктивной интерференции отраженного света.

3. Поведение плазмонного нанолазера выше порога лазерной генерации может быть аналитически описано в рамках классической нелинейной электродинамической модели. Подход позволяет описать как амплитуду лазерной моды в зависимости от накачки активной среды, так и отклик нанолазера на внешнее осциллирующее поле, в том числе предсказать подпороговую компенсацию потерь и синхронизацию лазерных осцилляций внешним полем.
4. Включение магнито-оптического материала в дизайн спазера образует магнито-оптический спазер – нанолазер, обладающий двумя лазерными модами с циркулярной поляризацией дипольного момента и отличающимися порогами и частотами генерации.
5. Периодическая цепочка плазмонных наночастиц, погруженных в магнито-оптическую среду, обладает спектром собственных мод с циркулярной поляризацией дипольного момента. Распространение возбуждения по такой цепочке сопровождается фарадеевским вращением поляризации, величина которого в несколько раз превосходит вращение в соответствующей однородной среде. Джоулевы потери могут быть скомпенсированы путем включения в систему усиливающей среды. Практически полная компенсация потерь достижима при использовании квантовых точек.
6. Субволновая лазерная генерация может происходить в наноструктурах, не содержащих плазмонных металлов – сферических наночастицах, выполненных из диэлектриков с высоким показателем преломления, покрытых слоем из усиливающей среды. Лазерные моды таких структур связаны с полюсами коэффициентов Ми. Порог генерации диэлектрического нанолазера значительно ниже порога плазмонного нанолазера.
7. Двухуровневую квантовую систему с электро-дипольным переходом можно перевести из основного состояния в состояние с инверсной заселенностью при помощи суперосциллирующего импульса внешнего электромагнитного поля, спектральные компоненты которого лежат ниже резонансной частоты перехода двухуровневой системы. Процесс происходит в режиме сильной связи квантовой системы и поля и не может объясняться многофотонными процессами.
8. При возбуждении нелинейной безинерционной системы низкочастотным гармоническим сигналом может наблюдаться генерация суперосциллирующего сигнала при надлежащем выборе функции отклика нелинейной системы.

Достоверность результатов

Достоверность результатов, представленных в диссертации, подтверждается совпадением теоретических результатов с результатами экспериментов и результатами численного

моделирования. Результаты были доложены и одобрены на международных конференциях, а также опубликованы в ведущих мировых научных журналах.

Апробация результатов

Основные результаты работы докладывались на следующих российских и международных конференциях:

- 55-я, 56-я, 57-я научные конференции МФТИ, Долгопрудный, Россия, 2012-2014;
- 12-я, 13-я, 14-я ежегодные конференции ИТПЭ РАН, Москва, Россия, 2011-2013;
- 5-я Всероссийская конференция «Радиолокация и радиосвязь», Москва, Россия, 2011;
- Всероссийская молодежная конференция «Нanomатериалы и нанотехнологии», Москва, Россия, 2012;
- Международная конференция «Дни дифракции», Санкт-Петербург, Россия, 2012;
- 9-я и 10-я Всероссийские конференции «Молодые ученые», Москва, Россия, 2013-2014;
- International conference on theoretical and computational nanophotonics TaCoNa-2012, Bad Honnef, Germany, 2012;
- The 5th International Topical Meeting on Nanophotonics and Metamaterials (Nanometa), Tirol, Austria, 2013;
- Donostia International Conference on Nanomagnetism and Applications, San Sebastian, Spain, 2013;
- The 14th Trends in Nanotechnology International Conference, Seville, Spain, 2013;
- International Conference META'14, Singapore, 2014;
- International Conference Photon14, London, UK, 2014;
- Surface Plasmon Photonics 7 International Conference, Jerusalem, Israel, 2015.

Публикации

По теме диссертации опубликовано 12 работ, в том числе 11 статей в ведущих рецензируемых научных журналах, включенных в список ВАК.

Личный вклад соискателя

Все изложенные в диссертации оригинальные результаты получены лично автором, либо при его непосредственном участии. Автор принимал непосредственное участие в выборе объектов исследования, постановке задач, разработке теоретических подходов, численном моделировании, анализе экспериментальных данных, обсуждении полученных результатов и написании публикаций. Непосредственно автором была выдвинута гипотеза о возможности нерезонансного возбуждения квантового источника суперосциллирующим полем и о возможности полного поглощения света в гексагональном нитриде бора.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы из 219 наименований. Общий объем 124 страницы, в том числе 51 рисунок.

Глава 1

Обзор литературных данных

1.1 Поглощение электромагнитного излучения

Поглощение электромагнитного излучения является одной из ключевых проблем для большого количества прикладных задач. К ним относятся разработка фотовольтаических и термофотовольтаических устройств [1-3], фотодетектирование [4], генерация горячих электронов [5] и термоплазмоника [6]. Нет необходимости подчеркивать, что увеличение доли поглощаемого фотовольтаическим устройством света увеличивает количество вырабатываемой энергии. Электромагнитное поглощение играет важнейшую роль в процессе фотодетектирования – электронный сигнал, снимаемый с фотодетектора, пропорционален энергии поглощенного света. В термоплазмонике усиленное поглощение света резонансными наночастицами превращает кластеры частиц в нано-источники тепла, что находит применения в медицине и нано-химии. Кроме того, поглощение света металлической частицей приводит к образованию так называемых «горячих электронов» – возбужденных носителей заряда с энергией превосходящей энергию Ферми. Образование горячих электронов позволяет значительно увеличивать скорость протекания некоторых химических реакций, в частности, диссоциации молекулярного водорода [7] и расщепления воды в жидкой фазе [8]. Наконец, вблизи точки полного поглощения электромагнитного излучения фаза отраженного излучения демонстрирует резкий скачок, который может быть измерен методом эллипсометрии, следовательно, такие системы обладают повышенной чувствительностью в задаче детектирования [16]. В свете упомянутых практических применений, понимание процессов поглощения электромагнитного излучения является чрезвычайно важным для оптимизации поглощения в существующих системах и разработки совершенно новых подходов к поглощению электромагнитной энергии [17].

Важная величина, характеризующая электромагнитный поглотитель – доля поглощаемой падающей энергии. Вообще говоря, количество поглощаемой энергии зависит от длины волны и угла падения электромагнитной волны. Если для определенной длины волны и угла падения происходит полное поглощение падающей энергии (коэффициент поглощения $A=1$), то говорят об идеальном поглощении (perfect absorption).

Типичной является ситуация, когда требуется поглотить энергию падающей плоской волны, например, лазерного пучка или солнечную энергию. В этом случае поглотитель представляет собой плоский слой поглощающего вещества. Известно, что тонкий симметричный слой поглотителя, расположенный в вакууме (воздухе), не может поглотить больше 50% падающего излучения [18]. Поэтому, для полного поглощения требуется несколько более сложная

структура. В частности, для преодоления 50% предела поглощающей способности можно расположить поглощающий слой на отражающей подложке.

Простейшие подходы к усилению поглощения электромагнитного излучения основаны на принципах геометрической оптики. При падении плоской волны на слой с отличающимся показателем преломления часть энергии проходит в слой, а часть – отражается и уже не может быть поглощена, Рис. 1.1(а). Для увеличения доли поглощаемой энергии необходимо индуцировать дополнительные рассеяния света вблизи поверхности, тем самым увеличивая оптический путь, проходимый лучом внутри поглощающего вещества, Рис. 1.1(б,в) [19, 20]. Сделать это можно, добавив неровности на поверхность поглощающего слоя, или покрыв его дополнительным неупорядоченным слоем каких-либо рассеивающих свет структур [21].

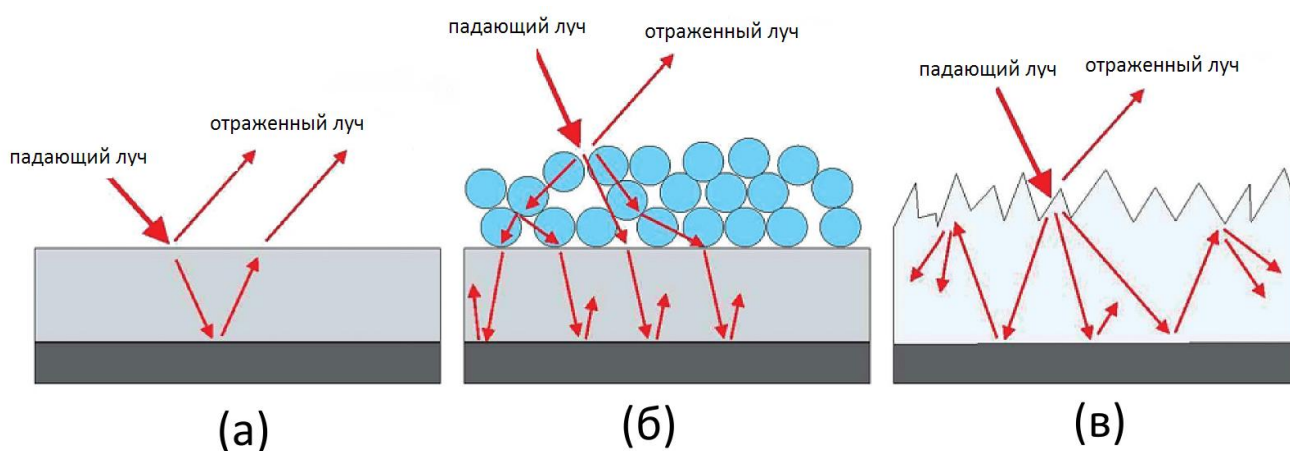


Рис. 1.1. (а) Отражение плоской волны от ровной поверхности поглощающего материала. (б, в) Диффузное отражение от поглощающего слоя, покрытого неупорядоченным набором шариков или от неровной поверхности. Изображение из работы [17].

Для усиления электромагнитного поглощения в геометрии с падающей плоской волной можно выделить несколько различных подходов. Первый подход, наиболее развитый с технологической точки зрения, подразумевает использование слоистых систем [15, 22], среди которых покрытия Далленбаха [23] и Сейлсбери [24] являются простейшими примерами. Покрытие Далленбаха представляет собой поглощающий диэлектрический слой, расположенный над поверхностью идеального электрического проводника (РЕС – perfect electric conductor). Экран Сейлсбери похож на покрытие Далленбаха, но в отличие от последнего, состоит из тонкого резистивного экрана, расположенного на расстоянии $\lambda/4$ от РЕС. Стоит отметить, что оптическая толщина такого поглотителя неизбежно сопоставима с длиной волны, поэтому использование данного подхода неоправданно там, где требуется реализация ультратонких поглощающих систем.

Подробная теория поглотителей, образованных поглощающими слоями, была приведена в работах [14, 18].

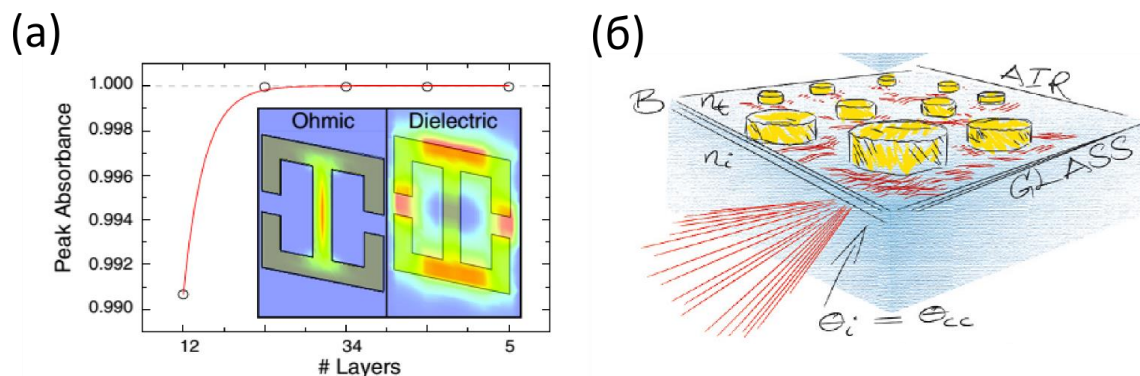


Рис. 1.2. (а) Элементарная ячейка полголающей гигагерцовой метаповерхности из работы [25]. (б) Периодическая решетка золотых наночастиц на стеклянной подложке, поглощающая свет при определенном угле падения. Изображение из работы [26].

Кроме того, полное поглощение может быть достигнуто в метаматериалах и метаповерхностях, образованных резонансными элементами (Рис. 1.2) [25], и в дифракционных решетках [27]. Поглощающая метаповерхность представляет из себя упорядоченный массив рассеивающих поглощающих элементов. Их роль могут выполнять сферические частицы, кольцевые резонаторы, диски, и любые другие резонансные рассеиватели. Выбор конкретной геометрии элементарной ячейки поглощающей метаповерхности зависит от частотного диапазона, где требуется поглощение излучения, и доступных поглощающих материалов. Принципы работы поглощающих метаповерхностей были подробно рассмотрены в [18]. Вкратце, падающее излучение индицирует в поглощающих рассеивателях электрические и магнитные токи поляризации. Индуцированные токи создают вторичное излучение и интерферируют с падающей (прошедшей) волной. Если излучение назад отсутствует, а излучение вперед деструктивно интерферирует с прошедшей волной, то рассеянное поле оказывается подавленным, и вся энергия поглощается в метаповерхности.

Если требуется поглощать энергию не монохроматического излучения, а излучение с широким спектром (например, для применений в фотовольтаике), то важной характеристикой поглотителя является *интегральный* коэффициент поглощения $A_{int} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} A(\omega)I(\omega)d\omega$. Были предложены различные способы достижения оптимального поглощения в широком диапазоне частот. В целом, увеличение интегрального поглощения как правило требует численной процедуры оптимизации дизайна структуры.

Хорошим кандидатом на роль широкополосного поглотителя излучения в оптическом и ближнем инфракрасном диапазоне являются массивы из углеродных нанотрубок [28-30], Рис. 1.3(а). Параметры массива подбираются таким образом, чтобы эффективный показатель преломления был близок к 1, Рис. 1.3(б). В то же самое время, показатель преломления имеет и небольшую мнимую часть $\text{Im}n$, отвечающую за поглощение излучения. Из-за близости n к единице, лишь малая доля падающего излучения отражается назад, в то время как большая часть проходит в массив нанотрубок и поглощается внутри. Такая система позволяет поглощать более 95% падающего излучения в видимом и ближнем инфракрасном диапазоне.

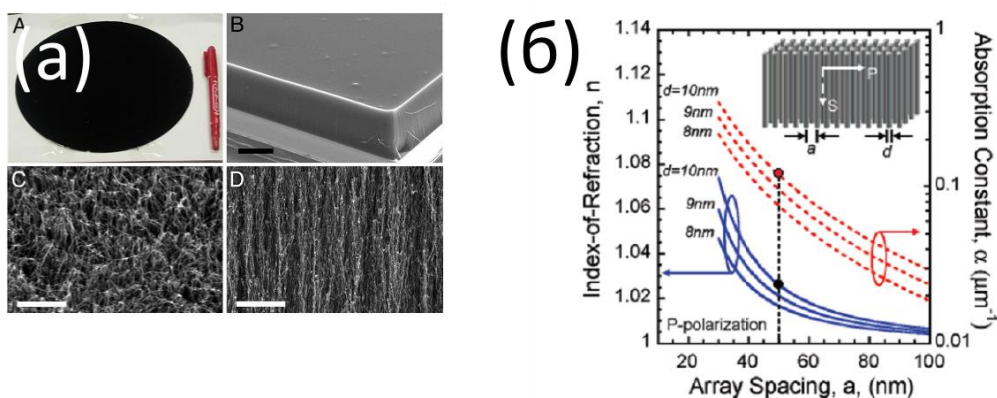


Рис. 1.3. (а) Внешний вид и микроскопическое изображение массива углеродных нанотрубок (б) Оптические свойства массива углеродных нанотрубок (коэффициент преломления и поглощения) в зависимости от плотности включений. Изображение из работы [30].

Еще одним подходом к поглощению электромагнитного излучения являются так называемые поверхности с мягким входом, в которых показатель преломления непрерывно увеличивается от 1 (или показателя преломления окружающей среды) [31]. Плавное изменение показателя преломления позволяет минимизировать амплитуду отраженного сигнала и таким образом максимизировать долю поглощенной средой энергии.

Также была исследована возможность полного поглощения отдельными наночастицами в ряде работ [32-34]. В отличие от слоистых систем, в данной конфигурации полное поглощение требует когерентного облучения наночастицы не плоской волной с определенным волновым вектором, а строго определенной электромагнитной модой имеющей сложное распределение поля, Рис. 1.4а. В некоторых работах исследовалось поглощение падающей *плоской волны* отдельной наночастицей [35, 36]. В этом случае, однако, невозможно добиться полного поглощения плоской волны: количество поглощенного излучения ограничено сечением поглощения данной частицы [37]. Тем не менее, можно оптимизировать геометрию наночастицы таким образом, чтобы

эффективность поглощения, т.е. отношение сечения поглощения σ_{abs} к геометрическому поперечному сечению частицы было максимально возможной. Стратегия здесь основана на сочетании резонансов Ми различных порядков (дипольного, квадрупольного, октупольного и т.д.) на одной частоте, благодаря чему сечение поглощения может стать сколь угодно большим (Рис. 1.4б).

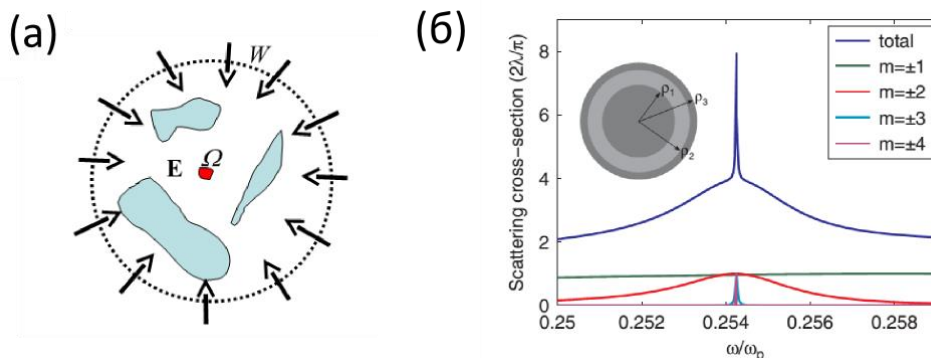


Рис. 1.4. (а) Иллюстрация полного электромагнитного поглощения в системе наночастиц. Красная точка обозначает поглощающую наночастицу, W – поверхность, внутри которой находится вся система. (б) Спектр сечения поглощения слоистой сферической частицы (слои металла и диэлектрика), геометрия которой выбрана так, чтобы различные резонансы давали вклад на одной частоте. Изображение из работы [35].

Относительно недавно была предложена теоретически и продемонстрирована экспериментально концепция когерентного идеального поглотителя (coherent perfect absorber, CPA) [32, 38, 39]. CPA представляет собой двухпортовое устройство, облучаемое с двух сторон двумя когерентными электромагнитными волнами (Рис. 1.5а). Отраженные и прошедшие волны каждого из падающих пучков формируют рассеянное системой поле. Если обозначить за T и R коэффициенты прохождения и отражения одной волны от такой системы, то амплитуда рассеянного поля линейным образом связана с падающими волнами:

$$\begin{pmatrix} E_1^{(out)} \\ E_2^{(out)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & T \\ T & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1^{(in)} \\ E_2^{(in)} \end{pmatrix} \quad (1)$$

При полном поглощении рассеянное поле отсутствует, следовательно, эта ситуация соответствует нулевому собственному значению S-матрицы системы $R \pm T$.

Концепция когерентного поглощения была успешно распространена на поглощение собственных мод в волноводах [40, 41]. Система для идеального поглощения волноводных мод представляет из себя рассеиватель определенной геометрии с поглощением, интегрированный в волновод, Рис. 1.5(б). При симметричном падении мод на поглощающую систему на определенной

частоте энергия волноводной моды может полностью поглощаться в рассеивателе. Помещение рассеивателя в однородный волновод, конечно, неизбежно приводит к нарушению трансляционной симметрии и рассеиванию падающих мод на поглотителе. Однако, если волновод является одномодовым на рассматриваемой частоте, рассеяние в моды свободного пространства можно минимизировать.

Важно отметить, что все перечисленные выше подходы основаны на деструктивной интерференции рассеянного от системы света. В поглощающих устройствах, основанных на слоистых системах, интерференция отраженного света играет ключевую роль для достижения полного поглощения [42, 43]. В когерентных идеальных поглотителях [38, 39, 44] поглощение электромагнитного излучения происходит при когерентном облучении системы с двух сторон. Однако, изменение разности фаз падающих волн нарушает полное поглощение и приводит к конечной величине отражения. Таким образом, во всех подобных поглотителях именно интерференция рассеянного света позволяет добиться полного поглощения.

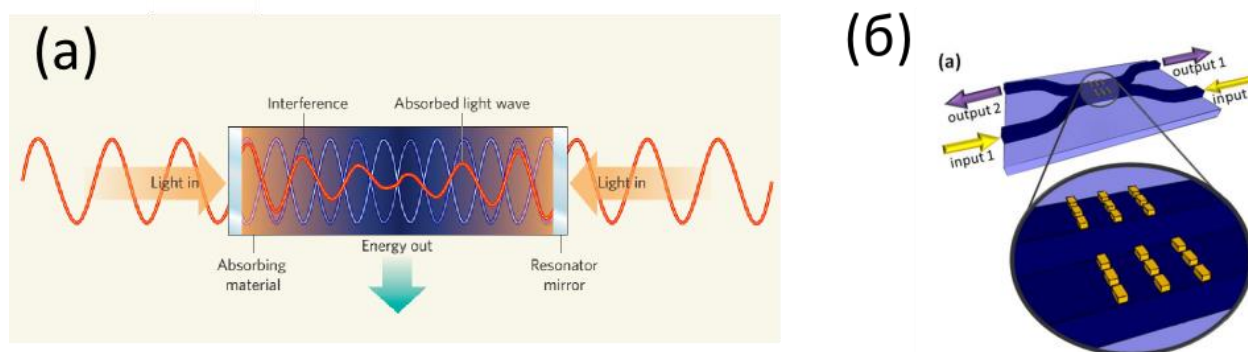


Рис. 1.5. (а) Рисунок, поясняющий процесс когерентного поглощения в плоском поглощающем слое. (б) Устройство когерентного поглотителя, интегрированного в волновод. Изображение из работы [14].

1.2 Нанолазеры

Стремление к миниатюризации оптических и телекоммуникационных систем диктует новые требования к разрабатываемым устройствам. Успехи последних лет в производстве оптических микро- и наноструктур позволили уменьшить размер многих оптических устройств. Устройства меньших размеров демонстрируют более скромное электропотребление. Кроме того, при меньшем размере элементарных составляющих возможна более плотная упаковка устройств на электронном чипе того же размера. Особенно многообещающим с точки зрения различных

приложений является минитюаризация источников когерентного электромагнитного излучения – лазеров. Среди возможных перспективных применений *нанолазеров* можно указать на приложения в области передачи и обработки данных в новых поколениях вычислительных устройств [10], и приложения в области биомикроскопии [11, 45].

Как и любой другой лазер, принципиально нанолазер состоит из двух составляющих: электромагнитного резонатора и усиливающей среды [46-48]. Задача, следовательно, состоит в теоретическом и экспериментальном дизайне оптических нанорезонаторов, совместимых с известными усиливающими средами.

Разрабатываемые нанорезонаторы, помимо субволнового размера лазерной моды, должны обладать сравнительно высокой добротностью Q , чтобы обеспечить возможность наступления лазерной генерации при разумной величине накачки активной среды. В качестве активной среды традиционно используются следующие материалы: полупроводники, органические красители, квантовые точки.

Полупроводники являются самыми часто используемыми усиливающими средами в нанолазерах. Для усиления оптического излучения полупроводниковая структура должна образовывать р-п переходы. Таким образом, накачка полупроводниковой усиливающей среды может осуществляться током. Альтернативой полупроводниковым р-п переходам с токовой накачкой являются органические красители. Накачка красителей происходит оптически пучком с более короткой длиной волны. К преимуществам красителей можно отнести возможность интегрировать их в полимерную матрицу, что открывает путь к созданию гибких источников света. Достижимое значение коэффициента усиления с органическими красителями, однако, невелико и составляет обычно тысячи cm^{-1} . Помимо этого, красители деградируют (выгорают) при оптической накачке и поэтому непригодны для долгосрочного использования.

Наконец, в качестве активной среды в нанолазерах могут использоваться низкоразмерные полупроводниковые структуры - квантовые точки. Как и красители, квантовые точки могут содержаться в растворе, однако обладают лучшей стабильностью, по сравнению с последними, и с их помощью достижимы большие значения коэффициента усиления.

Можно выделить несколько принципиально различных стратегий к созданию миниатюрных оптических резонаторов с размером моды порядка длины волны излучения и меньше. Один из способов создания нанолазеров состоит в использовании дефектных мод фотонных кристаллов (ФК) в качестве резонатора (Рис. 1.6а) [49, 50]. Фотонный кристалл чаще всего создается в полупроводниковой мембране путем просверливания периодической системы отверстий. При нарушении периодичности (отсутствующее отверстие) возникает дефектная мода

внутри запрещенной зоны окружающего фотонного кристалла. Дефектные моды фотонных кристаллов могут обладать высокими значениями добротности (вплоть до $Q \approx 10^6$).

Для локализации лазерной моды могут использоваться и другие резонаторы, в частности, микродиски и микросферы (Рис. 1.6б), резонансный отклик которых связан с высокодобротными резонансами Ми (модами шепчущей галереи) [51]. Накачка и вывод лазерного излучения производится при помощи волновода, эванесцентно связанного с резонатором. Добротность подобных резонаторов достигает 10^5 , однако, дается она ценой сравнительно большего объема моды.

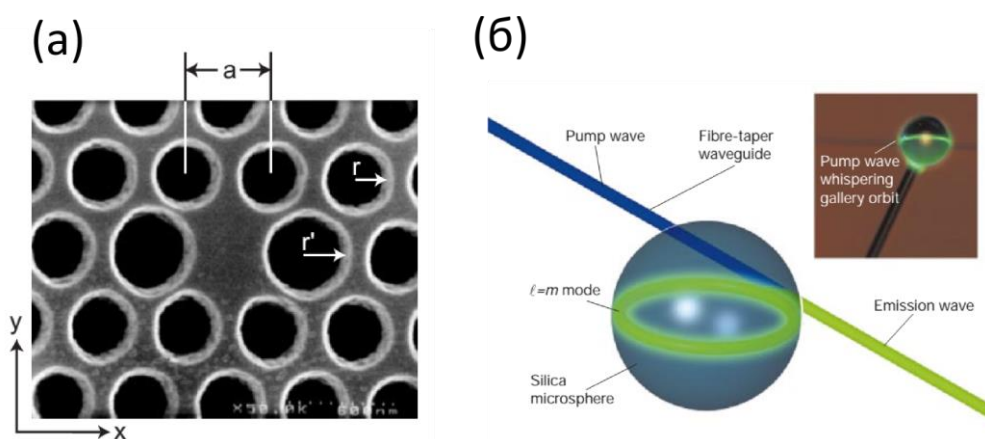


Рис. 1.6. (а) Резонатор для нанолазера на основе дефектной моды фотонного кристалла. (б) Резонатор на моде шепчущей галереи снабженный волноводом для накачки активной среды и вывода лазерного излучения. Изображение из работы [50, 51].

Хотя описанные выше подходы и позволяют значительно уменьшить размер лазерной моды, объем лазерной моды в них тем не менее ограничен снизу длиной волны излучения $\left(\frac{\lambda}{2n}\right)^3$. Для того чтобы по-настоящему превзойти этот предел, требуются иные оптические резонаторы. Один из известных способ уменьшить размер лазера до *субволновых* размеров является использование металлических наночастиц, обладающих плазмонным резонансом [48, 52].

Спазер (SPASER – Surface Plasmon Amplification by Stimulated Emission of Radiation) – наноразмерное устройство для усиления и генерации когерентного ближнего поля, впервые предложенное в [48]. В простейшем случае, спазер – металлическая наночастица, которая поддерживает плазмонные возбуждения, взаимодействующая с усиливающей средой с инверсной населенностью, Рис. 1.7. Усиливающая среда возбуждается накачкой и возбуждает моды плазмона наночастицы.

Основное отличие спазера от лазера заключается в том, что спазер усиливает ближнее неизлучающее поле плазмона наночастицы, в отличие от поля, излучаемого классическим лазером, основанном на резонаторе Фабри-Перо. Возбуждение поверхностных плазмонов происходит благодаря диполь-дипольному взаимодействию наночастицы и диполей усиливающей среды и ближнепольному механизму переноса энергии, интенсивность которого много выше, чем вероятность излучения фотона в вакуум [53]. Уменьшение размера системы приводит к тому, что омические потери начинают преобладать над радиационными [54]. В действительности, отношение потерь определяется безразмерным фактором $(kL)^{-3}$, где L - характерный размер системы. Таким образом, при субволновых размерах спазера радиационными потерями можно пренебречь по сравнению с омическими.

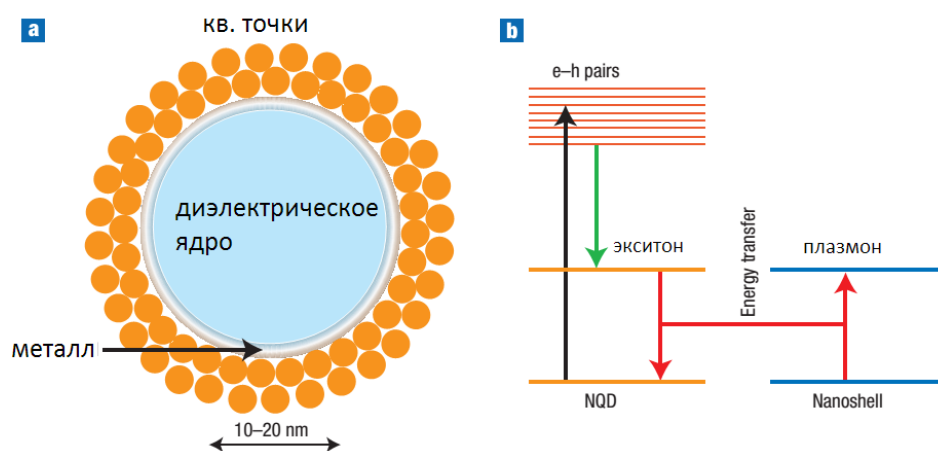


Рис. 1.7 Схематическое изображение спазера. Плазмонный резонатор окружен слоем квантовых точек, служащих активной средой. Накачка создает инверсию населенностей в квантовых точках. Изображение из работы [55].

Один из важнейших количественных показателей нанолазера – величина *пороговой накачки*/порогового усиления, которая показывает, какую инверсию населенности нужно создать в активной среде для начала лазерной генерации. Как и для любого другого типа лазера, на величину порога влияет добротность моды резонатора Q и константа взаимодействия (частота Раби) Ω_R [12, 46]. В спазере, благодаря субволновому размеру моды константа взаимодействия может достигать больших значений, однако добротность плазмонных резонаторов является серьезной проблемой. Большие тепловые потери в плазмонных металлах серьезно ограничивают достижимые значения добротности плазмонных резонаторов, приводя к высокому порогу лазерной генерации [56] и значительному нагреванию нанолазера.

Для отыскания величины *порогового усиления* можно воспользоваться линейным подходом. Такой подход подразумевает описание усиливающей среды в терминах диэлектрической проницаемости с отрицательными потерями [57, 58]. Порог лазерной генерации при этом соответствует нетривиальному решению уравнений Максвелла *в отсутствие падающего на систему поля* [59-63]. Данное описание позволяет без применения динамических уравнений оптимизировать геометрию нанолазера для достижения минимального порога генерации [61, 64, 65]. Отметим, что хотя линейный подход и демонстрирует порог генерации, в рамках такой теории нельзя ничего сказать о поведении спазера выше порога, а так же о динамическом поведении электромагнитного поля нанолазера. Авторы процитированных работ понимают необходимость учета насыщения активной среды выше порога генерации, однако попытки сделать это носят лишь качественный характер [66].

Для описания поведения спазера во времени и при накачке, выше пороговой, требуется использование динамических уравнений, основанных на описании усиливающей среды как набора двухуровневых сред [48, 67-72]. Данное описание приводит к нелинейным уравнениям Максвелла-Блоха. Спазер – нелинейная автоколебательная система, и поэтому его отклик на внешнее гармоническое воздействие кардинально отличается от отклика линейной наночастицы. В отличие от такой наночастицы, спазер может синхронизироваться внешним полем [73], если величина этого поля превышает некоторое значение, зависящее от частоты поля. Область, в котором происходит такая синхронизация, называется языком Арнольда [74]. Вне этого региона спазер обладает стохастической динамикой. Внутри языка Арнольда спазер совершает гармонические осцилляции, и омические потери резонатора могут быть скомпенсированы накачкой. Такая компенсация может происходить даже при значениях накачки ниже порога [75, 76].

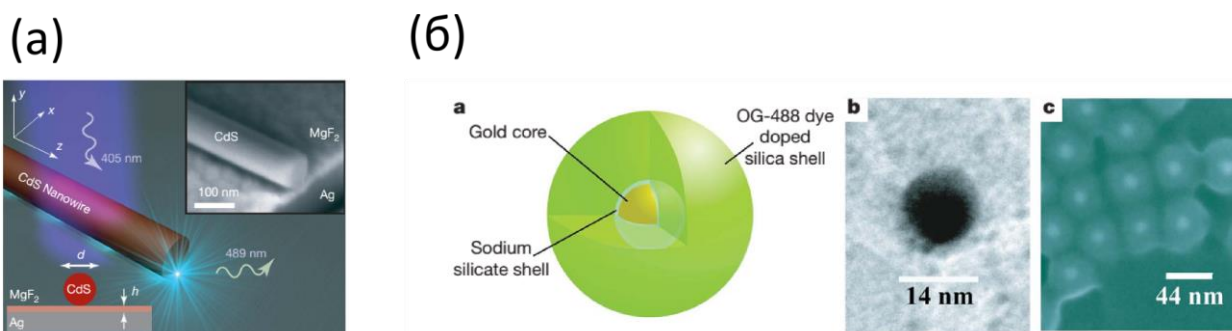


Рис. 1.8. (а) Нанолазер, образованный диэлектрическим стержнем вблизи металлической поверхности. (б) Схема и микроскопическое изображение сферического спазера на основе золотой частицы. Изображение из работы [77, 78].

Плазмонные нанолазеры различных конструкций были продемонстрированы экспериментально в большом числе работ. Во-первых, стоит отметить работы, в которых были реализованы нанолазеры с двумерной локализацией поля [77]. Лазерной модой является волноводная мода, распространяющаяся вдоль полупроводникового (CdS) цилиндрического стержня, расположенного вблизи серебряной поверхности, Рис. 1.8(а). Спазер с локализованной по всем трем измерениям лазерной модой был продемонстрирован впервые в [78]. Резонатором выступала золотая сферическая частица, покрытая силиконовой оболочкой, допированной молекулами органического красителя, Рис. 1.8(б).

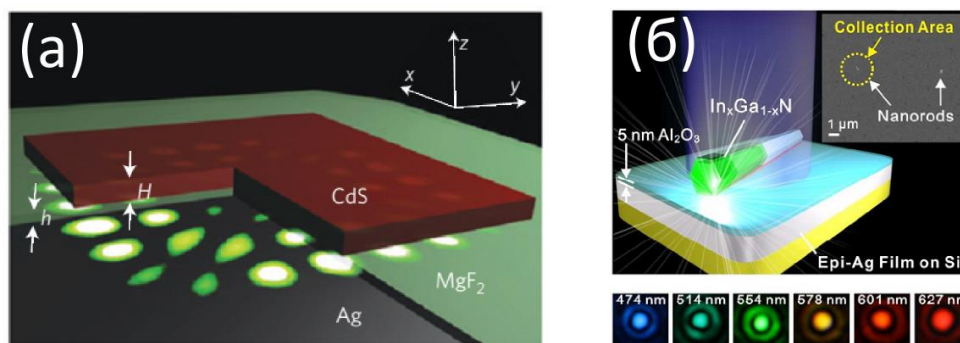


Рис. 1.9. (а) Условное изображение нанолазера, образованного квадратной полупроводниковой пленкой. (б) Схематичный рисунок и спектры излучения перестраиваемого нанолазера. Изображение из работ [79, 81].

В работе [79] был предложен альтернативный дизайн плазмонного нанолазера – резонатором является плоский участок полупроводника выполненный в виде квадрата, расположенный поверх металлической поверхности (Рис. 1.9а). Электромагнитная мода такого резонатора образуется благодаря полному внутреннему отражению ТМ-поляризованной плазмонной моды, распространяющейся по квадрату. Активной средой выступает CdS, накачиваемый оптически. Также, был продемонстрирован нанолазер с резонатором в виде нанодиска [80]. Наконец, в работе [81] был продемонстрирован плазмонный нанолазер с перестраиваемым спектром излучения, Рис. 1.9(б). Желаемый спектр лазерного излучения достигается путем использования полупроводника InGaN с изменяемой величиной запрещенной зоны.

1.3 Суперосцилляции

Волновое уравнение описывает большое количество процессов в природе. Решением волнового уравнения в свободном пространстве является плоская волна, характеризующаяся

определенной длиной волны $\lambda = \frac{2\pi}{k}$. В классической математической и физической литературе можно часто найти упоминания о том, что комбинация плоских волн с волновым числом k имеет характерный период осцилляций λ . Это ограничение на скорость осцилляций имеет ту же природу, что и известный в оптике предел Рэлея [82].

Функции, имеющие ограниченный спектр, являются часто встречающимся объектом в физике. Предположение о том, что такая функция может осциллировать на конечном промежутке значительно *быстрее гармоники с максимальной частотной составляющей* (в строгой формулировке теоремы – сколь угодно быстро) является контринтуитивным. Однако, как это было показано в работах [83] и [84], такие функции существуют, и была указана процедура их построения. В данном разделе будут изложены основные математические факты, лежащие в основе этого явления и указаны крайне интересные следствия для оптики, вытекающие из факта существования таких функций.

Рассмотрим следующую функцию, имеющую ограниченный спектр:

$$f(x) = \int_{-k_0}^{k_0} \tilde{f}(k) e^{ikx} dk \quad (2)$$

На первый взгляд может показаться далеко неочевидным, что такая функция может осциллировать с частотой, намного превышающей k_0 , пусть даже на некотором конечном пространственном интервале.

Для комплекснозначной функции $f(x) = A(x) \exp(i\phi(x)x)$ естественной мерой скорости осцилляций является *локальное волновое число* [85]:

$$k(x) = |\nabla \phi(x)| = |\operatorname{Im}[\nabla \log f(x)]| \quad (3)$$

Если это число больше максимального в спектре функции волнового числа k_0 , то поведение функции в *данной точке является суперосциллирующим*.

Доказательство факта существования суперосциллирующих функций сводится к построению конкретных примеров. Было предложено множество способов конструирования таких функций [13, 86-88]. Приведем для начала наиболее простой пример, явно демонстрирующий суперосциллирующее поведение функции с ограниченным спектром.

Метод состоит в том, что искомая суперосциллирующая функция составляется из низкочастотных составляющих таким образом, чтобы в определенных точках функция принимала заранее выбранные значения. Точки выбираются так, что на данном отрезке функция показывает быстрые осцилляции, частота которых превышает граничную частоту в спектре. Пусть требуется, чтобы функция в точках $\{x_i\}, i=1\dots N$ принимала значения $\{f_i\}$, при этом, спектр функции

должен быть ограничен частотой k_0 . Выберем набор функций $g_j(x) = e^{ik_j x}$ так, чтобы $k_l \neq k_m$ и $|k_l| < k_0$. Построим теперь функцию $f(x) = \sum_{n=1}^N c_n e^{ik_n x}$ и потребуем, чтобы она принимала заданные значения f_i в точках x_i : $f(x_i) = f_i$. Приходим к линейной системе уравнений:

$$\sum c_n g_{in} = f_i, i=1 \dots N \quad (4)$$

Если определитель системы (4) не равен нулю, то имеется единственное решение для вектора c , и оно определяет искомую функцию $f(x)$. На рис. 1.10 приведен наглядный пример суперосциллирующей функции, построенной таким образом. Суперосциллирующая функция составлена в этом примере из 7 гармоник с волновыми числами $|k_i| \leq 1$. Требовалось, чтобы функция проходила через точки, отмеченные на графике кружками. На участке от -2 до 2 сконструированная таким образом функция примерно аппроксимирует гармонику с волновым числом $k=3$. Для сравнения на этом же графике пунктиром обозначена гармоника, соответствующая максимальной частоте $k_0=1$ ($\cos x$) из спектра суперосциллирующей функции.

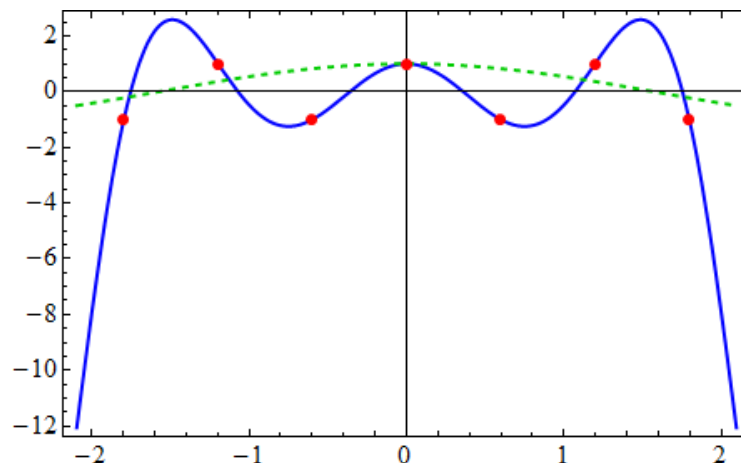


Рис. 1.10. Пример суперосциллирующей функции (сплошная линия), проходящей через заранее заданные точки. Для сравнения приведен график гармоники максимальной частоты (пунктирная линия).

Математические свойства суперосциллирующих функций были изложены в нескольких обзорах (см, например, работы [13, 87, 89, 90]). В статье [90] изучены свойства суперосциллирующих волновых функций отдельных частиц. Показано, что суперосциллирующие волновые функции обладают рядом интересных свойств. Авторы утверждают, что частица, представленная волновым пакетом с низким значением импульса, может получить большое

значение импульса при прохождении через щель, если суперосциллирующая часть волнового пакета перекрывается с щелью. Временная эволюция суперосциллирующих функций изучается в работе [85].

Как оказывается, цена супер-осцилляций сравнительно высока. Как было показано в [91], при увеличении требуемой частоты осцилляций норма осциллирующей функции полиномиально растет. L^2 -норма функции определяется согласно

$$\|f\|_2 = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx \right)^{1/2} \quad (5)$$

Пусть $f(x)$ - суперосциллирующая функция, спектр которой ограничен частотой $\mu/2$:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\mu/2}^{\mu/2} \hat{f}(k) e^{ikx} dk \quad (6)$$

Запишем выражение для производной $f'(x)$, используя ее преобразование Фурье:

$$|f'(x)|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\mu/2}^{\mu/2} ik \hat{f}(k) e^{ikx} dk \right|^2 \quad (7)$$

Теперь, используя неравенство Коши-Шварца, мы получаем:

$$\left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\mu/2}^{\mu/2} ik \hat{f}(k) e^{ikx} dk \right|^2 \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\mu/2}^{\mu/2} |ik \hat{f}(k) e^{ikx}|^2 dk \leq \frac{(\mu/2)^2}{2\pi} \int_{-\mu/2}^{\mu/2} |\hat{f}(k)|^2 dk \quad (8)$$

Далее, по равенству Парсеваля,

$$\|f(x)\|_2 = \|\hat{f}(k)\|_2 \quad (9)$$

Следовательно, мы приходим к неравенству:

$$|f'(x)|^2 \leq \frac{(\mu/2)^2}{2\pi} \|f(x)\|_2^2 \quad (10)$$

Здесь содержится важный вывод: если при заданной верхней частоте $\mu/2$ мы хотим получить быстрые осцилляции, что равносильно большей производной $f'(x)$, L^2 -норма функции будет пропорционально расти. Также без вывода укажем, что увеличение количества осцилляций функции на суперосциллирующем отрезке ведет к еще более сильному экспоненциальному росту L_2 -нормы [91].

Были предприняты попытки оптимизировать суперосциллирующие функции в энергетическом смысле. В частности, в работе [92] предлагается расширить множество базисных функций $g_i(x)$, из которых составляется искомая функция $f(x)$, так что число этих функций M

больше числа N уравнений на неизвестные коэффициенты c_n . В этом случае множество решений системы (4) является линейным многообразием и представляется бесконечным числом векторов c_n . Далее из этого множества выбирается вектор \mathbf{c} такой, который максимизирует долю энергии внутри суперосциллирующего отрезка функции $f(x)$. На конкретном примере авторы демонстрируют, что таким способом удастся оптимизировать суперосциллирующую функцию. Однако, отмечают они, такая оптимизация также не остается «бесплатной»: кажущееся периодическим поведение функции на суперосциллирующем отрезке становится гораздо менее периодическим.

Суперосциллирующие функции следует отличать от эванесцентных волн. Эванесцентные волны, как и однородные плоские волны, являются решением уравнения Гельмгольца, однако имеют комплексный волновой вектор:

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \exp(ik_1x - k_2y), \\ k_1^2 - k_2^2 &= k_0^2 > 0. \end{aligned} \quad (11)$$

При этом, второе неравенство в (11) демонстрирует, что компонента волнового вектора k_1 по величине может превышать k_0 . В то же время, как это было показано в работе [84], эванесцентная волна может быть представлена *в пределе* как суперпозиция однородных волн. Однако, в строгом смысле такое разложение невозможно. Берри в своей статье предложил следующее разложение эванесцентной волны:

$$f_\Delta(\mathbf{r}) = \frac{1}{\Delta\sqrt{2\pi}} \int_{-\pi}^{\pi} \psi_\alpha(\mathbf{r}) \exp\left\{-\frac{2}{\Delta^2} \sin^2\left(\frac{\alpha - iA}{2}\right)\right\} d\alpha, \quad (12)$$

где $\psi_\alpha(\mathbf{r})$ представляет однородную незатухающую волну, распространяющуюся под углом α :

$$\psi_\alpha(\mathbf{r}) = \exp(ik(x \cos \alpha + y \sin \alpha)) \quad (13)$$

В пределе $\Delta \rightarrow 0$ экспонента, стоящая под интегралом в (12), действует как дельта-функция и интегрирование по всем углам дает значение плоской волны $\psi_\alpha(\mathbf{r})$ с мнимым углом распространения $\alpha = iA$, которая является эванесцентной. Однако, интеграл (12) не демонстрирует равномерной сходимости, и, разумеется, говорить о том, что эванесцентная волна во всем пространстве представляется разложением по распространяющимся волнам, в строгом смысле нельзя.

Суперосцилляции в пространствах высших размерностей были исследованы в [93]. Авторы в качестве пробной функции при этом рассматривают линейную суперпозицию плоских

однородных волн. Показано, что с ростом размерности пространства растет вероятность случайно «попасть» в суперосциллирующую функцию случайным выбором амплитуд различных гармоник. Для бесконечномерного пространства эта вероятность достигает 0.394, как утверждают авторы.

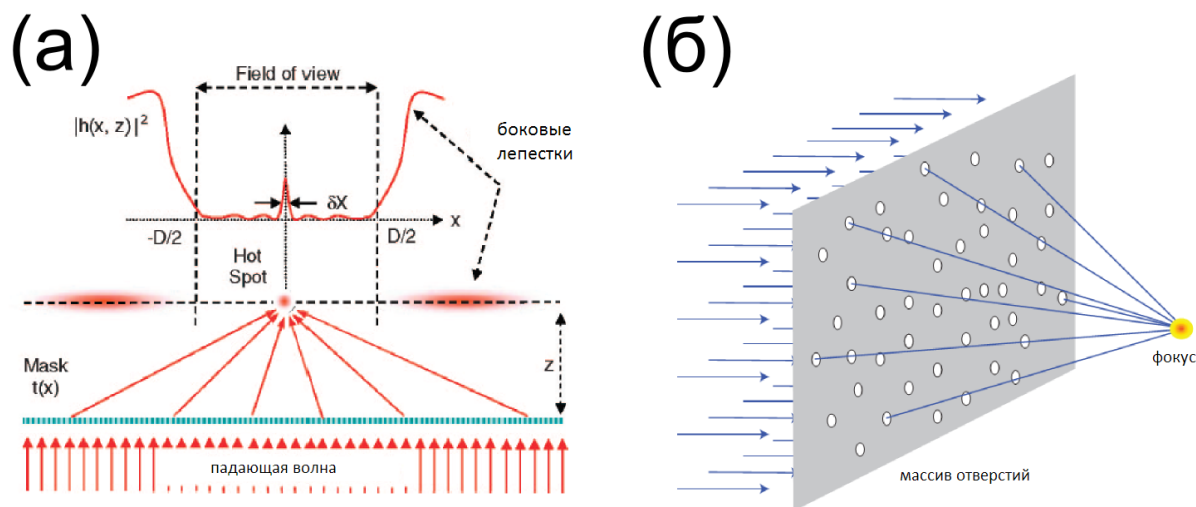


Рис. 1.11. (а) Концептуальная схема достижения субволновой локализации электромагнитного излучения в дальнем поле при помощи суперосцилляций. (б) Экран с наноотверстиями для получения суперосциллирующего рассеянного поля. Изображение из работы [94].

Идея суперосциллирующих функций была естественным образом использована в оптике для достижения субволновой фокусировки света при помощи только дальних полей [95, 96]. Общая идея использования суперосцилляций изображена на Рис. 1.11(а). Первой известной нам работой, в которой экспериментально достигается субволновая фокусировка в дальнем поле, является статья [97]. Авторы используют несколько плоских волн (лазерных пучков одной частоты) и направляют их с определенной амплитудой на точку в свободном пространстве, где требуется сфокусировать поле. Распределение интенсивности принимает вид:

$$I(r) = \frac{1}{2} \left(\sum_n \mathbf{E}_n \exp(i\mathbf{k}_n \mathbf{r}) \right) \left(\sum_n \mathbf{E}_n \exp(i\mathbf{k}_n \mathbf{r}) \right)^*, \quad (14)$$

суммирование происходит по всем волнам, составляющим фокусировочное пятно. Далее, для субволновой локализации поля в некой точке пространства, авторы подбирали векторные амплитуды всех N гармоник. В эксперименте пучок составлялся из $N = 15$ плоских волн. Когда фазы всех 15 волн были равными в точке фокусировки, дискретная комбинация волн описывала Бесселевский пучок нулевого порядка с азимутальной поляризацией [98]. Если же фаза каждой волны соответствовала углу φ_n , под которым распространялся пучок, то получающееся распределение поля аппроксимировало Бесселевский пучок первого порядка. Полная ширина на

половине высоты фокусирующего пятна во втором случае составляла 0.37λ , что меньше дифракционного предела. Авторы не употребляют термин «суперосцилляции», но, по своей сути, такая фокусировка есть непосредственное проявление данного феномена.

В следующей работе [99], посвященной суперосцилляциям, использовался несколько иной алгоритм фокусировки. Алюминиевая пленка толщиной 100 нм с квазипериодическим массивом отверстий (Рис. 1.11б) освещалась нормально падающей плоской волной с длиной волны $\lambda = 500\text{nm}$. Затем записывалось изображение рассеянного поля по другую сторону на разных расстояниях от пластины с отверстиями. Рассеянное поле в такой системе содержит, разумеется, ближнее поле, поэтому на расстояниях от пленки, меньших длины волны, в изображении могли появляться субволновые структуры. Удивительным наблюдением, однако, стало то, что на больших расстояниях от пленки ($h > 8000\text{nm}$) наблюдались области фокусировки размером порядка 300 нм. На таких расстояниях от экрана формирование субволновых областей происходит без участия ближних полей, так что наблюдаемое явление фокусировки можно смело связывать с суперосцилляциями. Данное предположение было подтверждено численной симуляцией дифракции волны на экране с квазипериодическим массивом отверстий. В численном счете учитывались только распространяющиеся волны. Авторы обнаружили согласие между результатами эксперимента и численного счета в дальнем поле, что подтвердило связь наблюдаемой субволновой фокусировки с суперосцилляциями.

В работе [100] экспериментально был реализован мета-экран для субволновой фокусировки. Экран представляет набор различных элементарных ячеек, расположенных в углах квадратной решетки. Каждый элементарный мета-атом экрана подбирается особым образом в зависимости от его расположения в итоговом массиве, т.ч. падающая волна рассеивается с особо подобранной амплитудой и фазой на каждом из мета-атомов. Правильный подбор и расположение мета-атомов в экране позволяет получить супер-разрешение в дальней волновой зоне экрана.

В работе [101] предложена т.н. «оптическая игла», создающая протяженную вдоль оси системы область фокусировки поля, имеющую субволновой размер, Рис. 1.12(a). Преимущество системы заключается в том, что она создает область субволновой фокусировки значительной протяженности вдоль оси системы (более 10 длин волн падающего света) и ограничена «темной» областью значительных размеров. Общая идея фокусировки света с помощью суперосцилляций без привязки к конкретной физической системе была изложена в [94]. Достижение субволновой фокусировки разделяется на два этапа: (i) подбор амплитуд незатухающих волн, создающих суперосциллирующее распределение в определенной области пространства, и (ii) создание

структуры, рассеяние света на которой приводит к появлению незатухающих мод с требуемыми амплитудами.

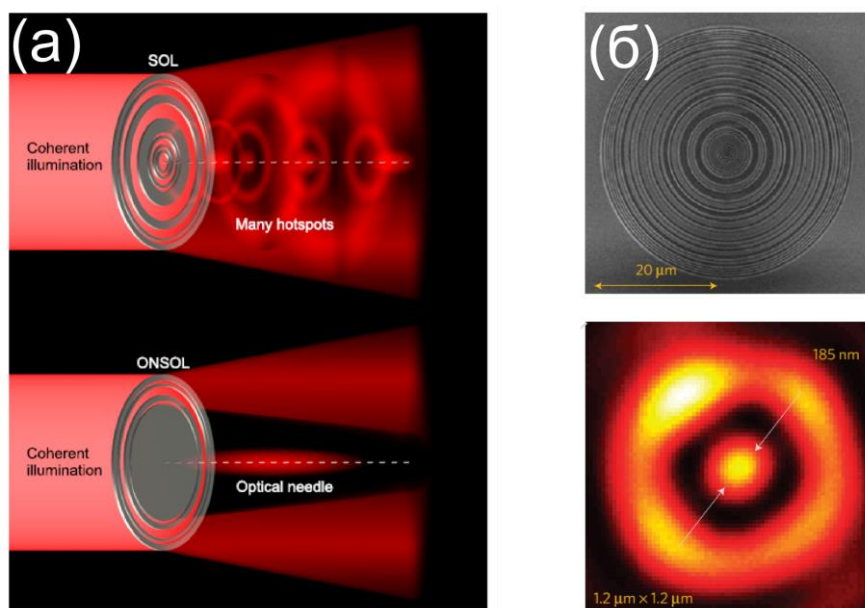


Рис. 1.12. (а) Схематический рисунок, поясняющий ключевую особенность «оптической иглы». В отличие от ближнепольной зоны пластинки, оптическая игла создает протяженное в продольном направлении фокусирующее пятно, ограниченное темной областью значительных размеров. (б) Фотография микроскопа для субволнового разрешения, ниже - непосредственное изображение источника в фокальной плоскости линзы, длина волны света $\lambda = 640\text{nm}$. Изображение из работы [101, 102].

В [102] идея экрана с массивом наноотверстий была развита дальше. Суперосцилляции были использованы не для фокусировки падающей волны, а для получения изображения точечного источника, т.е. экран с отверстиями играл роль микроскопа. Экран воспроизводил субволновое изображение точечного источника по другую сторону на расстоянии $z = 11\mu\text{m}$ при длине волны используемого света $\lambda = 660\text{nm}$. При таком расстоянии от экрана изображение формируется исключительно дальними полями. Сравнивалась работа микроскопа для разрешения двух когерентных и некогерентных источников. Результаты показали, что разрешение некогерентных источников возможно при меньшем расстоянии между ними, нежели в случае когерентных. Также продемонстрирована возможность разрешать 3 и более отдельных источников и произведена экспериментальная проверка микроскопа. В работе [103] экран с наноотверстиями был переработан и его роль в микроскопе играла пластинка с щелями – концентрическими

окружностями (как в «оптической игле»). С такой пластинкой было продемонстрировано разрешение $\lambda/6$, Рис. 1.12(б).

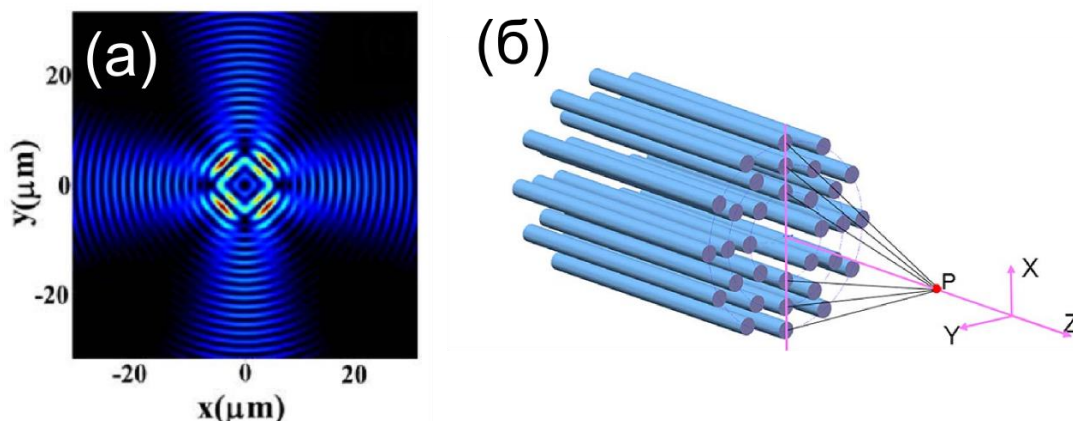


Рис. 1.13. (а) Распределение интенсивности электрического поля в суперосциллирующих пучках. В центральной области (в окрестности координаты $0,0$) распределение интенсивности демонстрирует суперосциллирующее поведение. Изображение из работы . (б) Система волноводов, на выходе из которых образуется суперосциллирующее распределение электрического поля. Изображение из работы [104, 106].

Суперосциллирующие световые пучки были теоретически исследованы в [104]. Как известно, Бесселевский пучок вида $U(x, y, z) = e^{i\beta z} J_\alpha(\alpha\rho)$, где $\beta^2 + \alpha^2 = (\omega/c)^2$, является недифрагирующим [105], но скалярным. Это означает, что распределение поля в таком пучке, распространяющемся вдоль оси z , остается неизменным и лишь приобретает фазовый множитель, соответствующий константе распространения β . Авторами было предложено составлять недифрагирующий пучок из отдельных Бесселевских пучков разных порядков с одинаковыми константами распространения:

$$f(\mathbf{r}) = \sum a_n J_n(\alpha\rho) \exp(i\beta z) \exp(in\theta), \quad \alpha^2 + \beta^2 = k^2 \quad (15)$$

Данная сумма также является недифрагирующим пучком. Распределение поля в получающемся пучке показано на рис. 1.13(а). Амплитуды пучков a_n подбирались так, чтобы результирующее распределение поля демонстрировало суперосциллирующее поведение в центральной области пучка. Однако предложенные суперосциллирующие пучки являются скалярными, т.е. рассматривается только одна компонента поля, в то время, как Бесселевские пучки плоских волн являются существенно векторными [98]. В векторном пучке интенсивность складывается из всех трех компонент, и суперосциллирующее поведение одной из компонент в итоге может быть

«смазано» низкочастотными осцилляциями других компонент поля, что моментально приведет к исчезновению суперосциллирующего поведения суммарной интенсивности поля.

В работе [106] предложен способ фокусировки дальних полей на выходе из массива волноводов, Рис. 1.13(б). Массив состоит из 32 волноводов, равномерно и симметрично расположенных на дугах 3 concentрических окружностей. По всем волноводам распространялись моды с одинаковой интенсивностью, но различной фазой. В численном эксперименте субволновое фокусирующее пятно диаметром 0.43λ наблюдалось на расстоянии в 9 длин волн от выхода волноводов. Возникновение пятна фокусировки интерпретируется как суперосцилляция. Исследовалось, как меняются фокусирующие свойства массива волноводов в зависимости от их количества и расположения. В целом, большее количество волноводов позволяет создавать более узкие фокусирующие пятна, что представляется весьма очевидным выводом.

Суперосцилляции обнаруживаются в т.н. «спеклах» - сильно нерегулярных оптических полях, образованных большим количеством волн [107]. В этой работе авторы изучали поведение двумерных случайных волн – суперпозиции плоских волн, имеющих случайную фазу и направление, но фиксированный модуль волнового числа k :

$$\psi(\mathbf{r}) = \int_{-\pi}^{\pi} c_{\alpha} \exp(i\mathbf{k}_{\alpha}\mathbf{r}) d\alpha, \quad (16)$$

где c_{α} - случайная гауссовская величина с $\langle |c_{\alpha}|^2 \rangle = I_0$, \mathbf{k}_{α} - волновой вектор гармоники, распространяющейся под углом α . Была вычислена доля области пространства, статистически занимаемого суперосциллирующим участком поля. Для случайного распределения волнового вектора с фиксированным значением доля пространства, занимаемого суперосциллирующим полем, составляет $f = 1/3$. Также установлено, что суперосцилляции в основном встречаются в областях с низкой интенсивностью сигнала. Данный вывод легко понять, вспомнив «невыгодное» энергетическое свойство суперосцилляций (10), заключающееся в том, что в суперосциллирующем сигнале энергия поля концентрируется в низкочастотной области.

Некоторые проблемы, возникающие в микроскопии с использованием суперосцилляций, были рассмотрены в [108]. Авторами упомянута проблема невыгодного энергетического соотношения (10) и искажение суперосциллирующего поля из-за взаимодействия с измеряющим прибором. Физические причины искажений, вызываемые детектором, здесь примерно те же, что существуют в схеме с суперлинзой Пендри: наличие детектора существенно изменяет фазовые соотношения между компонентами суперосциллирующей функции и «убивает» суперосциллирующий характер регистрируемого поля

Глава 2

Поглощение излучения одноосной диссипативной средой

2.1 Введение

В данной главе подробно исследовано распространение поверхностных плазмонов по анизотропному материалу и поглощение электромагнитной энергии в одноосных средах. В последнее время огромный интерес вызывают явления, связанные с возбуждением поверхностных плазмонов, и объединенные общим термином плазмоника [54, 109]. Плазмоны в металлических системах позволяют локализовывать электромагнитную энергию на субволновом масштабе, открывая дорогу к таким востребованным сегодня применениям, как субволновая микроскопия и фокусировка света, передача оптических сигналов в наноразмерных системах. Также, благодаря сильной концентрации энергии электрического поля, плазмоника предоставляет платформу для сильного взаимодействия света с веществом.

Мы показали, что по поверхности полупространства, заполненного так называемым гиперболическим метаматериалом, может распространяться поверхностный плазмон, такой, что его длина затухания в десятки раз превосходит длину затухания плазмона на границе соответствующего изотропного материала (материала с отрицательной вещественной частью скалярной диэлектрической проницаемости, такой же как одна из компонент тензора диэлектрической проницаемости индефинитного материала). Было рассмотрено распространение поверхностного плазмона по тонкой плоскопараллельной пластинке из рассматриваемого материала и обнаружены те же закономерности, которые имеют место и для полубесконечного кристалла.

Существование этого плазмона приводит к новому явлению - существованию действительного угла Брюстера при падении ТМ-поляризованной волны на поглощающий одноосный полубесконечный материал. Полное поглощение экспериментально наблюдалось в инфракрасном диапазоне в оптически толстом слое естественного анизотропного кристалла - гексагонального нитрида бора. Явление важно с фундаментальной точки зрения и может найти потенциальные применения в дизайне поглощающих покрытий и сенсоров, работающих в среднем инфракрасном диапазоне частот.

2.2 Распространение поверхностных плазмонов по поверхности гиперболической поглощающей среды

Поверхностным плазмоном принято называть электромагнитную волну, локализованную вблизи поверхности раздела двух сред и распространяющуюся вдоль этой поверхности. Впервые

решение для поверхностной электромагнитной волны на границе раздела двух полубесконечных сред было получено Зоммерфельдом [110]. В работе [111] были исследованы условия существования решения в виде поверхностной волны на границе двух изотропных сред с потерями. Распространение плоских электромагнитных волн в материалах с индефинитным тензором электрической и магнитной проницаемостей было в деталях рассмотрено в [112], где было предсказано множество явлений, которые могут наблюдаться в таких средах, включая отрицательное преломление и ближнепольную фокусировку.

В случае изотропных сред решение давно известно [111]: компонента волнового вектора, параллельная границе раздела (плоскости $z = 0$) имеет вид:

$$k_{pl}^2 = (\omega/c)^2 \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}. \quad (17)$$

Чтобы получить это решение, будем искать поле ПП в каждом из полупространств по отдельности в виде плоской волны, экспоненциально затухающей при удалении от поверхности. Направим ось z из среды II в среду I, а ось x - вдоль направления распространения плазмона. Тогда электрическое поле ПП представимо в виде:

$$\mathbf{E} = \begin{cases} \mathbf{v} e^{i(k_{pl}x - \omega t)} e^{-\alpha_1 z}, & z \geq 0 \\ \mathbf{u} e^{i(k_{pl}x - \omega t)} e^{\alpha_2 z}, & z < 0 \end{cases}, \quad (18)$$

а волновые вектора плоских волн, составляющих поверхностную волну, записываются в виде $\mathbf{k}_1 = (k_{pl}, 0, i\alpha_1)$ и $\mathbf{k}_2 = (k_{pl}, 0, -i\alpha_2)$ соответственно. Экспоненциальные множители $e^{\pm\alpha_i z}$, $i = 1, 2$ в (18) обеспечивают затухание ПП при удалении от поверхности: волна оказывается «привязанной» к поверхности.

Остановимся на вопросе о поляризации поля поверхностного плазмона. Поскольку величины полей в рассматриваемой задаче не зависят от координаты y , возможно существование двух различных линейно независимых поляризаций: ТМ и ТЕ. Первой соответствует волна с электрическим полем, лежащим в плоскости xz , а второй – наоборот – с магнитным полем, лежащим в этой же плоскости. Вывод дисперсионных соотношений для этих двух поляризаций совершенно идентичен, поэтому мы рассмотрим один из случаев, именно, ТМ-волну.

Векторы поляризации магнитного поля ТМ-волны имеют в каждой из сред вид: $(0, h_1, 0)$ и $(0, h_2, 0)$ соответственно. Величины магнитных и электрических полей должны удовлетворять, во-первых, уравнениям Максвелла:

$$\begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \\ \operatorname{div} \mathbf{D} = 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \end{cases}, \quad (19)$$

а во-вторых – граничным условиям непрерывности при $z = 0$. Исходя из этого мы и получим закон дисперсии поверхностных плазмонов в изотропных средах.

Итак, сперва удовлетворим условие непрерывности тангенциальной компоненты магнитного поля в плоскости $z = 0$: оно дает нам

$$h_1 = h_2 = h. \quad (20)$$

Далее, из уравнений (19) стандартным образом получаем, что электрическое и магнитное поля удовлетворяют волновым уравнениям:

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \quad \Delta \mathbf{H} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0, \quad (21)$$

из которых следуют соотношения для компонент волновых векторов:

$$k_{pl}^2 - \alpha_1^2 = \varepsilon_1 \left(\frac{\omega}{c} \right)^2, \quad k_{pl}^2 - \alpha_2^2 = \varepsilon_2 \left(\frac{\omega}{c} \right)^2. \quad (22)$$

Теперь найдем поляризацию электрического поля из (19):

$$\mathbf{E}_1 = [\mathbf{k}_1, \mathbf{H}] / \varepsilon_1 k_0, \quad \mathbf{E}_2 = [\mathbf{k}_2, \mathbf{H}] / \varepsilon_2 k_0, \quad k_0 = \omega / c. \quad (23)$$

Заметим, что вычисленное таким образом значение $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ автоматически удовлетворяет второму из уравнений (19), поскольку $\operatorname{div} \operatorname{rot}$ любого вектора равна нулю. Обозначив за \vec{v} поляризацию вектора напряженности электрического поля в среде I, а за \vec{u} - в среде II, получим для них следующие выражения:

$$v_x = -\frac{i\alpha_1 h}{k_0 \varepsilon_1}, \quad v_z = \frac{k_{pl} h}{k_0 \varepsilon_1}, \quad u_x = \frac{i\alpha_2 h}{k_0 \varepsilon_2}, \quad u_z = \frac{k_{pl} h}{k_0 \varepsilon_2}. \quad (24)$$

Теперь наконец используем условия непрерывности тангенциальной компоненты поля \vec{E} (непрерывность нормальной компоненты поля \vec{D} оказывается уже выполненной):

$$\frac{\alpha_1}{\varepsilon_1} + \frac{\alpha_2}{\varepsilon_2} = 0. \quad (25)$$

Совместно решая (22) и (25), находим интересующий нас закон дисперсии продольной компоненты волнового вектора:

$$k_{pl}^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}. \quad (26)$$

Остановимся подробнее на вопросе об условиях существования поверхностного плазмона. Нормальные компоненты волновых векторов α_1 и α_2 должны удовлетворять условиям

$$\begin{cases} \operatorname{Re}(\alpha_1) > 0 \\ \operatorname{Re}(\alpha_2) > 0 \end{cases} \quad (27)$$

чтобы обеспечить поверхностный характер рассматриваемой волны. Из (25) может быть легко получено выражение для квадрата обоих нормальных составляющих, например:

$$\alpha_1^2 = -\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}. \quad (28)$$

Значение этой величины является, вообще говоря, комплексным числом, поэтому для вычисления α_1 необходимо выбрать одну из аналитических ветвей многозначной функции $\sqrt{\alpha_1^2}$. Однако, важен тот факт, что, получив какое-либо значение для α_1 , мы сразу же получаем одно значение для α_2 из формулы (25), которая не содержит многозначных функций. Оказывается, что условия (27) либо выполняются на заданной частоте, либо нет, какой бы разрез комплексной плоскости мы ни взяли для извлечения квадратного корня. Всюду ниже мы будем делать разрез по отрицательной мнимой полуоси.

Условия (27) приобретают весьма простой вид в случае прозрачных сред, т.е. при пренебрежении мнимыми частями диэлектрических проницаемостей ε_1 , ε_2 . Действительно, в таком случае α_1 и α_2 должны быть действительными числами, большими нуля, поэтому из (25) получаем $\varepsilon_1 \varepsilon_2 < 0$. Но должно быть положительным и значение k_{pl}^2 , а значит должно выполняться еще и $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 < 0$. Таким образом условия существования ПП в прозрачных средах могут быть сформулированы следующим образом:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 \varepsilon_2 < 0 \\ \varepsilon_1 + \varepsilon_2 < 0 \end{cases} \quad (29)$$

Отсюда видно, что поверхностный плазмон может наблюдаться в оптическом диапазоне на поверхности благородных металлов, действительная часть диэлектрической проницаемости которых является отрицательной [54, 109].

Примечательно, что такой поверхностный плазмон отчасти обладает свойством обратной волны: вектор Пойнтинга в среде с отрицательной диэлектрической проницаемостью направлен в направлении, противоположном волновому вектору (фазовой скорости), что подтверждается

непосредственным вычислением потока энергии. В то же время над поверхностью ε -отрицательной среды вектор Пойнтинга направлен вдоль фазовой скорости, так же как и суммарный поток энергии.

Диэлектрическая проницаемость реальных металлов обладает конечной мнимой частью: $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$, вследствие чего k_{pl} также обладает мнимой частью: $k_{pl} = k_{pl}' + ik_{pl}''$, а поэтому при распространении вдоль поверхности ПП будет затухать с характерной длиной затухания $l = 1/\text{Im}(k_{pl})$. Так как энергия плазмона в металле и над ним переносится в противоположных направлениях, механизм переноса энергии вдоль поверхности мало эффективен, и потому длина пробега плазмона сравнительно мала. Для границы серебра со свободным пространством длина пробега составляет порядка 50 мкм, что является недостаточным для многих практических приложений.

Ниже показано, что над поверхностью анизотропного метаматериала, состоящего из серебряных нанопроволочек в диэлектрической матрице, должен существовать необычный плазмон, длина пробега которого увеличивается более чем на порядок по сравнению с длиной пробега плазмона над поверхностью серебра. Этот необычный плазмон может существовать над поверхностью любого анизотропного материала с так называемой индефинитной диэлектрической проницаемостью. Индефинитной диэлектрической проницаемостью [113] называется тензор $\hat{\varepsilon}$ анизотропной среды такой, что его компоненты имеют разные знаки вещественной части. Например, для одноосной индефинитной среды аксиальная диэлектрическая проницаемость отрицательна, а компоненты, перпендикулярные оптической оси, положительны (либо наоборот). Индефинитные среды не существуют в природе, но могут быть созданы искусственно, поэтому называются индефинитными метаматериалами. Понятие индефинитного материала относится только к прозрачным средам, т.е. к таким, у которых мнимая часть ε существенно меньше вещественной по абсолютной величине.

Рассмотрим индефинитный одноосный кристалл с оптической осью, перпендикулярной плоскости раздела. В качестве такого кристалла может выступать композитный материал, состоящий из металлических нанопроволочек, помещенных в матрицу из диэлектрика и расположенных перпендикулярно поверхности (рис. 2.1). Например, это может быть пористый оксид алюминия, поры которого заполнены серебром. Ниже мы будем предполагать, что среда описывается тензором диэлектрической проницаемости:

$$\hat{\varepsilon}_{eff} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\parallel} \end{pmatrix}. \quad (30)$$

В (30) ε_{\perp} - проницаемость в направлении, перпендикулярно проволочкам, и ε_{\parallel} - вдоль проволочек.

Известно, что по поверхности рассматриваемого кристалла может распространяться поверхностная волна, как и в случае изотропного материала. Закон дисперсии волнового вектора может быть выведен абсолютно таким же образом, как это делалось ранее и для изотропных сред, с небольшими изменениями.

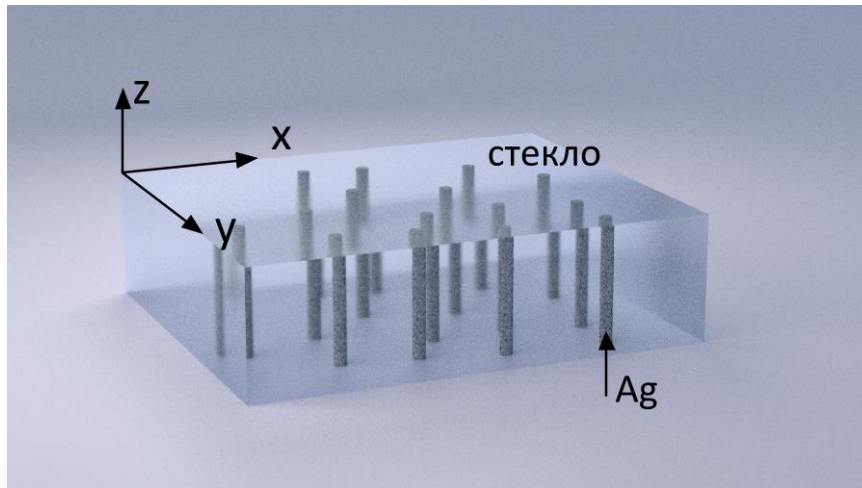


Рис. 2.1. Схематичное изображение рассматриваемого анизотропного композитного материала. Металлические нанопроволочки помещены в диэлектрическую матрицу (стекло).

Вновь будем искать решение уравнений Максвелла в виде (18) с соответствующими волновыми векторами. Как и ранее, будем рассматривать ТМ-волну, векторы поляризации магнитного поля в которой имеют вид $(0, h_1, 0)$ и $(0, h_2, 0)$. Из условий непрерывности тангенциальной компоненты магнитного поля снова получаем:

$$h_1 = h_2 = h. \quad (31)$$

Однако теперь, в отличие от случая изотропных сред, вектор напряженности электрического поля в среде I не удовлетворяет волновому уравнению из-за анизотропии среды. Исключая магнитное поле из уравнений Максвелла, мы получаем уравнение на вектор \vec{E} :

$$\Delta \mathbf{E} - \text{grad div } \mathbf{E} - \hat{\varepsilon} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (32)$$

Подставляя сюда временную и координатную зависимость электрического поля в виде (18), получаем уравнение, которому должны удовлетворять компоненты вектора \vec{u} :

$$k_2^2 \mathbf{u} - \mathbf{k}_2 (\mathbf{k}_2, \mathbf{u}) - \hat{\varepsilon} \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{u} = 0. \quad (33)$$

Это уравнение является линейным однородным на вектор \vec{u} , и нетривиальное его решение возможно при равенстве нулю детерминанта соответствующей системы уравнений:

$$\det M = \det \left\| k^2 \delta_{ij} - k_i k_j - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{ij} \right\| = 0. \quad (34)$$

В кристаллооптике данное уравнение известно как уравнение Френеля [82], и оно неявным образом определяет закон дисперсии $\omega = \omega(\mathbf{k})$. Распишем подробнее выражение (34) принимая во внимание, что компоненты волнового вектора в анизотропной среде равны $\mathbf{k}_2 = (k_{pl}, 0, -i\alpha_2)$:

$$\det \begin{vmatrix} -\alpha_2^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon_{\perp} & 0 & ik_{pl}\alpha_2 \\ 0 & k_{pl}^2 - \alpha_2^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon_{\perp} & 0 \\ ik_{pl}\alpha_2 & 0 & k_{pl}^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon_{\parallel} \end{vmatrix} = 0. \quad (35)$$

Это уравнение имеет два независимых решения. Если $k_{pl}^2 - \alpha_2^2 - (\omega/c)^2 \varepsilon_{\perp} = 0$, то детерминант также равен нулю, но этому случаю соответствует одномерное подпространство решений однородной системы $\mathbf{u} = (0, u_y, 0)$, что не подходит нам, поскольку поляризация электрического вектора в ТМ-волне имеет вид $\mathbf{u}_{TM} = (u_x, 0, u_z)$. Это значит, что для существования решения с искомой поляризацией должно выполняться

$$\left(-\alpha_2^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon_{\perp} \right) \left(k_{pl}^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon_{\parallel} \right) + (k_{pl}\alpha_2)^2 = 0, \quad (36)$$

что и дает искомую связь компонент волнового вектора. А поскольку среда I по-прежнему изотропна, то для нее справедливо прежнее выражение:

$$k_{pl}^2 - \alpha_1^2 = \varepsilon_1 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2. \quad (37)$$

Теперь найдем поляризацию векторов напряженности электрического поля и воспользуемся условиями непрерывности тангенциальной компоненты поля при $z = 0$. Из уравнений Максвелла вновь получаем

$$\mathbf{D}_1 = [\mathbf{k}_1, \mathbf{H}] / k_0, \quad \mathbf{D}_2 = [\mathbf{k}_2, \mathbf{H}] / k_0, \quad \vec{D} = \hat{\varepsilon} \vec{E}, \quad (38)$$

и условия непрерывности соответственно приводят к:

$$\frac{\alpha_2}{\varepsilon_{\perp}} + \frac{\alpha_1}{\varepsilon_1} = 0. \quad (39)$$

Решая совместно (37) – (39), находим наконец закон дисперсии поверхностных плазмонов в анизотропной среде:

$$k_{pl}^2 = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \varepsilon_{\parallel} \varepsilon_1 \frac{\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_1}{\varepsilon_{\perp} \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_1^2} \quad (40)$$

Вновь, как и в предыдущем случае, проанализируем эту формулу на вопрос о существовании плазмона на заданной частоте. Как и прежде, для обеспечения поверхностного характера волны, нормальные компоненты должны удовлетворять соотношению (27). Если диэлектрические проницаемости являются действительными функциями, то можно получить простые условия существования плазмона. Действительно, тогда выражения для k_{pl}^2 , α_1^2 , α_2^2 являются действительными числами. Из (39) приходим к выводу, что актуальна лишь та частотная область, в которой $\varepsilon_{\perp} < 0$. Параллельная же составляющая тензора проницаемости может быть как положительной, так и отрицательной. Ограничения на значения этой составляющей следуют из положительности величин k_{pl}^2 , α_1^2 , α_2^2 .

Таким образом, в отличие от изотропного случая здесь существует два вида поверхностных плазмонов. Если элементы тензора (30) являются действительными величинами, то в обоих случаях необходимо, чтобы

$$\varepsilon_{\perp} < 0. \quad (41)$$

Однако ε_{\parallel} может быть как отрицательной (чему соответствует один плазмон):

$$\varepsilon_{\parallel} < \varepsilon_1^2 / \varepsilon_{\perp} < 0, \quad (42)$$

так и положительной (чему соответствует другой плазмон):

$$0 < \varepsilon_1 < \varepsilon_{\parallel}. \quad (43)$$

Для нас важно, что при распространении второго плазмона по поверхности анизотропного кристалла существует область частот, в которой поток энергии направлен в одну сторону в обеих средах, что существенно увеличивает перенос энергии плазмонном при фиксированном значении нормальной компоненты электрического поля в среде с $\varepsilon_1 > 0$. Естественно ожидать, что пробег такого плазмона будет относительно больше. Действительно, нижеследующие оценки подтверждают наше предположение.

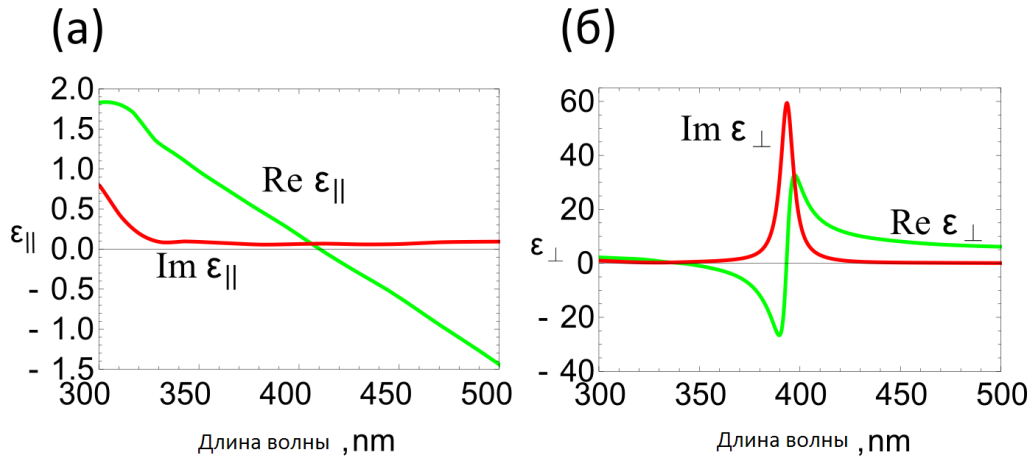


Рис. 2.2. Частотная дисперсия элементов тензора диэлектрической проницаемости (2.1) для концентрации нанопроволочек $p_0 = 0.3$. (а) – элемент тензора проницаемости в направлении, параллельном проволочкам, (б) – в перпендикулярной плоскости.

Для того чтобы понять физические явления, лежащие в основе данного увеличения, уместно прибегнуть к простейшей модели, позволяющей провести аналитическое исследование. Так как в направлении, параллельном проволочкам, среда однородна, то электрическое поле непрерывно на границах матрицы и проволочек. Поэтому диэлектрическую проницаемость композита в направлении оптической оси, т.е. по нормали к поверхности, можно оценить как среднее по объему, т.е. [113, 114]:

$$\varepsilon_{\parallel} = p\varepsilon_{metal} + (1-p)\varepsilon_{mat} \quad (44)$$

Для вычисления ε_{\perp} воспользуемся формулой Максвелла Гарнетта для двумерного случая [113]:

$$\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{mat} \frac{1 + p \left(\frac{\varepsilon_{metall} - \varepsilon_{mat}}{\varepsilon_{metall} + \varepsilon_{mat}} \right)}{1 - p \left(\frac{\varepsilon_{metall} - \varepsilon_{mat}}{\varepsilon_{metall} + \varepsilon_{mat}} \right)}. \quad (45)$$

Для оценки длины пробега плазмона в качестве диэлектрической функции серебра мы будем использовать экспериментальные данные, полученные в [115]. Получающиеся частотные дисперсии проницаемостей показаны на Рис. 2.2, в предположении, что среда I – вакуум, т.е. $\varepsilon_1 = 1$. Далее мы будем рассматривать интересующие нас частотные зависимости, используя в качестве аргумента действительную часть $\varepsilon_{\parallel}(\omega)$, так в этих координатах наиболее наглядно определены области существования плазмонов (42) и (43).

На рис. 2.3 приведены дисперсионные кривые плазмонов для концентрации нанопроволочек $p_0 = 0.3$. На нем же изображены зависимости действительных частей нормальных

компонент волновых векторов $\text{Re}(\alpha_1)$, $\text{Re}(\alpha_2)$. Видно, что для этой концентраций включений существует три частотные области, в которых возможно распространение плазмонов. Плазмон, удовлетворяющий условию (43), является волной Ценнека, так как его дисперсионная кривая лежит выше светового конуса. Поверхностный характер такой волны выражен слабо, и волновой фронт волн в верхнем полупространстве (с $\varepsilon_1 > 0$) достаточно сильно наклонен к поверхности, в то время как у «классического» плазмона волновой фронт практически перпендикулярен поверхности раздела. Тем не менее, оба плазмона – изотропный и анизотропный - описываются одной и той же формулой и при наличии диссипации являются частью одной непрерывной дисперсионной кривой.

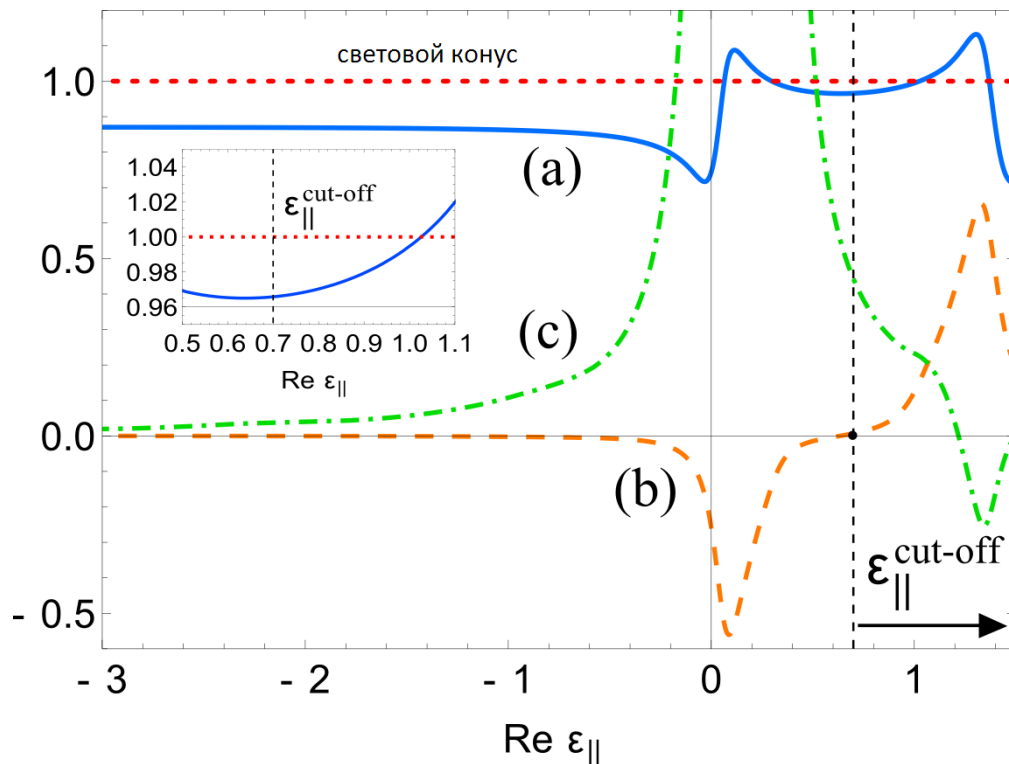


Рис. 2.3. Дисперсия волнового вектора ПП (нормированного на $k = \frac{\omega}{c}$) в композите при концентрации проволок $p = 0.3$ (синий). Красной линией показана дисперсионная кривая света в вакууме. Зеленый и оранжевый – действительные части нормальных составляющих волновых векторов α_1 и α_2 . Вертикальная серая линия отмечает область существования локализованной поверхностной волны. На вставке более детально показан участок дисперсии плазмона вблизи частоты отсечки.

Решение в области $\varepsilon_{\parallel} < \varepsilon_{\parallel}^{\text{cut-off}}$ представляет собой вытекающую волну. В такой волне направления фазовой и групповой скорости противоположны, а перенос энергии происходит в

направлении от поверхности раздела, т.о. она постоянно «вытекает» от поверхности. В области положительной продольной диэлектрической проницаемости плазмон, удовлетворяющий условию (43), имеет длину волны меньше длины волны света в свободном пространстве. В этом смысле он представляет интерес для использования в нанооптике.

На рис. 2.4 приведена зависимость длины пробега такого плазмона $l = 1/\text{Im}(k(\omega))$ от $\text{Re}(\varepsilon_{\parallel})$ при p_0 . При приближении к определенному значению $\text{Re}(\varepsilon_{\parallel})$, которое определяется только значениями элементов тензора проницаемостей $\hat{\varepsilon}$, т.е. к границе разрешенной зоны плазмона, резко увеличивается длина пробега плазмона, обращаясь на границе в бесконечность [116].

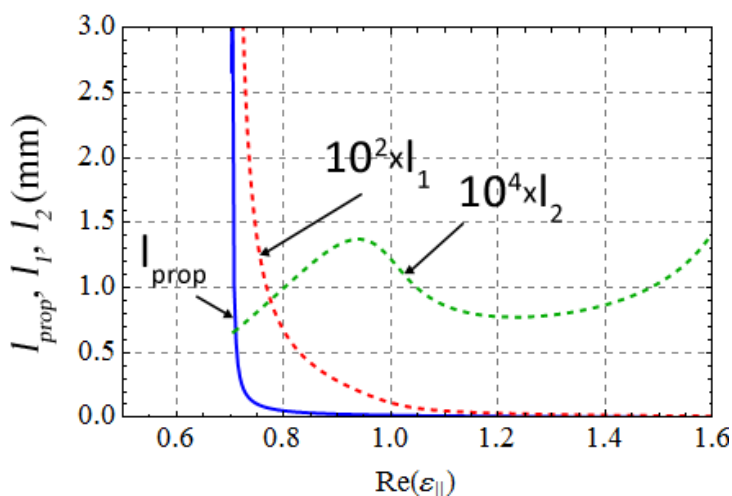


Рис. 2.4. Длина пробега плазмона (синий), глубина локализации поля в композите (зеленый) и в диэлектрике (красный). Величины приведены к одному масштабу для изображения на одном графике.

Согласно (18), зависимость величины электрического и магнитного полей в средах 1, 2 от координаты z дается экспоненциальным множителем $e^{\pm\alpha_i z}$, $i = 1, 2$, поэтому глубина локализации поля равна $1/\text{Re}(\alpha_i)$. На Рис. 2.4 также изображены глубина проникновения поля в диэлектрик $l_1 = 1/\text{Re}(\alpha_1)$ и композитный материал $l_2 = 1/\text{Re}(\alpha_2)$. Последняя на границе зоны существования плазмона имеет минимум отличный от нуля. Это означает, что поле проникает в метаматериал с диссипацией. С одной стороны, длина пробега обращается в бесконечность, а с другой стороны происходит диссипация энергии, которая должна приводить к затуханию плазмона. Данный результат требует объяснения.

Для выяснения причины неограниченного увеличения длины пробега по сравнению со сплошным металлом рассмотрим, как меняются омические потери в композите, суммарный поток

энергии и глубина локализации поля при разных частотах при некоторой заданной концентрации включений. Мощность потерь в единице объема [10]:

$$w = \langle \hat{\sigma} \mathbf{E} \mathbf{E}^* \rangle, \quad \hat{\sigma} = \frac{\omega}{4\pi} \text{Im}(\hat{\varepsilon}). \quad (46)$$

ПП является волной ТМ-типа: поляризация электрического вектора в композите имеет вид $\mathbf{u} = (u_x, 0, u_z)$, $E(\mathbf{r}, t) = \mathbf{u} e^{i(kx - \omega t)} e^{\alpha_2 z}$. Из уравнения Френеля

$$k_2^2 \mathbf{u} - \mathbf{k}_2 (\mathbf{k}_2, \mathbf{u}) - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \hat{\varepsilon} \mathbf{u} = 0, \quad (47)$$

которое является линейным однородным уравнением на вектор поляризации \vec{u} , легко найти поляризацию электрического поля плазмона в композите:

$$\mathbf{u} = \left(\frac{i\alpha_2}{k\varepsilon_{\perp}}, 0, \frac{k_{pl}}{k\varepsilon_{\parallel}} \right). \quad (48)$$

После усреднения по времени выражения для омических потерь в единице объема и интегрирования по z найдем величину потерь в слое единичной толщины в единицу времени:

$$Q = \frac{\omega}{2\pi \text{Re}(\alpha_2)} (\varepsilon_{\perp}'' |u_x|^2 + \varepsilon_{\parallel}'' |u_z|^2) e^{-2k''x}. \quad (49)$$

Сравним эту величину с потоком энергии, переносимым плазмоном вдоль оси x . Соответствующие компоненты вектора Пойнтинга равны:

$$S_{x2} = -\frac{c}{8\pi} \text{Re}(u_z u_{my}^*) e^{-2k''x} e^{-2\alpha_2 z}, \quad S_{x1} = -\frac{c}{8\pi} \text{Re}(v_z v_{my}^*) e^{-2k''x} e^{2\alpha_1 z}, \quad (50)$$

где $\vec{v} = (v_x, 0, v_z)$ - поляризация электрического вектора в среде I - диэлектрике, а u_{my}, v_{my} - y -составляющие поляризации магнитного вектора. После интегрирования по z получим выражение для суммарного потока энергии:

$$I_x = -\frac{c}{16\pi} \left(\frac{\text{Re}(u_z u_{my}^*)}{\text{Re}(\alpha_2)} + \frac{\text{Re}(v_z v_{my}^*)}{\text{Re}(\alpha_1)} \right) e^{-2k''x}. \quad (51)$$

Теперь воспользуемся уравнением непрерывности для энергии электромагнитного поля. Имеем

$$\text{div} \mathbf{S} = -\mathbf{j} \mathbf{E}, \quad \frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{\partial S_z}{\partial z} = -w, \quad (52)$$

где w - мощность омических потерь в единице объема. После интегрирования по z получим

$$dI + \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial S_z}{\partial z} dz \right) dx = -Q dx = -(Q/I) I(x) dx. \quad (53)$$

Отношение Q/I , как видно из (49) и (51), является не зависящей от x константой, а следовательно,

$$I(x) = I(0)e^{-\frac{Q}{I}x}. \quad (54)$$

Мы приходим к важному выводу: отношение Q/I обратно пропорционально длине пробега плазмона, т.е. $2/l = 2\text{Im}(k_{pl}(\omega))$ (поскольку скорость затухания потока энергии в два раза выше, чем скорость затухания поля). Значение этого отношения приведено ниже:

$$\frac{Q}{I_x} = -\frac{8\omega(\varepsilon_{\perp}'' + \varepsilon_{\parallel}''|u_z|^2)}{c \text{Re}(\alpha_2)} \frac{1}{\frac{\text{Re}(u_z u_{my}^*)}{\text{Re}(\alpha_2)} + \frac{\text{Re}(v_z v_{my}^*)}{\text{Re}(\alpha_1)}}. \quad (55)$$

Так как глубина проникновения в композит конечна, то и удельная диссипация конечна. Обращение длины пробега в бесконечность связано с обращением в бесконечность потока энергии. Действительная часть α_1 равна коэффициенту локализации поля. Оказывается, что на частоте отсечки значение $\text{Re}(\alpha_1)$ обращается в ноль и затем меняет знак, т.е. решение, локализованное у поверхности, пропадает. На границе разрешенной зоны волна оказывается *делокализована* в диэлектрике, суммарный поток энергии плоской волны обращается в бесконечность, как это следует из (51), причем омические потери остаются конечными. Таким образом, плазмон распространяется без затухания, несмотря на диссипацию энергии, благодаря делокализации. С практической точки зрения оказывается чрезвычайно важным, что отношение длины пробега плазмона к глубине локализации в диэлектрике является конечной величиной порядка нескольких десятков (Рис. 2.5). Иными словами можно говорить о поверхностном плазмоне, имеющем большую длину пробега.

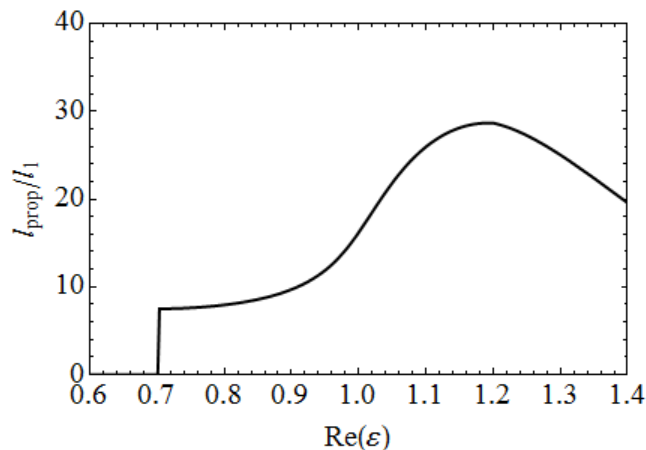


Рис. 2.5. Отношение длины пробега плазмона к глубине локализации в диэлектрике при $p = p_0$.

Как мы только что выяснили, при приближении к границе разрешенной зоны плазмон трансформируется в *обычную плоскую волну*, падающую на поверхность метаматериала. Таким образом, мы продемонстрировали, что для одноосной поглощающей немагнитной среды существует действительный угол Брюстера [117, 118]. Поскольку составляющая волнового вектора плазмона вдоль его направления распространения - k_{pl} - одинакова в обеих средах, то и по метаматериалу плазмон распространяется без затухания. Это происходит вследствие подкачки энергии в композит из верхнего полупространства, поток энергии в котором бесконечно велик.

В случае, когда обе среды изотропны, такой ситуации не наблюдается. Действительно, если среда I занята вакуумом, то из (28) получается выражение $\alpha_1^2 = -\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \frac{1}{1 + \varepsilon_2(\omega)}$. Для того, чтобы $\text{Re}(\alpha_1)$ обратилось в нуль, α_1^2 должно быть действительным отрицательным числом, поэтому $\varepsilon_2(\omega)$ должно быть действительным числом. Если же $\varepsilon_2(\omega)$ содержит мнимую часть, а только такой случай нас и интересует, то $\text{Re}(\alpha_1)$ в нуль никогда не обратится, угол Брюстера будет комплексным, а волна будет затухающей – обычной волной Ценнека.

Выше мы решили задачу о распространении поверхностного плазмона на границе двух полубесконечных сред. Оказывается, что распространение плазмона возможно и по пластинке, размер которой ограничен по оси z (рис. 2.6). Закон дисперсии для плазмонов в такой системе может быть получен таким же образом, как и ранее, за одним исключением: электромагнитное поле внутри пластинки следует искать теперь в виде суммы двух плоских волн, поскольку нет оснований требовать экспоненциального затухания поля при удалении от одной из границ пластинки внутри нее. Из этого вытекает, что поле ПП следует искать в виде:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} \mathbf{H}_1 e^{i(k_{pl}x - \omega t)} e^{-\alpha_1 z}, & z > d/2 \\ \mathbf{H}_+ e^{i(k_{pl}x - \omega t)} e^{-\alpha_2 z} + \mathbf{H}_- e^{i(k_{pl}x - \omega t)} e^{\alpha_2 z}, & -d/2 < z < d/2 \\ \mathbf{H}_3 e^{i(k_{pl}x - \omega t)} e^{\alpha_3 z}, & z < -d/2 \end{cases} \quad (56)$$

Далее процедура поиска дисперсионной зависимости стандартная: из уравнения Френеля для каждой из сред получаем соотношения для компонент волновых векторов (таких уравнений будет 3), и еще четыре уравнения получаем из условий непрерывности соответствующих компонент электрического и магнитного поля на границах раздела сред. Для упрощения выкладок сразу же отметим, что наиболее интересен случай, когда среды I и III заняты одной и той же средой, поэтому положим $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon$.

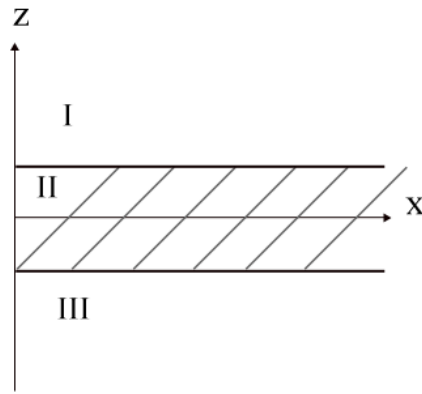


Рис. 2.6. Геометрия задачи о распространении поверхностного плазмона в плоскопараллельной пластике.

Уравнения на компоненты волновых векторов дают нам:

$$\begin{cases} k_{pl}^2 - \alpha_1^2 = \varepsilon \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \\ k_{pl}^2 - \alpha_3^2 = \varepsilon \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \\ k_{pl}^2 \varepsilon_{\perp} - \alpha_2^2 \varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_{\perp} \varepsilon_{\parallel} \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \end{cases} . \quad (57)$$

Отсюда видно, что $\alpha_1 = \pm \alpha_3$, однако, для того, чтобы волна имела поверхностный характер, должно быть выполнено условие $\text{Re}(\alpha_1) > 0$, $\text{Re}(\alpha_3) > 0$, а поэтому мы будем искать только решения с $\alpha_1 = \alpha_3 = \alpha$. Условия непрерывности электромагнитного поля при $z = \pm d/2$ дают:

$$\begin{cases} h_+ e^{-\rho_2} + h_- e^{\rho_2} = h_1 e^{-\rho} \\ h_+ e^{\rho_2} + h_- e^{-\rho_2} = h_3 e^{-\rho} \\ \frac{\alpha_2}{\varepsilon_{\perp}} (-h_+ e^{-\rho_2} + h_- e^{\rho_2}) = -\frac{\alpha}{\varepsilon} h_1 e^{-\rho} , \\ \frac{\alpha_2}{\varepsilon_{\perp}} (-h_+ e^{\rho_2} + h_- e^{-\rho_2}) = \frac{\alpha}{\varepsilon} h_3 e^{-\rho} \end{cases} \quad (58)$$

где введены обозначения $\rho = \alpha d/2$, $\rho_2 = \alpha_2 d/2$. Симметрия системы относительно плоскости $z=0$ позволяет сделать заключение, что поляризация магнитного поля вне пластины $\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_3$, либо $\mathbf{H}_1 = -\mathbf{H}_3$. В соответствии с этим будем различать симметричную и антисимметричную моду плазмона. Уравнения (58) тогда примут следующий вид для каждой из мод:

$$\text{Sym:} \left\{ \begin{array}{l} h_1 = h_3 = h \\ h_+ = h_- = h_2 \\ \frac{\alpha_2}{\varepsilon_\perp} \tanh \frac{\alpha_2 d}{2} = -\frac{\alpha}{\varepsilon} \end{array} \right. \quad (59)$$

$$\text{Antisym:} \left\{ \begin{array}{l} h_1 = -h_3 = h \\ h_+ = -h_- = h_2 \\ \frac{\alpha_2}{\varepsilon_\perp} \coth \frac{\alpha_2 d}{2} = -\frac{\alpha}{\varepsilon} \end{array} \right. \quad (60)$$

Как видно, в пределе $d \rightarrow \infty$ выражения (59) и (60) переходят в правильные выражения для плазмона, распространяющегося по поверхности раздела двух полубесконечных сред, т.е. две поверхности пластинки перестают влиять друг на друга.

Эти уравнения, вместе с (57) позволяют отыскать закон дисперсии плазмона в пластинке. Однако, система содержит трансцендентное уравнение и, вообще говоря, не может быть решена аналитически, поэтому для каждой заданной толщины пластинки d необходимо использовать численную процедуру поиска зависимости $k_{pl} = k_{pl}(\omega)$. На рис. 2.7 приведены дисперсионные кривые и частотные зависимости длины пробега для симметричной и антисимметричной моды при концентрации нанопроволочек $p_0 = 0.3$ и для толщины пластинки $d = 10$ нм.

Видим, что и при распространении плазмона по пластинке длина пробега может становиться бесконечно большой. Однако теперь это явление нельзя связать с существованием действительного угла Брюстера. Дело в том, что при прохождении волны из композита в вакуум в вакууме обязательно должна появиться волна, поток энергии в которой распространяется от поверхности, а поскольку в вакууме направление волнового вектора и потока энергии совпадает, то z -компонента появившейся волны должна быть направлена в сторону от пластинки. В рассмотренном же случае в областях пространства $z > d/2$ и $z < -d/2$ z -компоненты волновых векторов направлены к пластинке, а волн, распространяющихся от нее, нет. Значит, отраженные и преломленные после прохождения пластинки волны интерферируют по обе стороны от нее так, что остаются только падающие плоские волны.

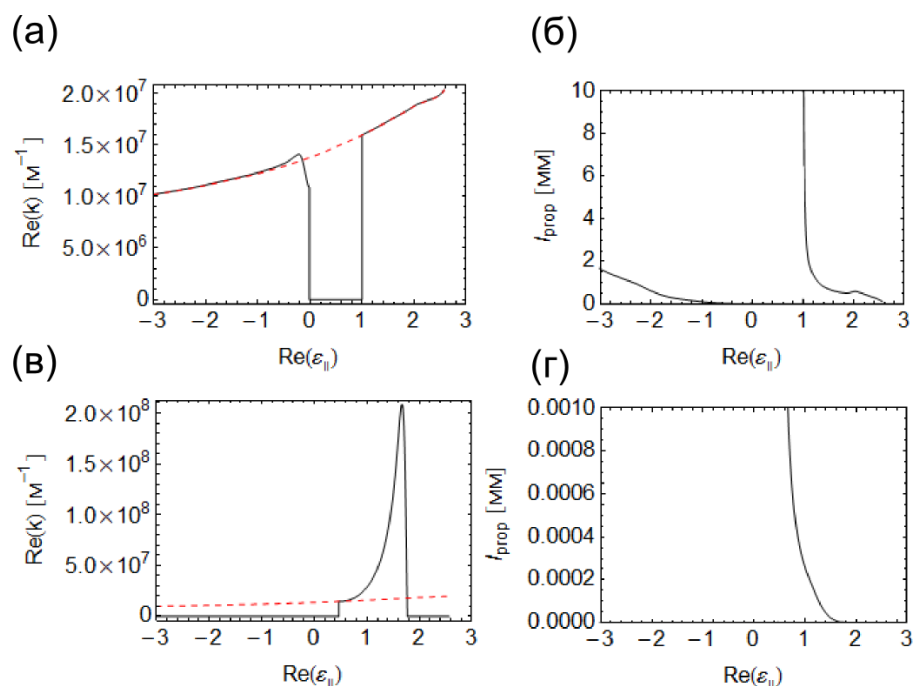


Рис. 2.7. (а,б) Дисперсионная кривая, длина пробега плазмона для симметричной моды, толщина пластинки $d = 10$ нм. (в,г) Дисперсионная кривая и длина пробега плазмона для антисимметричной моды, толщина пластинки $d = 10$ нм.

В целом оказывается справедлива тенденция, состоящая в том, что длина пробега симметричной моды оказывается выше, чем у антисимметричной при той же толщине пластинки. Причина этой тенденции вновь заключается в механизме переноса энергии плазмоном в толще пластинки. На рис. 2.8 приведены картины распределения электромагнитного поля внутри пластинки. В случае ассиметричной моды магнитные поля двух волн (56) внутри пластинки направлены в противоположные стороны, поэтому в середине пластинки поле становится нулевым (рис. 2.8б) и суммарный поток энергии становится значительно меньше, нежели при распространении симметричной моды.

Для симметричной моды длина пробега превышает глубину локализации поля в окружающем вакууме $1/\text{Re}(\alpha)$ в несколько сотен раз, что является гораздо лучшим результатом по сравнению с тем, что было получено для двух полубезграничных сред, где это отношение составляет несколько десятков.

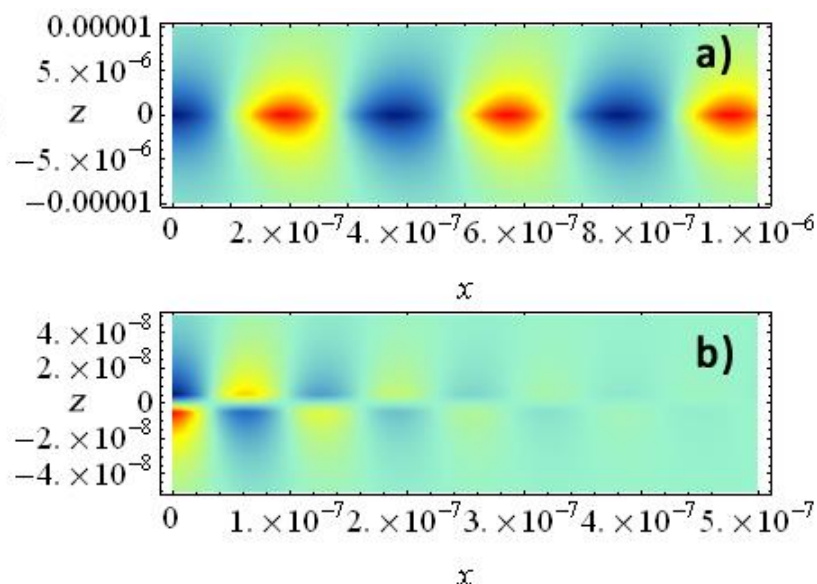


Рис. 2.8. Распределение магнитного поля внутри пластинки и в окружающем пространстве для симметричной (а) и антисимметричной (б) моды.

2.3 Наблюдение полного однопроходного поглощения в гексагональном нитриде бора

В поглощающих устройствах, основанных на слоистых системах, интерференция отраженного света играет ключевую роль для достижения полного поглощения [42, 43]. В недавно разработанных когерентных поглотителях [38, 39, 44], поглощение электромагнитного излучения происходит при когерентном облучении системы с двух сторон. Однако, изменение разности фаз падающих волн нарушает полное поглощение и приводит к конечной величине отражения. Таким образом, во всех подобных поглотителях именно интерференция рассеянного света позволяет добиться полного поглощения (Рис. 2.9а).

Как мы показали в предыдущем разделе, при падении плоской р-поляризованной волны на полубесконечную анизотропную поглощающую среду может наступить режим, в котором падающая волна без отражения проходит в одноосную среду и, таким образом, полностью в ней поглощается. В данном разделе мы экспериментально демонстрируем, что падающее электромагнитное излучение может быть полностью поглощено в *однопроходной* системе, *не основанной на эффекте деструктивной интерференции* (Рис. 2.9б). Предлагаемая система представляет собой полупространство одноосной среды с конечной величиной тепловых потерь на частоте падающего излучения. При определенном угле падения и длине волны амплитуда отраженной от полупространства волны обращается в ноль, приводя к полному поглощению падающей энергии внутри анизотропной среды. Мы экспериментально подтверждаем

теоретические предсказания используя толстый слой сильно анизотропного ван дер Ваальсовского кристалла, гексагонального нитрида бора (hBN) [119].

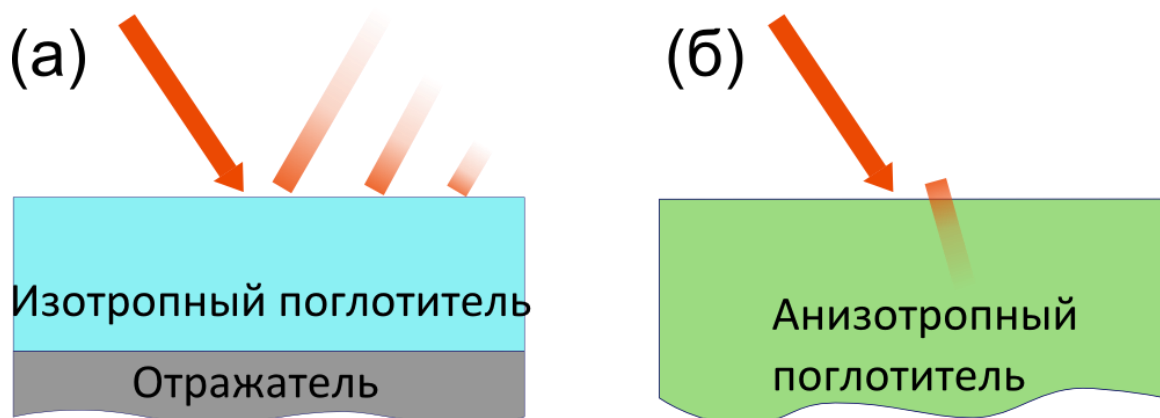


Рис. 2.9. Схематичное пояснение принципа работы поглотителя, основанного на деструктивной интерференции (а) и однопроходного поглотителя (б).

Рассмотрим падение р- (s-) поляризованной волны из вакуума на поверхность изотропной немагнитной среды. Коэффициент отражения равен [82]

$$r_p = \frac{\cos \theta_i - \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i}}, \quad (67)$$

$$r_s = \frac{\cos \theta_i - \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i}}$$

где ε - комплексная проницаемость среды и θ_i - угол падения. В случае отсутствия потерь в среде, существует угол, известный как угол Брюстера, при котором падающая волна без отражения проходит в диэлектрическую среду. Наличие потерь нарушает полное прохождение из-за неравенства импедансов воздуха и поглощающей среды, чей нормализованный импеданс $Z = \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i}$ приобретает мнимую часть из-за поглощения в среде. Поэтому, чтобы полностью поглотить свет в изотропной среде, может использоваться отражатель на задней границе поглощающего слоя. Это позволяет устранить переотраженный свет, несмотря на ненулевое значение однопроходного коэффициента отражения $r_{s,p}$. Также можно разместить антиотражающее покрытие поверх поглощающего слоя, что приведет к подобному эффекту [120].

Ситуация коренным образом меняется в случае, если поглощающая среда является анизотропной. Как было показано в наших прошлых работах [117], одноосный поглощающий кристалл с оптической осью, ориентированной нормально к поверхности, при определенных

условиях может полностью поглотить падающую p -поляризованную электромагнитную волну. Коэффициенты отражения в этом случае имеют вид [121]:

$$\hat{r}_p = \frac{\cos \theta - \sqrt{(\varepsilon_{\parallel} - \sin^2 \theta) / (\varepsilon_{\parallel} \varepsilon_{\perp})}}{\cos \theta + \sqrt{(\varepsilon_{\parallel} - \sin^2 \theta) / (\varepsilon_{\parallel} \varepsilon_{\perp})}},$$

$$\hat{r}_s = \frac{\cos \theta - \sqrt{\varepsilon_{\perp} - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon_{\perp} - \sin^2 \theta}},$$
(68)

где ε_{\perp} и ε_{\parallel} - диэлектрическая проницаемость среды в направлении перпендикулярном и параллельном оптической оси кристалла. Из уравнения (68) следует условие нулевого отражения для p -поляризованной волны:

$$(\varepsilon_{\parallel} \varepsilon_{\perp} - 1) \cos^2 \theta_0 = \varepsilon_{\parallel} - 1$$
(69)

где θ_0 - угол полного поглощения. В отличие от случая изотропного материала, это условие может быть выполнено даже при наличии поглощения в веществе. Подобное поведение также может наблюдаться в более сложных материалах, например, в двуосных средах. Отметим, что для s -поляризации падающая волна чувствует только ε_{\perp} компоненту тензора проницаемости, поэтому отражение такой волны происходит как от изотропной среды. Соответственно, отражение исчезает только в тривиальном случае $\varepsilon = 1$. Данный вывод находится в согласии с тем фактом, что угол Брюстера для s -поляризации существует только в магнитных средах [82].

Ранее, полное поглощение в таких одноосных средах было предсказано теоретически для метаматериала, образованного параллельными металлическими нанопроводочками, погруженными в диэлектрическую матрицу [117]. Однако, природа подобных наноструктурированных материалов накладывает ограничения на существование определенных явлений, предсказанных в рамках теории эффективной среды [122]. В частности, эффективное описание не применимо, когда характерный размер включения метаматериала сравним с длиной волны излучения внутри этого материала. Более того, как было показано в [123], среда, состоящая из проводящих провололок, обладает сильной пространственной дисперсией даже в длинноволновом пределе. Следуя за недавним наблюдением гиперболической дисперсии в естественном ван дер Ваальсовском материале [119, 124], мы демонстрируем полное однопроходное поглощение в hBN, которое происходит благодаря сильной анизотропии диэлектрической проницаемости в инфракрасном диапазоне.

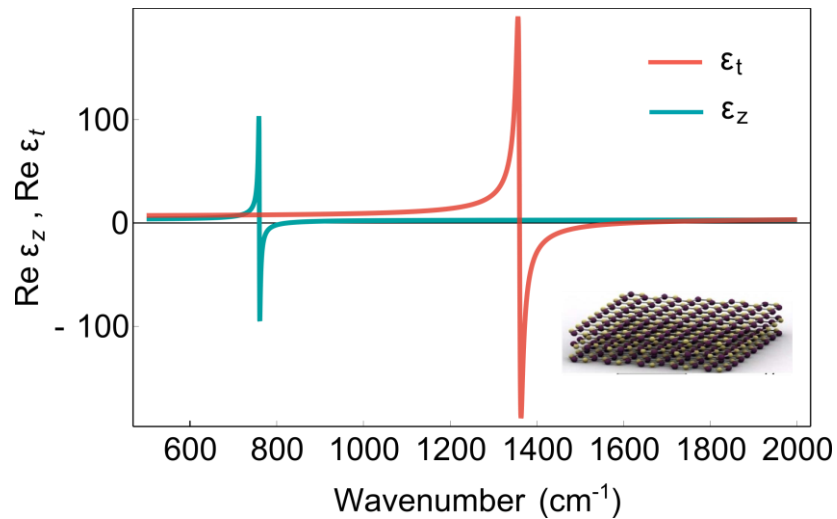


Рис. 2.10. Частотная дисперсия действительной части элементов тензора диэлектрической проницаемости hBN. Вставка: схематическое изображение кристалла.

Будучи двумерным ван дер Ваальсовским кристаллом [125], hBN – анизотропный кристалл, состоящий из ковалентно связанных слоев атомов бора и азота, удерживаемых силами ван дер Ваальса. Благодаря кристаллической анизотропии, hBN является одноосным материалом с различными величинами параллельной и перпендикулярной составляющими диэлектрического тензора. Далее, являясь полярным кристаллом, hBN поддерживает поверхностные фонов-поляритонные моды в спектральном диапазоне между частотами продольного ω_{LO} и поперечного ω_{TO} оптического фонона. Внутри данного частотного диапазона, осцилляции кристаллической решетки обуславливают отрицательную вещественную часть диэлектрической проницаемости в направлении соответствующей фоновной моды. Для hBN, однако, диэлектрическая проницаемость остается положительной в перпендикулярном направлении, поскольку кристалл не поддерживает фоновных колебаний на той же частоте в другом направлении. Это приводит к гиперболической дисперсии, которая отчетлива видна на Рис. 2.10. Вне зон фоновных резонансов, обе компоненты диэлектрического тензора положительны, хотя и анизотропны. Гиперболическая дисперсия hBN была использована для демонстрации супер-разрешения при использовании естественного материала в инфракрасном диапазоне [126, 127], а также как возможный способ увеличения времени жизни плазмонов в графене [128, 129].

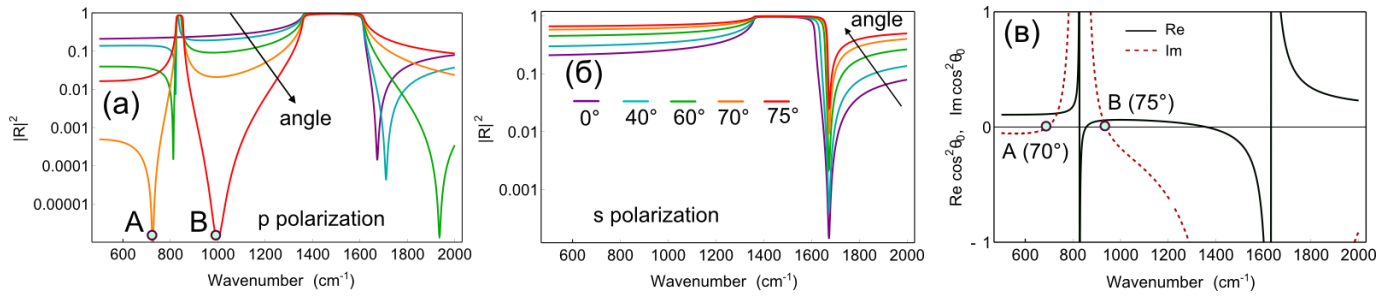


Рис. 2.11. Спектр отражения полубесконечным слоем hBN. (а, б) Расчитанные спектры для р- и s-поляризации для различных углов падения. (в) Вещественная и мнимая части квадрата косинуса угла полного поглощения. В двух точках, отмеченных А и В на графике, $\cos^2 \theta_0$ становится вещественным и положительным, соответствуя вещественному углу падения.

На рис. 2.11(а) показаны теоретически предсказанные спектры отражения р-поляризованного света, падающего на поверхность полубесконечного слоя hBN. Вычисления проводились с использованием значений диэлектрического тензора, полученного в [119] для тонких пленок hBN. В соответствии с обсуждением, приведенным выше, наблюдается две области с сильным отражением, которые связаны с фонов-поляритонными резонансами hBN. Отметим, что низкочастотная отражающая область отсутствует при нормальном падении. Это связано с тем, что при нормальном падении свет чувствует лишь компоненту ϵ_{\perp} , которая не проявляет резонанса на 820 cm^{-1} .

Сильное поглощение при р-поляризованном освещении происходит на разных частотах в зависимости от угла падения, Рис. 2.11(а). Один из пиков поглощения находится на 1650 cm^{-1} и уходит в коротковолновую область с увеличением угла падения. Еще один пик находится на 800 cm^{-1} и смещается к длинным волнам при увеличении угла падения. Оба пика исчезают при угле падения, большем 70° , однако, при этом появляется третий пик, расположенный между двумя прежними.

Спектр отражения для s-поляризации заметно отличается от предыдущего случая, Рис. 2.11(б). При этом наблюдается только высокочастотная область резонансного отражения и единственный пик поглощения на 1700 cm^{-1} . Этот пик соответствует условию полного прохождения s-поляризованного света $\epsilon_{\perp} = 1$ и его положение не зависит от угла падения.

Для того, чтобы исследовать возможность полного поглощения слоем hBN (т.е. условия, при котором $\hat{r}_p = 0$), обратимся к Рис. 2.11(в), на котором построены вещественная и мнимая части $\cos^2 \theta_0$, полученного из уравнения (69). Мы видим две точки расположенные на частотах

$\omega_A = 700 \text{ cm}^{-1}$ и $\omega_B = 960 \text{ cm}^{-1}$, в которых мнимая часть $\cos^2 \theta_0$ исчезает, в то время, как вещественная удовлетворяет неравенству $0 \leq \cos^2 \theta_0 \leq 1$, соответствуя вещественному углу падения. Следовательно, при этих двух условиях р-поляризованная волна падающая на полубесконечный слой hBN без отражения проходит внутрь кристалла и полностью поглощается внутри.

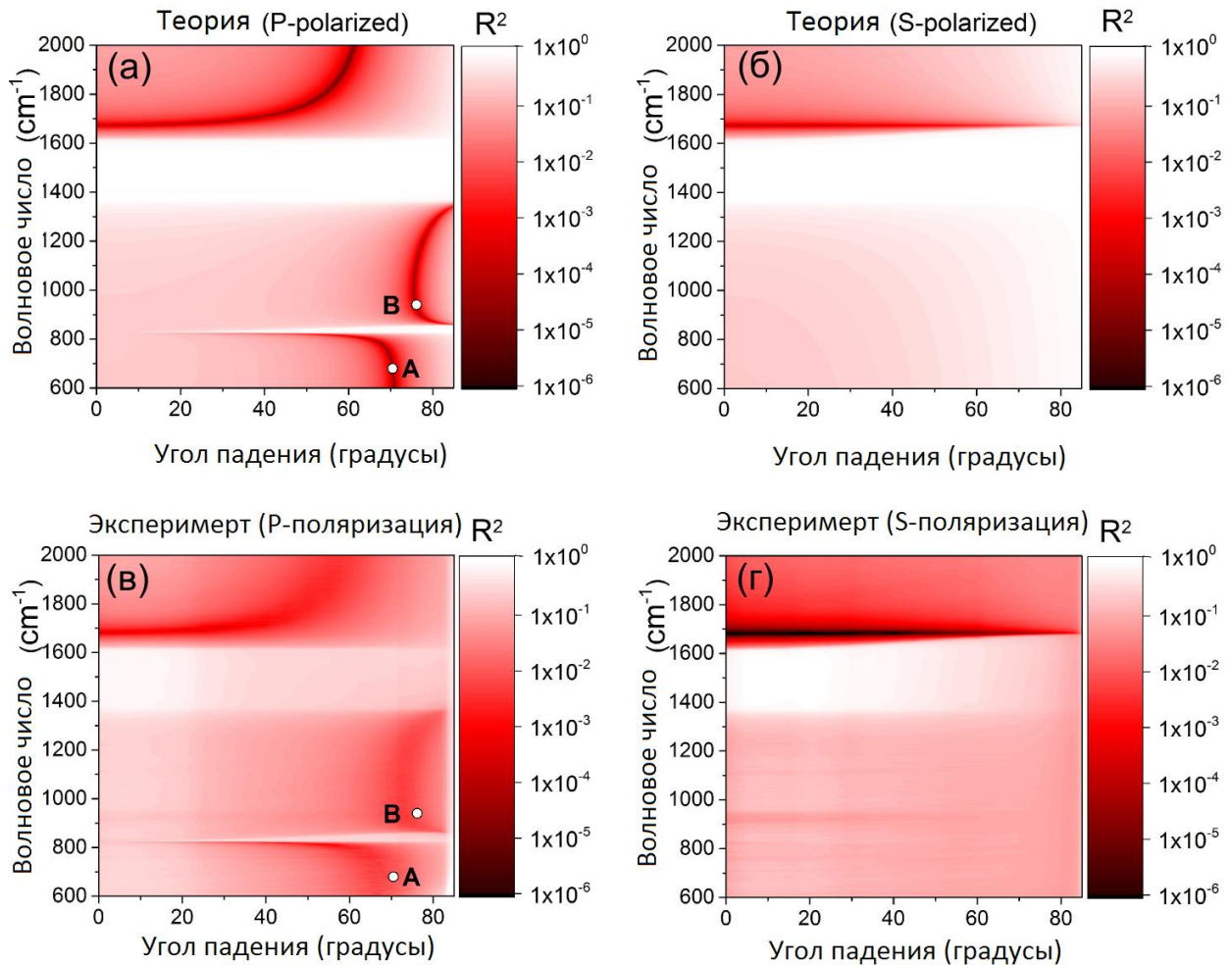


Рис. 2.12. (а,б) Рассчитанный спектр отражения от полубесконечного слоя hBN для двух поляризаций. (в,г) Аналогичные измеренные спектры. Точки А и В обозначают положение двух точек в плоскости параметров, для которых выполнено условие полного поглощения (69).

Для экспериментальной проверки предсказанного теоретически полного поглощения света, были выращены кристаллы hBN при помощи методов, описанных в [130] и [131]. Полученные кристаллы были оптически чистыми с размером зерна $250-500 \mu\text{m}$ и толщиной приблизительно $200 \mu\text{m}$. Большая ровная поверхность кристалла позволила измерить спектры отражения для углов между нормальным падением и 85° для s- и p-поляризованного света.

Данные были собраны со спектральным разрешением 2 см^{-1} и варьируемым угловым разрешением, чтобы обеспечить максимальную точность в интересующем нас районе.

На Рис. 2.12 представлены двумерные спектры отражения от выращенного образца hBN для двух поляризаций падающего излучения. Данные для s-поляризации при углах падения выше 85° не были построены из-за возможных артефактов. В целом, теоретические предсказания и экспериментальные результаты находятся в хорошем согласии. Выделяются три различных области усиленного поглощения для p-поляризации и одна для s, и их положение согласуется с предсказанным теорией. Как упоминалось выше, только две точки, отмеченные как А и В на графиках, соответствуют условия полного поглощения, в то время, как провал в спектре отражения для s-поляризации связан с условием полного прохождения.

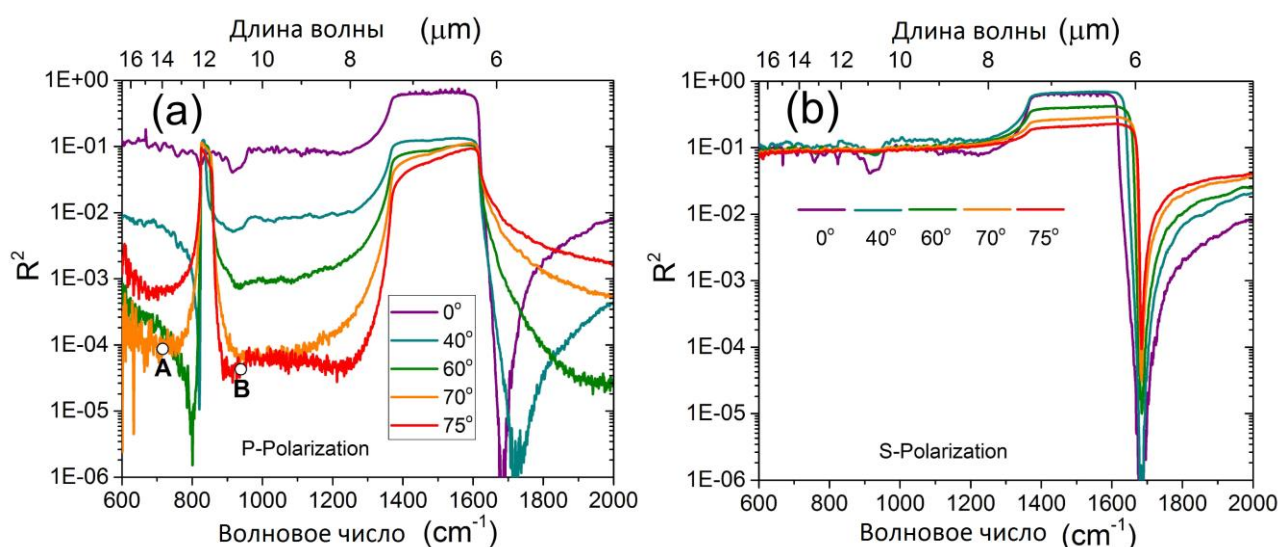


Рис. 2.13. Измеренные спектры отражения от слоя гексагонального нитрида бора для нескольких значений угла падения для двух поляризаций. Точки А и В отмечают частоты полного безинтерференционного поглощения.

Чтобы исследовать вопрос о полном безинтерференционном поглощении, обратимся к Рис. 2.13, на которых представлены измеренные частотные спектры отражения от слоя hBN при разных фиксированных углах падения. На частотах полного поглощения ω_A и ω_B и соответствующих углах падения, предсказанных выражением (69), величина отраженной интенсивности составляет 10^{-4} и $3 \cdot 10^{-5}$, соответственно, Рис. 2.13(a), что может расцениваться как полное поглощение для большинства практических приложений. На частотах 800 см^{-1} и 1700 см^{-1} , где полное поглощение не происходит, согласно уравнению (69), интенсивность отраженного света достигает даже меньшего уровня порядка 10^{-6} . Данный факт может

объясняться как дефектами в кристаллической решетке hBN, так и конечной толщиной слоя, которая приводит к наличию слабого интерференционного эффекта.

Отметим, что заметный провал в спектре отражения наблюдается и для s поляризации, Рис. 2.13(б). Интенсивность отражённой волны достигает уровня 10^{-6} на частоте 1700cm^{-1} при нормальном падении. Спектральное положение провала практически не зависит от угла падения волны. Сама же величина интенсивности отраженного света монотонно увеличивается от 10^{-6} до 10^{-4} при угле падения 85° . Данный провал в спектре отражения связан с условием полного прохождения ε_{\perp} , как это обсуждалось выше. Столь высокая толерантность к углу падения делает достаточно толстый слой hBN всенаправленным поглотителем на 1700cm^{-1} . Данное свойство легко понять из уравнения (68). Действительно, для перпендикулярной компоненты тензора проницаемости $\varepsilon_{\perp} = 1 + i\varepsilon''_{\perp}$, $\varepsilon''_{\perp} \ll 1$ амплитуда отраженной s-поляризованной волны может быть разложена в ряд Тейлора:

$$\hat{r}_s \approx -\frac{i\varepsilon''_{\perp}}{4\cos^s \theta_i} \quad (70)$$

Как видно из этого выражения, при любом угле падения, отлично от 90° , падающая волна практически полностью проходит в поглощающий одноосный кристалл, в то время как лишь малая доля интенсивности, пропорциональная $|\varepsilon''_{\perp}|^2$, испытывает отражение.

В заключение, мы продемонстрировали, что энергия падающей электромагнитной волны может быть полностью поглощена в однопроходной системе, принцип действия которой не основан на деструктивной интерференции отраженного света [132]. Механизм полного поглощения связан с равенством поверхностных импедансов воздуха и одноосной поглощающей среды. Концепция однопроходного поглотителя была экспериментально верифицирована в инфракрасном диапазоне с использованием толстого слоя ван дер Ваальсовского кристалла гексагонального нитрида бора. Мы измерили спектры отражения для двух поляризаций и обнаружили пики поглощения, положение которых согласуется с теоретическими предсказаниями.

Концепция поглощения, представленная в данной работе, предоставляет уникальный способ достижения полного электромагнитного поглощения без использования интерференционных эффектов. Такой подход может быть особо ценным там, где требуется использование простых с точки зрения технологии устройств. Хотя данный подход не предоставляет преимуществ с точки зрения миниатюризации устройств из-за того, что толщина поглощающего слоя должна превосходить толщину скин-слоя излучения, использование

двуосных поглощающих сред может найти удачные применения. В дополнение, данные экспериментальные наблюдения представляют интерес в фундаментальной точки зрения, поскольку они показывают возможность полного поглощения без деструктивной интерференции. Данный эффект представляет собой новый способ контроля за электромагнитным поглощением и может найти применения в дизайне детекторов и фотовольтаических систем. Более того, знание необычных оптических свойств hBN стимулирует исследование и разработку новых электронных устройств на основе различных Ван дер Ваальсовских кристаллов.

Глава 3

Нанолазеры

3.1 Введение

Данная глава посвящена электродинамическому описанию нанолазеров. Решена задача о нахождении условия генерации плазмонного нанолазера и описании поведения нанолазера выше порога генерации при помощи классического электродинамического подхода без использования квантовомеханических динамических уравнений. Кроме того, предложен дизайн диэлектрического нанолазера – субволнового лазера, не содержащего плазмонных металлов и обладающего более низким порогом генерации.

С точки зрения различных приложений является многообещающей минитюаризация источников когерентного электромагнитного излучения – лазеров. Среди возможных перспективных применений *нанолазеров* можно указать на приложения в области передачи и обработки данных в новых поколениях вычислительных устройств [10], и приложения в области биомикроскопии [11, 45]. Как и любой другой лазер, принципиально нанолазер состоит из двух составляющих: электромагнитного резонатора и усиливающей среды [46, 47].

Для отыскания величины *порогового усиления* можно воспользоваться линейным подходом, который заключается в описании усиливающей среды при помощи диэлектрической проницаемости с отрицательными потерями. Однако, в рамках такой теории нельзя ничего сказать о поведении спазера выше порога, а так же о динамическом поведении электромагнитного поля нанолазера. В следующем разделе этой главы мы развиваем теорию, описывающую спазер при помощи нелинейной диэлектрической проницаемости, которая учитывает эффект насыщения активной среды и корректно описывает поведение спазера выше порога генерации.

3.2 Электродинамическое описание спазера

Ключевой шаг на пути к электродинамическому описанию спазера – описание активной среды при помощи диэлектрической проницаемости. Подходящее для наших целей выражение для проницаемости может быть получено из уравнений Максвелла-Блоха, которые часто используются при описании лазеров [133, 134] и спазеров [70]. В этом подходе эволюция электрического поля описывается классическими уравнениями Максвелла:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\varepsilon_0}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (71)$$

где ε_0 - проницаемость вещества, в которой находятся активные молекулы и c – скорость света. Активные атомы смоделированы как двухуровневые системы с дипольным моментом перехода μ и частотой перехода ω_0 , расположенные в диэлектрической матрице. Динамика поляризации и инверсии населенностей двухуровневой подсистемы описывается уравнениями, следующими из уравнения на матрицу плотности [134]:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} + \frac{2}{\tau_p} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \omega_0^2 \mathbf{P} = -\frac{2\omega_0 |\mu|^2}{\hbar} n \mathbf{E} \quad (72)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{\tau_n} (n - n_0) = \frac{1}{\hbar \omega_0} \text{Re} \left(\mathbf{E}^* \cdot \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \right) \quad (73)$$

где τ_p и τ_n - времена релаксации поляризации и инверсии, n обозначает объемную инверсию населенностей. Подразумевая гармоническую зависимость от времени электрического поля и поляризуемости и исключая инверсию населенностей из данной системы, мы приходим к следующему выражению для нелинейной проницаемости матрицы с активными молекулами:

$$\varepsilon_{gain}(\omega) = \varepsilon_0 + D_0 \frac{\omega_0}{\omega} \frac{-i + \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\omega\Gamma}}{1 + \beta |E(\omega)|^2 + \left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\omega\Gamma} \right)^2} \quad (74)$$

где $D_0 = 4\pi\mu^2\tau_p n_0 / \hbar$ - безразмерный параметр для стационарного значения накачки n_0 , $\beta = \mu^2\tau_n\tau_p / \hbar^2$ и $\Gamma = 1/\tau_p$. Характерные времена затухания для органических красителей равны $\tau_n \sim 100\text{ps}$ и $\tau_p \sim 10\text{fs}$, соответственно [135]. Положительные значения D_0 соответствуют усилению, в то время как отрицательные – поглощению.

В данной работе мы уделяем внимание взаимодействию усиливающей и пассивной сред, поэтому в качестве параметров, описывающих усиливающую среду, мы приняли некоторые реалистичные значения. Именно, мы используем $\varepsilon_0 = 4$, $\Gamma = 0.05\text{eV}$, $\omega_0 = 2\text{eV}$ и $D_0 \leq 0.25$. Напряженность электрического поля далее измеряется в единицах $\beta^{-1/2}$. Для типичного органического красителя эта величина составляет $\beta^{-1/2} = \hbar\sqrt{1/\tau_n\tau_p} / \mu \sim 10\text{MV/m}$.

Согласованное рассмотрение спазера произвольного дизайна требует нахождения решения нелинейного уравнения Лапласа, которое, вообще говоря, приводит к громоздким вычислениям. В качестве модели спазера мы рассматриваем активное сферическое ядро радиуса r_{core} , покрытое плазмонной оболочкой радиуса r_{shell} (Рис. 3.1). Данная геометрия **позволяет нам решить нелинейную задачу аналитически**. Действительно, однородное поле внутри ядра

является решением нелинейного уравнения Лапласа. Радиусы, используемые в дальнейших вычислениях - $r_{shell} = 20\text{nm}$ и $r_{core} = 0.85r_{shell}$. Для проницаемости серебра мы используем формулу Друде $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\infty} - \omega_{pl}^2 / (\omega(\omega + i\gamma))$. Чтобы соответствовать экспериментальным данным [115], мы используем следующие параметры: $\varepsilon_{\infty} = 4.9$, $\omega_{pl} = 9.5\text{eV}$, и $\gamma = 0.05\text{eV}$. Плазмонный резонанс такой наночастицы расщепляется на два (симметричный и антисимметричный, см. [136]), один из которых имеет частоту $\omega_1 = 2.0\text{eV}$. Вспоминая, что частота активной среды также фиксирована на 2eV , мы можем ожидать усиления поверхностных плазмонов на данной частоте.

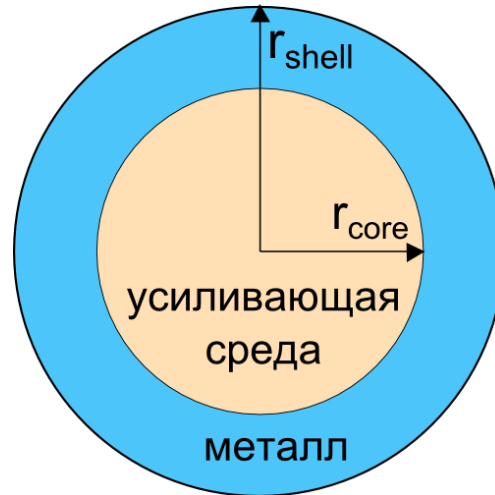


Рис. 3.1. Геометрия спазера: сферическое ядро из усиливающей среды, покрытое металлической оболочкой.

Спазирование – автоколебания дипольного момента наночастицы, поддерживаемые накачкой. В нашей модели спазирование может быть определено как *ненулевой дипольный момент* композитной наночастицы при *нулевом внешнем поле*. Чтобы найти такие автоосцилляции, мы выбираем потенциал внутри ядра, соответствующий однородному полю: $\mathbf{E}_{core}(\mathbf{r}) = -\nabla\varphi_{core} = \mathbf{E}_{in}$. Потенциал внутри оболочки выбран в виде $\varphi_{shell} = -b\mathbf{E}_{in} \cdot \mathbf{r} + c\mathbf{E}_{in} \cdot \mathbf{r} / r^3$, где r - расстояние от центра ядра до выбранной точки. Таким образом, электрическое поле внутри металлической оболочки оказывается равно

$$\mathbf{E}_{shell}(\mathbf{r}) = b\mathbf{E}_{in} - c\mathbf{E}_{in} / r^3 + 3c(\mathbf{E}_{in} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} / r^3 \quad (75)$$

причем $\mathbf{E}_{shell}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n} = b\mathbf{E}_{in} \cdot \mathbf{n} + 2c\mathbf{E}_{in} \cdot \mathbf{n} / r^3$ и $\mathbf{E}_{shell}(\mathbf{r}) \times \mathbf{n} = b\mathbf{E}_{in} \times \mathbf{n} - c\mathbf{E}_{in} \times \mathbf{n} / r^3$, где $\mathbf{n} = \mathbf{r} / r$ - единичный вектор. Потенциал снаружи от наночастицы должен спадать как куб расстояния, что приводит нас к следующему выражению: $\varphi_{out} = a\mathbf{E}_{in} \cdot \mathbf{r} / r^3$. Из этой формулы мы получаем электрическое поле снаружи:

$$\mathbf{E}_{out}(\mathbf{r}) = -a\mathbf{E}_{in} / r^3 + 3a(\mathbf{E}_{in} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} / r^3 \quad (76)$$

при этом $\mathbf{E}_{out}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n} = 2a\mathbf{E}_{in} \cdot \mathbf{n} / r^3$ и $\mathbf{E}_{out}(\mathbf{r}) \times \mathbf{n} = -a\mathbf{E}_{in} \times \mathbf{n} / r^3$. Заметим, что данное выражение для потенциала снаружи соответствует электрическому дипольному моменту $\mathbf{d} = a\mathbf{E}_{in}$. Теперь три неизвестных величины a , b и c могут быть определены из граничных условий [137]:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{core} \cdot \mathbf{n}|_{r_{core}} &= \mathbf{D}_{shell} \cdot \mathbf{n}|_{r_{core}} \\ \mathbf{E}_{core} \times \mathbf{n}|_{r_{core}} &= \mathbf{E}_{shell} \times \mathbf{n}|_{r_{core}} \\ \mathbf{D}_{shell} \cdot \mathbf{n}|_{r_{shell}} &= \mathbf{D}_{out} \cdot \mathbf{n}|_{r_{shell}} \\ \mathbf{E}_{shell} \times \mathbf{n}|_{r_{shell}} &= \mathbf{E}_{out} \times \mathbf{n}|_{r_{shell}} \end{aligned} \quad (77)$$

Где $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$. Спазирование соответствует ненулевому полю E_{in} . Подставляя (75) и (76) в граничные условия (77) и предполагая ненулевое значение E_{in} , приходим к системе уравнений:

$$\begin{cases} \varepsilon_{gain}(\omega, E_{in}, D_0) E_{in} = \varepsilon_{shell} \cdot (b + 2c / r_{core}^3) E_{in} \\ E_{in} = (b - c / r_{core}^3) E_{in} \\ \varepsilon_{shell} \cdot (b + 2c / r_{shell}^3) E_{in} = 2a / r_{shell}^3 \cdot E_{in} \\ (b - c / r_{shell}^3) E_{in} = -a / r_{shell}^3 \cdot E_{in} \end{cases} \quad (78)$$

Исключая неизвестные a , b и c из этой системы и подставляя их в первое уравнение, мы приходим к:

$$\varepsilon_{gain}(\omega, E_{in}, D_0) = \varepsilon_{shell} \frac{2(\varepsilon_{shell}(\omega) - 1)r_{core}^3 - 2(2 + \varepsilon_{shell}(\omega))r_{shell}^3}{2(\varepsilon_{shell}(\omega) - 1)r_{core}^3 + (2 + \varepsilon_{shell}(\omega))r_{shell}^3} \quad (79)$$

Поскольку ε_{gain} и ε_{shell} комплексны, уравнение (79) представляет собой два действительных уравнения на три величины: D_0 , E_{in} и ω . Таким образом, оно определяет функциональную зависимость $E_{in}(D_0)$.

Система уравнений (78) всегда имеет тривиальное решение $E_{in} = 0$. Наша непосредственная цель – найти значение накачки D_0 , при которых значение электрического поля внутри частицы ненулевое. Подставляя (3) в уравнение (8), мы приходим к

$$\varepsilon_0 + D_0 \frac{\omega_0}{\omega} \frac{-i + \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\omega\Gamma}}{1 + \beta|E_{in}|^2 + \left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\omega\Gamma}\right)^2} = F(\omega) \quad (80)$$

где мы ввели обозначение

$$F(\omega) = \varepsilon_{shell} \frac{2(\varepsilon_{shell}(\omega) - 1)r_{core}^3 - 2(2 + \varepsilon_{shell}(\omega))r_{shell}^3}{2(\varepsilon_{shell}(\omega) - 1)r_{core}^3 + (2 + \varepsilon_{shell}(\omega))r_{shell}^3} \quad (81)$$

Левая часть (80) зависит от частоты, величины поля и накачки, в то время как правая часть зависит только от частоты. Несложно видеть, что $\text{Im}[F(\omega)]$ отрицательна при любой частоте в случае наличия потерь в оболочке. При любых положительных D_0 мнимая часть ε_{gain} также отрицательна и равна нулю при $D_0 = 0$. Следовательно, существует интервал $0 < D_0 < D_{th}$, в котором выполняется $\text{Im}[F(\omega)] < \text{Im}\varepsilon_{gain}(\omega)$ и, следовательно, уравнение (9) не имеет решений. Минимальное значение накачки, при котором решение имеется, может рассматриваться как пороговое значение D_{th} . Частота, на которой уравнение (80) удовлетворено, является *частотой спазирования* ω_{sp} . Заметим, что при $D_0 = D_{th}$ поле внутри равно нулю: $E_{in}(D_0) = 0$.

Чтобы найти значение ω_{sp} , мы перепишем уравнение (80) следующим образом:

$$\frac{D_0}{1 + \beta |E_{in}|^2 + \left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\omega\Gamma}\right)^2} = \frac{F(\omega) - \varepsilon_0}{-i + \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\omega\Gamma}} \frac{\omega}{\omega_0} \quad (82)$$

Поскольку левая часть этого уравнения действительна, мы получаем одно уравнение, определяющее ω_{sp} :

$$\text{Im} \frac{F(\omega_{sp}) - \varepsilon_0}{-i + \frac{\omega_{sp}^2 - \omega_0^2}{2\omega_{sp}\Gamma}} = 0 \quad (83)$$

Когда (83) решено и найдена частота спазирования, (82) определяет зависимость поля от накачки. Действительно, фиксируя значение частоты на ω_{sp} , мы находим:

$$\frac{D_0}{1 + \beta |E_{in}(D_0)|^2 + \left(\frac{\omega_{sp}^2 - \omega_0^2}{2\omega_{sp}\Gamma}\right)^2} = \frac{\omega_{sp}}{\omega_0} \text{Re} \left[\frac{F(\omega_{sp}) - \varepsilon_0}{-i + \frac{\omega_{sp}^2 - \omega_0^2}{2\omega_{sp}\Gamma}} \right] \quad (84)$$

Ранее мы показали, что $E_{in} = 0$ и $D_0 = D_{th}$ удовлетворяют (80). Увеличение накачки D_0 , происходящее одновременно с определенным увеличением поля E_{in} , не меняет правой части (82). Следовательно,

$$\frac{D_0}{1 + \beta |E_{in}(D_0)|^2 + \left(\frac{\omega_{sp}^2 - \omega_0^2}{2\omega_{sp}\Gamma}\right)^2} = \frac{D_{th}}{1 + 0 + \left(\frac{\omega_{sp}^2 - \omega_0^2}{2\omega_{sp}\Gamma}\right)^2} \quad (85)$$

Следовательно, поле E_{in} , как и дипольный момент наночастицы d , пропорционален $\sqrt{D_0 - D_{th}}$:

$$E_{in} = \sqrt{\frac{D_0 - D_{th}}{\beta D_{th}}} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_{sp}^2 - \omega_0^2}{2\omega_{sp}\Gamma}\right)^2} \quad (86)$$

$$d = aE_{in} \quad (87)$$

где $a = \left[-(1 + 2\varepsilon_{shell})(\varepsilon_{shell} - \varepsilon_{gain})r^3 + (\varepsilon_{shell} - 1)(2\varepsilon_{shell} + \varepsilon_{gain})R^3 \right] (9\varepsilon_{shell})^{-1}$. Данное поведение напоминает бифуркацию Хопфа в типичных лазерах [46]. Действительно, при $D_0 = D_{th}$ тривиальное решение системы (78) $E_{in} = 0$ становится неустойчиво и появляется новое нетривиальное устойчивое решение с корневой зависимостью амплитуды моды (т.е., поля внутри наночастицы) от $D_0 - D_{th}$.

Как только частота спазирования найдена численно, из (82) мы получаем значение порога спазирования:

$$D_{th} = \frac{\omega_{sp}}{\omega_0} \left(1 + \left(\frac{\omega_{sp}^2 - \omega_0^2}{2\omega_{sp}\Gamma} \right)^2 \right) \operatorname{Re} \left[\frac{F(\omega_{sp}) - \varepsilon_0}{-i + \frac{\omega_{sp}^2 - \omega_0^2}{2\omega_{sp}\Gamma}} \right] \quad (88)$$

Таким образом, развитая классическая модель на данном этапе демонстрирует явления, предсказанные квантовой теорией: порог генерации и корневую зависимость амплитуды лазерной моды от накачки. Для параметров, приведенных выше, вычисления предсказывают значение частоты спазирования $\omega_{sp} \approx 1.987 \text{ eV}$ и порога генерации $D_{th} \approx 0.215$.

Как было отмечено во введении, спазеры могут использоваться для компенсации потерь. Именно, встраивая спазеры в метаматериал, можно добиться создания композитного материала без омических потерь. Такой материал может описываться эффективной диэлектрической проницаемостью. Это, в свою очередь, предполагает, что дипольный момент спазера, индуцированный внешним приложенным полем, линейно зависит от этого поля, что само по себе, вообще говоря, неверно в случае спазера.

В работах [75, 138, 139] возможность компенсации была исследована путем компьютерной симуляции. Авторы рассматривали сверхкороткие световые импульсы, так что

инверсия населенностей не успевала измениться, таким образом, отклик среды на возмущение был линейным.

Настоящая модель спазера позволяет решить задачу о нелинейном отклике активной среды на внешнее поле. Выше порога спазер является автоколебательной системой и его использование неудобно для компенсации потерь [140, 141]. Хотя такой спазер и может быть синхронизирован внешним полем [73], и потери в этом режиме также могут быть скомпенсированы [72], амплитуда колебаний слабо зависит от амплитуды падающего поля.

Отклик спазера ниже порога более подходит для этой цели. Действительно, ниже порога генерации спазер всегда синхронизируется внешним полем, и амплитуда дипольного момента нелинейно зависит от частоты. Остается вопрос о возможности скомпенсировать потери ниже порога генерации. Квантово-механическое рассмотрение этого вопроса было проведено в [142].

Чтобы найти отклик спазера на внешнее поле, мы должны включить соответствующий член $\mathbf{E}_{ext} = x\mathbf{E}_{in}$ в систему уравнений (78). Предполагая, что *дипольный момент спазера осциллирует с частотой внешнего поля*, мы приходим к системе:

$$\begin{cases} \varepsilon_{gain}(\omega, E_{in}, D_0) = \varepsilon_{shell} \cdot (b + 2c / r_{core}^3) \\ 1 = b - c / r_{core}^3 \\ \varepsilon_{shell} \cdot (b + 2c / r_{shell}^3) = x + 2a / r_{shell}^3 \\ b - c / r_{shell}^3 = x - a / r_{shell}^3 \end{cases} \quad (89)$$

Численное решение этой системы дает нам при заданном значении внешнего падающего поля значение дипольного момента спазера.

На рис. 3.2 показаны зависимости дипольного момента спазера $\mathbf{d} = a\mathbf{E}_{in}$ от внешнего поля в разных режимах: ниже и выше порога и при разных частотах: при $\omega_{<} = 1.98\text{eV} < \omega_{sp}$ и при $\omega_{>} = 1.99\text{eV} > \omega_{sp}$. Видно, что ниже порога существует частота и амплитуда внешнего поля, при которой мнимая часть дипольного момента отрицательна (рис. 3.2б). В этом режиме энергия волны накачки передается системе и превышает потери. При определенной амплитуде внешнего поля, мнимая часть дипольного момента становится точно равной нулю. Это означает, что омические потери в наночастице оказываются полностью скомпенсированы. Множество частот и амплитуд падающего поля, при которых происходит точная компенсация, образуют кривую компенсации. На рис. 3.2(а) компенсация потерь не наблюдается, что согласуется с результатами квантово-механического подхода [76], согласно которому, компенсация невозможна при частотах внешнего поля, меньших частоты спазирования.

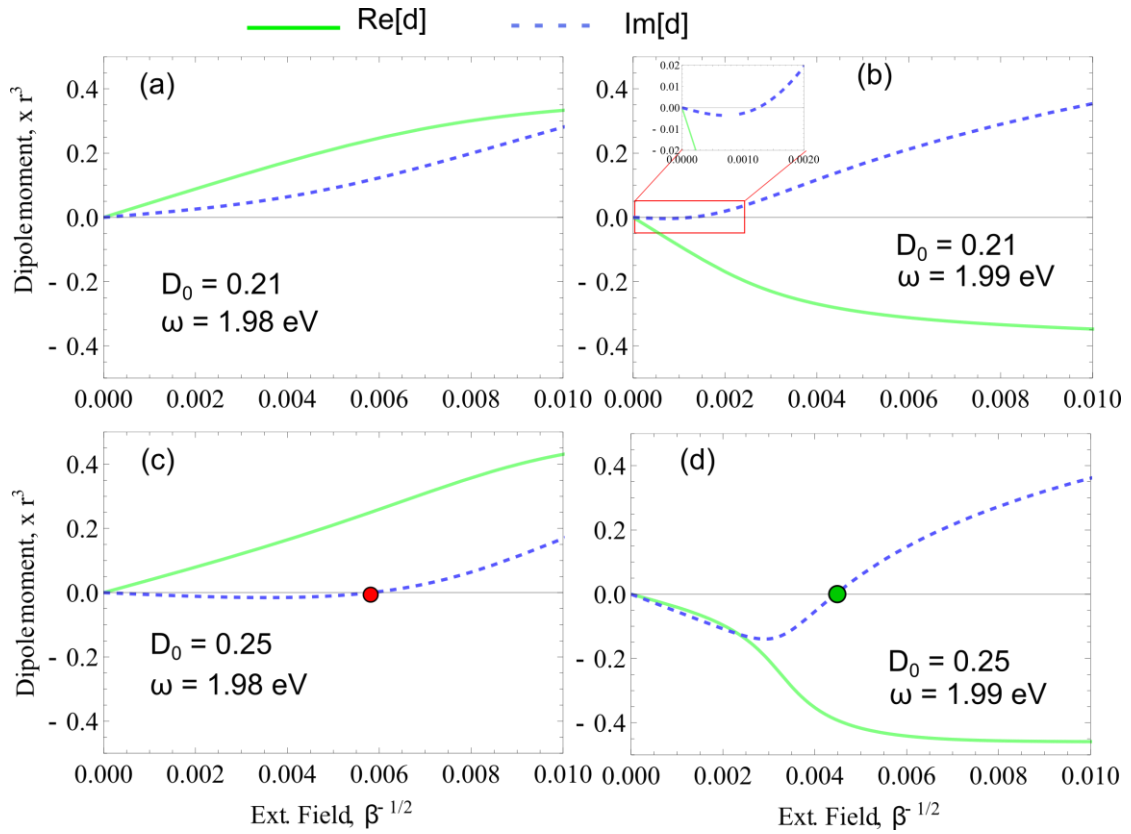


Рис. 3.2. Отклик спазера на внешнее поле ниже порога (верхняя панель рисунков) и выше порога (нижняя панель). Частоты внешнего поля отмечены на графиках. Сплошные и пунктирные линии показывают действительную и мнимую часть дипольного момента по отношению к падающему полю соответственно. Кружком на графиках отмечены точки, в которых происходит компенсация потерь.

Наша модель также демонстрирует, что компенсация потерь возможна выше порога спазирования (зеленый кружок на рис. 3.2г). Однако, как мы это обсудили выше, этот режим неудобен для работы вследствие сильно нелинейного отклика амплитуды дипольного момента от внешнего поля. Наконец, компенсация потерь *формально* может происходить и при частотах $\omega < \omega_{sp}$, меньших частоты спазирования (красный кружок на рис 3.2в). Однако, как будет показано в следующей части, данное решение неустойчиво.

Выше порога спазер является автоколебательной системой. Как известно из общей теории нелинейных осцилляторов, отклик такой системы на внешнее возбуждение может быть как гармоническим, так и стохастическим [143]. Чтобы пролить свет на данный вопрос, мы исследуем временную эволюцию спазера во внешнем поле.

Мы рассмотрим эволюцию дипольного момента спазера $\mathbf{d}(t) = \mathbf{d}_{slow}(t)e^{-i\omega t}$ во внешнем поле $\mathbf{E}_{ext}(t) = \mathbf{E}_{slow}(t)e^{-i\omega t}$. Здесь $\mathbf{d}_{slow}(t)$ и $\mathbf{E}_{slow}(t)$ - медленно меняющиеся амплитуды дипольного

момента и внешнего поля соответственно. Временная зависимость дипольного момента и внешнего поля связаны соотношением:

$$\hat{\alpha}^{-1}(t, E_{in}(t)) \mathbf{d}(t) = \mathbf{E}_{ext}(t) \quad (90)$$

Точная форма нелинейного оператора $\hat{\alpha}^{-1}(E_{in})$ нам неизвестна. Чтобы согласовать уравнения (90) и (74), мы рассмотрим, как этот оператор действует на гармоническое поле:

$$\alpha^{-1}(\omega, E_{in}(\omega)) \tilde{\mathbf{d}}(\omega) = \tilde{\mathbf{E}}_{ext}(\omega) \quad (91)$$

где $E_{in}(\omega)$ - поле, которое нужно подставлять в (74) и ' \sim ' обозначает преобразование Фурье соответствующей функции. В данном случае α^{-1} - это просто отношение гармонически колеблющихся внешнего поля и индуцированного дипольного момента, которые определяются системой (89): $\alpha^{-1} = E_{ext} / d = x / a$.

Применяя преобразование Фурье к (91), мы приходим к

$$\mathbf{E}_{ext}(t) = \int \alpha^{-1}(\Omega, E_{in}) \tilde{\mathbf{d}}(\Omega) e^{-i\Omega t} d\Omega = e^{-i\omega t} \int \alpha^{-1}(\omega + \nu, E_{in}) \tilde{\mathbf{d}}_{slow}(\nu) e^{-i\nu t} d\nu. \quad (93)$$

Поскольку главный вклад в интеграл (93) составляют гармоники с $\nu \ll \omega$, мы можем переписать его в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{ext}(t) &\approx e^{-i\omega t} \int \left[\alpha^{-1}(\omega, E_{in}) + \nu \frac{d\alpha^{-1}(\omega, E_{in})}{d\omega} \right] \tilde{\mathbf{d}}_{slow}(\nu) e^{-i\nu t} d\nu = \\ &= e^{-i\omega t} \alpha^{-1}(\omega, E_{in}) \int \tilde{\mathbf{d}}_{slow}(\nu) e^{-i\nu t} d\nu + e^{-i\omega t} \frac{d\alpha^{-1}(\omega, E_{in})}{d\omega} \int \nu \tilde{\mathbf{d}}_{slow}(\nu) e^{-i\nu t} d\nu \\ &= e^{-i\omega t} \left[\alpha^{-1}(\omega, E_{in}) \mathbf{d}_{slow}(t) + i \frac{d\alpha^{-1}(\omega, E_{in})}{d\omega} \frac{d\mathbf{d}_{slow}(t)}{dt} \right], \end{aligned} \quad (93)$$

где слагаемое с d/dt отвечает за уширение спектра дипольного момента (см. также [144, 145]). Сокращая осциллирующий множитель $e^{-i\omega t}$ с обеих сторон (93), мы приходим к необходимому нам уравнению движения дипольного момента во внешнем поле, осциллирующим с частотой ω :

$$i \frac{d\alpha^{-1}}{d\omega} \frac{d}{dt} \mathbf{d}_{slow}(t) + \alpha^{-1} \mathbf{d}_{slow}(t) = \mathbf{E}_{slow}(t) \quad (94)$$

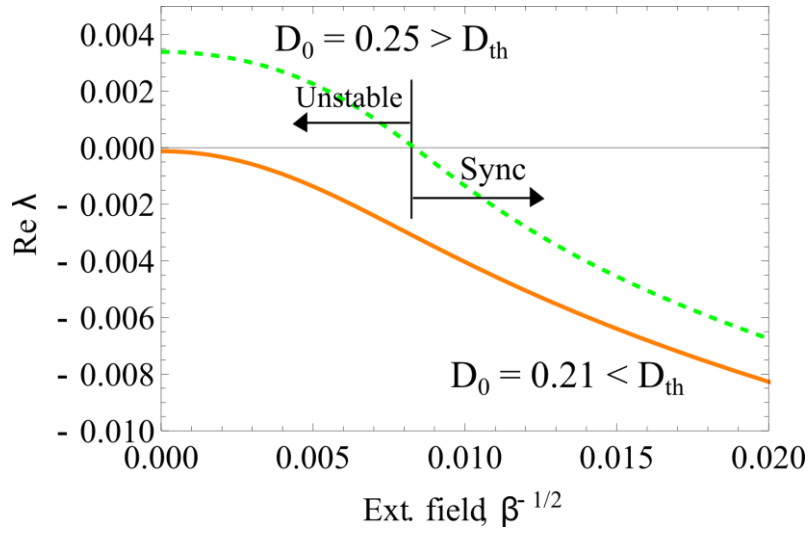


Рис. 3.3. Действительная часть ляпуновского показателя $\text{Re } \Lambda$ для подпорогового (сплошная линия) и надпорогового (пунктирная линия) режима работы спазера при частоте падающего поля $\omega = 1.98 \text{ эВ}$. В подпороговом режиме ляпуновский показатель всегда отрицателен, так что колебания спазера во внешнем поле устойчивы. Выше порога колебания спазера синхронизируются сильным полем, в то время как в слабом внешнем поле динамика может быть стохастической (положительный ляпуновский показатель).

При постоянном внешнем поле $\mathbf{E}_{slow}(t) \equiv \mathbf{E}$ уравнение (94) имеет стационарное решение $\mathbf{d}_{slow} = \alpha \mathbf{E}$. Чтобы изучить устойчивость этого решения, мы рассмотрим малое возмущение этого решения. Подставляя его в (94) мы приходим к следующему выражению:

$$i \frac{d\alpha^{-1}}{d\omega} \delta \mathbf{d} \Lambda + \alpha^{-1} \delta \mathbf{d} = 0 \quad (95)$$

Согласно этому, ляпуновский показатель определяется следующим образом:

$$\Lambda = i \alpha^{-1}(\omega, E_{in}) \left(\frac{d\alpha^{-1}(\omega, E_{in})}{d\omega} \right)^{-1} \quad (96)$$

Стационарное решение уравнения (94) становится неустойчивым, когда $\text{Re } \Lambda > 0$. На рис. 3.3 построена действительная часть ляпуновского показателя (96) $\text{Re } \lambda$ для подпорогового и надпорогового режима работы спазера при частоте внешнего поля $\omega = 1.98 \text{ эВ}$.

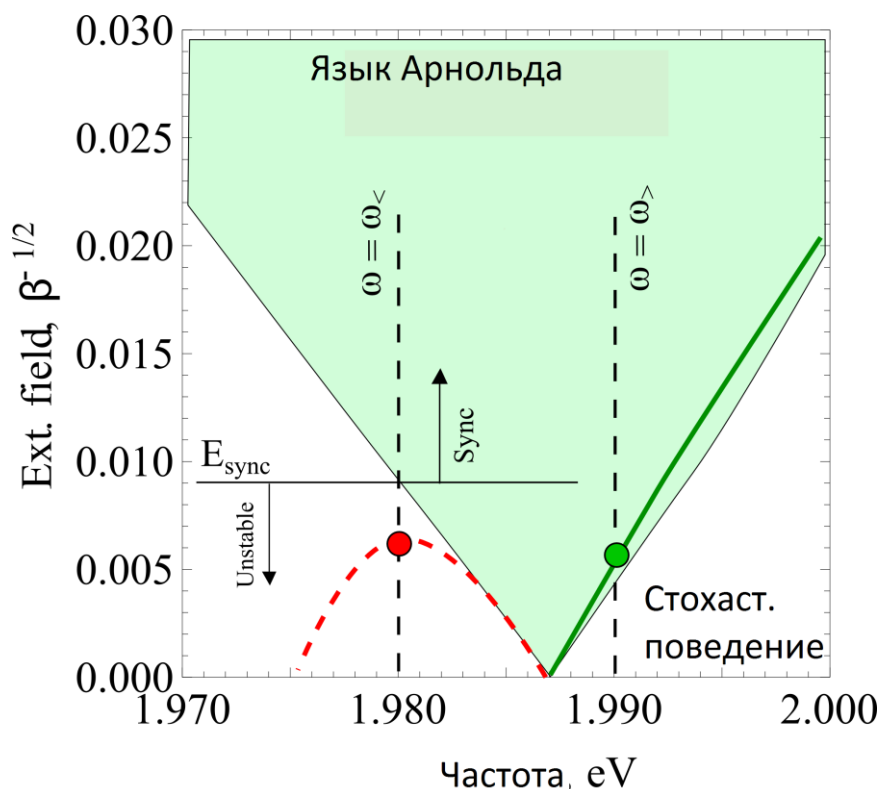


Рис. 3.4. Регион устойчивости (закрашенная область) и неустойчивости (незакрашенная) надпорогового спазера с внешним полем при $D_0 = 0.25$. Область устойчивости соответствует отрицательному ляпуновскому показателю. Две вертикальные линии соответствуют частотам $\omega_>$ и $\omega_<$, которые также использованы на рис. 3.2. Красный и зеленый кружок соответствуют тем, что изображены на рис. 3.2. Красный кружок лежит в зоне неустойчивости, так что это решение не реализуется, в то время как зеленый лежит в устойчивом регионе. Красная и зеленая кривые показывает кривые компенсации, в которых мнимая часть дипольного момента спазера становится равна нулю по отношению к падающему полю, т.ч. рассеивание падающей волны происходит без потерь энергии.

Ниже порога ляпуновский показатель всегда отрицателен и стационарное решение устойчиво по отношению к малым возмущениям (рис. 3.3, сплошная кривая). Когда накачка превышает порог, появляется регион, в котором стационарное решение становится неустойчивым. Выше порога без внешнего поля спазер осциллирует с определенной амплитудой и на определенной частоте, определяемой из уравнения (83). Когда прикладывается внешнее поле, спазер может осциллировать или не осциллировать с частотой этого поля. Регион, в котором возможна синхронизация, известен как язык Арнольда [74]. Этот регион изображен на рис. 3.4 при

значении накачки $D_0 = 0.25$. Когда частота внешнего поля совпадает с частотой спазирования, синхронизация происходит при сколь угодно малой амплитуде внешнего поля.

Предложенная модель демонстрирует множество явлений, предсказанных квантовой теорией спазера, включая переход к генерации через бифуркацию Хопфа, правильную зависимость амплитуды спазерной моды от накачки, возможность синхронизации надпорогового спазера внешним полем и возможность компенсации омических потерь под порогом генерации при осцилляциях спазера во внешнем поле.

Наша модель также объясняет некорректность линейной теории нанолазеров. В частности, авторы [59] рассматривают слоистую структуру похожую на рассмотренную здесь, и сообщают о том, что генерация прекращается при превышении накачкой некоторого значения. Это результат не согласуется с общей теорией лазеров. Авторы предполагают, что выключение генерации связано с отстройкой резонансной частоты при увеличении накачки. Нами показано, что при учете нелинейности активной среды частота спазирования не меняется и генерация не пропадает при увеличении накачки.

В свете нашей работы можно вспомнить дискуссию о возможности компенсации потерь спазером (см. [141] и комментарии к этой работе). В работе [141] Стокман утверждает, что в резонансной плазмонной структуре с усилением компенсация потерь происходит в точности в тот момент, когда начинается спазирование. Действительно, в закрытой системе, где нет взаимодействия с внешним излучением, компенсация потерь и спазирование просто совпадают. В открытой же системе, где есть взаимодействие с внешним полем, компенсация омических потерь может происходить ниже порога генерации. Ситуация здесь в некотором смысле аналогична схеме, предложенной в [146], где потери компенсируются в слоистой системе.

В заключение, в данном разделе была развита модель спазера, основанная на электродинамическом описании усиливающей среды и не требующая квантово-механического подхода [147]. Модель основана на описании усиливающей среды при помощи нелинейной диэлектрической проницаемости, учитывающей эффект насыщения активной среды. Модель демонстрирует явления, предсказанные квантовой теорией. Ввиду простоты модели и отсутствия необходимости решения динамических уравнений спазера, ее применение позволит упростить расчеты систем, содержащих большое число спазеров.

3.3 Диэлектрический нанолазер

Серьезная проблема, которая усложняет реализацию плазмонных нанолазеров – очень высокий уровень омических потерь в металлах, которые увеличивают порог лазерной генерации

[12, 148]. Предпринимались попытки уменьшить порог генерации нанолазера с помощью специального дизайна слоистой наночастицы, являющейся резонатором нанолазера [149, 150]. Однако, порог таких нанолазеров остается по-прежнему высоким.

Полупроводниковые материалы с относительно высоким показателем преломления в оптическом диапазоне, такие как кремний, германий и арсенид галлия, позволяют реализовать сферические резонаторы субволновых размеров без использования металлов. Было теоретически предсказано, что сферические частицы из таких полупроводниковых материалов демонстрируют сильный магнитный отклик в оптическом диапазоне, причем рассеяние сопровождается низким уровнем потерь [151]. Оптические резонансы в таких частицах – это резонансы Ми низкого порядка. Данные резонансы следует отличать от резонансов шепчущей галереи, которые происходят в частицах, имеющих размеры много большие, чем длина волны в вакууме.

Благодаря прогрессу в изготовлении нанометровых кремниевых частиц [152, 153], удалось экспериментально пронаблюдать упомянутый сильный магнитный отклик в оптическом диапазоне. Совсем недавно было предложено, что использование активной среды может еще больше усилить магнитный резонанс кремниевой наночастицы [154]. Такой высокочастотный резонатор может служить платформой для создания генератора когерентного магнитного ближнего поля. Как и в случае спазера, ближние поля резонансной моды наночастицы взаимодействуют с активной средой, и при определенном уровне накачки можно ожидать перехода к лазерной генерации.

В данной статье мы исследуем отклик слоистой сферической частицы типа «ядро-оболочка», состоящей из кремниевого ядра и оболочки из усиливающей среды, и показываем, что при определенном уровне усиления происходит переход к лазерированию. Используя актуальные материальные параметры для полупроводника и усиливающей среды, мы сравниваем порог генерации диэлектрического нанолазера с порогом спазера, основанного на плазмонном резонансе металлической частицы.

Хотя лазерирование является существенно нелинейным процессом, пороговое значение усиления может быть найдено в линейном приближении. Переход к лазерированию проявляется как появление ненулевого решения уравнений Максвелла *в отсутствие падающего поля*. Выше порога амплитуда генерации определяется накачкой активной среды. На пороге амплитуда равна нулю, так что задачу можно считать линейной и усиливающая среда может описываться следующим выражением для проницаемости [155]:

$$\varepsilon_{gain}(\omega) = \varepsilon_0 + D_0 \frac{2\omega_0\gamma}{\omega^2 - \omega_0^2 + 2i\omega\gamma}, \quad (97)$$

где ε_0 - фоновая проницаемость «холодной» усиливающей среды (в отсутствии усиления), ω_0 - частота излучения усиливающей среды, γ - ширина линии и D_0 , равная $|\text{Im}\varepsilon_{gain}|$ на частоте излучения, характеризует степень усиления.

Геометрия задачи проиллюстрирована на вставке на рис. 3.5(a). Система состоит из сферического ядра из кремния, покрытого оболочкой из усиливающей среды. Радиус всей наночастицы R меньше длины волны в вакууме, радиус ядра - r . На Рис. 3.5(б) показана частотная зависимость сечения рассеяния слоистой частицы без усиления. Отклик частицы в основном представлен дипольным и квадрупольным электрическим и магнитным резонансами.

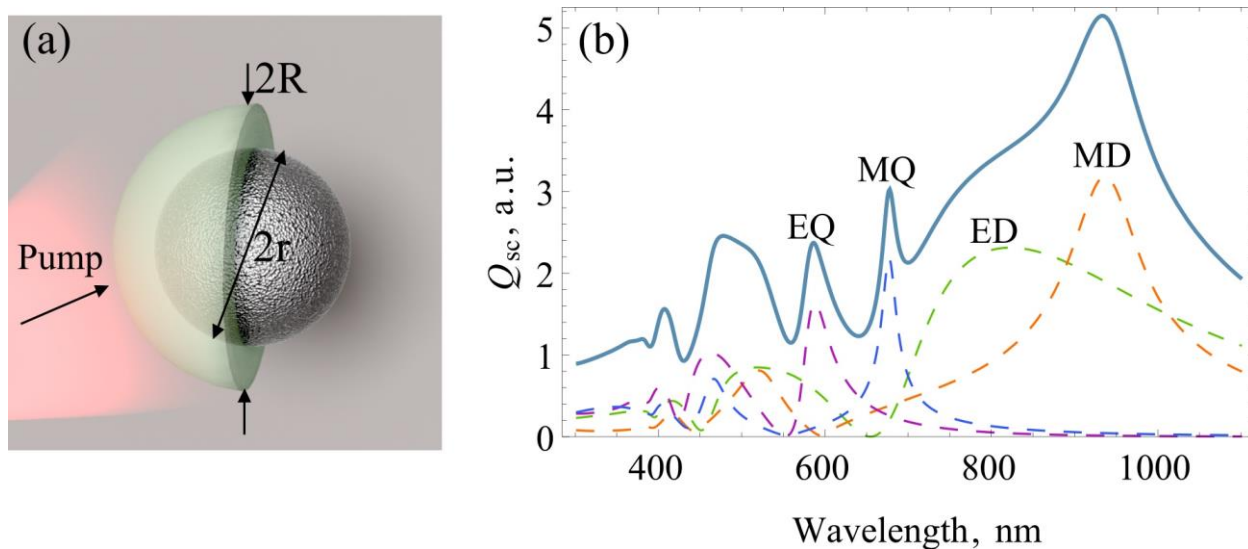


Рис. 3.5. (а) Условный рисунок диэлектрического нанолазера. (б) Сечение рассеяния (нормализованное на геометрическое сечение частицы) пассивной слоистой частицы с кремниевым ядром радиуса $r = 120$ нм, полным радиусом всей частицы $R = 1.7r$, и фоновой проницаемостью активной среды $\varepsilon_0 = 2$.

Чтобы найти автоколебания слоистой сферической частицы, связанные с резонансами Ми, мы будем искать ненулевые решения уравнений Максвелла в отсутствие падающего поля. Следуя стандартному подходу [137], мы разложим электрическое и магнитное поле в диэлектрическом ядре нанолазера в ряд по сферическим функциям \mathbf{M}_{1n} и \mathbf{N}_{1n} :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{core} &= \sum_{n=1}^{\infty} E_n (c_n \mathbf{M}_{o1n}^{(1)} - i d_n \mathbf{N}_{e1n}^{(1)}), \\ \mathbf{H}_{core} &= -\frac{k \sqrt{\varepsilon_{core}}}{\omega} \sum_{n=1}^{\infty} E_n (d_n \mathbf{M}_{e1n}^{(1)} + i c_n \mathbf{N}_{o1n}^{(1)}), \end{aligned} \quad (98)$$

где $E_n = i^n (2n+1)/[n(n+1)]$ и $k = \omega/c$. Электромагнитное поле в усиливающей оболочке, соответственно, запишется в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{shell} &= \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left(f_n \mathbf{M}_{o1n}^{(1)} - i g_n \mathbf{N}_{e1n}^{(1)} + v_n \mathbf{M}_{o1n}^{(2)} - i w_n \mathbf{N}_{e1n}^{(2)} \right), \\ \mathbf{H}_{shell} &= -\frac{k \sqrt{\varepsilon_{shell}}}{\omega} \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left(g_n \mathbf{M}_{e1n}^{(1)} + i f_n \mathbf{N}_{o1n}^{(1)} + w_n \mathbf{M}_{e1n}^{(2)} + i v_n \mathbf{N}_{o1n}^{(2)} \right), \end{aligned} \quad (99)$$

И наконец, поле во внешней области запишется в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{out} &= \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left(i a_n \mathbf{N}_{e1n}^{(3)} - b_n \mathbf{M}_{o1n}^{(3)} \right), \\ \mathbf{H}_{out} &= \frac{k}{\omega} \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left(i b_n \mathbf{N}_{o1n}^{(3)} + a_n \mathbf{M}_{e1n}^{(3)} \right). \end{aligned} \quad (100)$$

Поле снаружи от частицы содержит только слагаемые, соответствующие расходящимся сферическим волнам, что и означает отсутствие падающего поля. Поля, заданные выражениями (98) – (100), ненулевые если хотя бы один из коэффициентов a_n или b_n отличен от нуля. Применяя обычные граничные условия на поля в ядре, оболочек и снаружи от частицы, мы приходим к однородной системе линейных уравнений, позволяющей определить неизвестные коэффициенты:

$$\begin{aligned} f_n m_1 \psi_n(m_2 x) - v_n m_1 \chi_n(m_2 x) - c_n m_2 \psi_n(m_1 x) &= 0, \\ w_n m_1 \chi'_n(m_2 x) - g_n m_1 \psi'_n(m_2 x) + d_n m_2 \psi'_n(m_1 x) &= 0, \\ v_n \chi'_n(m_2 x) - f_n \psi'_n(m_2 x) + c_n \psi'_n(m_1 x) &= 0, \\ g_n \psi_n(m_2 x) - w_n \chi_n(m_2 x) - d_n \psi_n(m_1 x) &= 0, \\ -a_n m_2 \xi'_n(y) - g_n \psi'_n(m_2 y) + w_n \chi'_n(m_2 y) &= 0, \\ m_2 b_n \xi_n(y) - m_2 \psi_n(y) + f_n \psi_n(m_2 y) - v_n \chi_n(m_2 y) &= 0, \\ -a_n \xi_n(y) - g_n \psi_n(m_2 y) + w_n \chi_n(m_2 y) &= 0, \\ b_n \xi'_n(y) + f_n \psi'_n(m_2 y) - v_n \chi'_n(m_2 y) &= 0, \end{aligned} \quad (101)$$

где $x = kr$, $y = kR$, $m_1 = \sqrt{\varepsilon_{core}}$ и $m_2 = \sqrt{\varepsilon_{shell}}$. Функции $\psi(x)$, $\chi(x)$ и $\xi(x)$ - это функции Риккати-Бесселя, определяемые как $\psi(x) = \sqrt{\pi x/2} J_{n+1/2}(x)$, $\xi(x) = \sqrt{\pi x/2} [J_{n+1/2}(x) + i Y_{n+1/2}(x)]$ и $\chi(x) = -\sqrt{\pi x/2} Y_{n+1/2}(x)$. Заметим, что система (101) состоит из двух независимых подсистем на коэффициенты a_n, g_n, w_n, d_n и b_n, f_n, v_n, c_n . Решения первой из этих подсистем определяют электрические моды резонатора с ненулевыми электрическими дипольными, квадрупольными и т.д. моментами, в то время как решения второй подсистемы – магнитные моды. Далее, для определенности, мы будем рассматривать магнитные автоколебания нанолазера.

Условие существования ненулевого решения однородной системы линейных уравнений – равенство нулю ее детерминанта. Применяя это к магнитной подсистеме уравнений, приходим к следующему условию:

$$m_2 \xi(y) [\psi'_n(m_2 y) - \beta_n \chi'_n(m_2 y)] - \xi'_n(y) [\psi_n(m_2 y) - \beta_n \chi_n(m_2 y)] = 0,$$

$$\beta_n = \frac{m_2 \psi_n(m_1 x) \psi'_n(m_2 x) - m_1 \psi_n(m_2 x) \psi'_n(m_1 x)}{m_2 \chi'_n(m_2 x) \psi_n(m_1 x) - m_1 \psi'_n(m_1 x) \chi_n(m_2 x)}. \quad (102)$$

Уравнение (6) определяет порог лазерной генерации D_{th} , при котором появляется ненулевое решение уравнений Максвелла. Также из этого уравнения определяется частота автоколебаний. Заметим, что уравнение (102) совпадает с условием на полюса коэффициентов Ми для слоистой сферической частицы. В задаче с падающим полем эти коэффициенты определяют рассеянные наночастицей поля. Таким образом, лазерные моды диэлектрического нанолазера связаны с полюсами соответствующих коэффициентов Ми. В системе без усиления, эти полюса лежат в нижней полуплоскости комплексной плоскости частот $\text{Im} \omega < 0$, что соответствует затуханию моды со временем [156]. С увеличением накачки полюс может достигнуть оси действительных частот – при этом и возникает лазерная мода [155, 157].

Покажем теперь, что полюс магнитного коэффициента B_1 при увеличении усиления активной среды достигает оси действительных частот. Чтобы продемонстрировать существование автоколебательного решения, установим частоту усиливающей среды близко к магнитному дипольному резонансу слоистой частицы, который имеется на длине волны $\lambda \approx 940 \text{ nm}$. На рис. 3.6 показана зависимость логарифма коэффициента Ми B_1 от длины волны и усиления D_0 . На определенной длине волны при значении накачки близком к $D_0 = 1.0$ рассматриваемый коэффициент Ми увеличивается на несколько порядков. Эта деталь графика прямо свидетельствует о том, что полюс коэффициента выходит на ось действительных частот и, как следствие, начинается лазерная генерация. Важно, что частота, на которой появляется полюс и которая является частотой лазирования, не обязательно совпадает с частотой «холодного» резонанса наночастицы. Это происходит вследствие того, что увеличение накачки сопровождается дополнительным изменением коэффициента преломления активной среды и сдвигом самого резонанса.

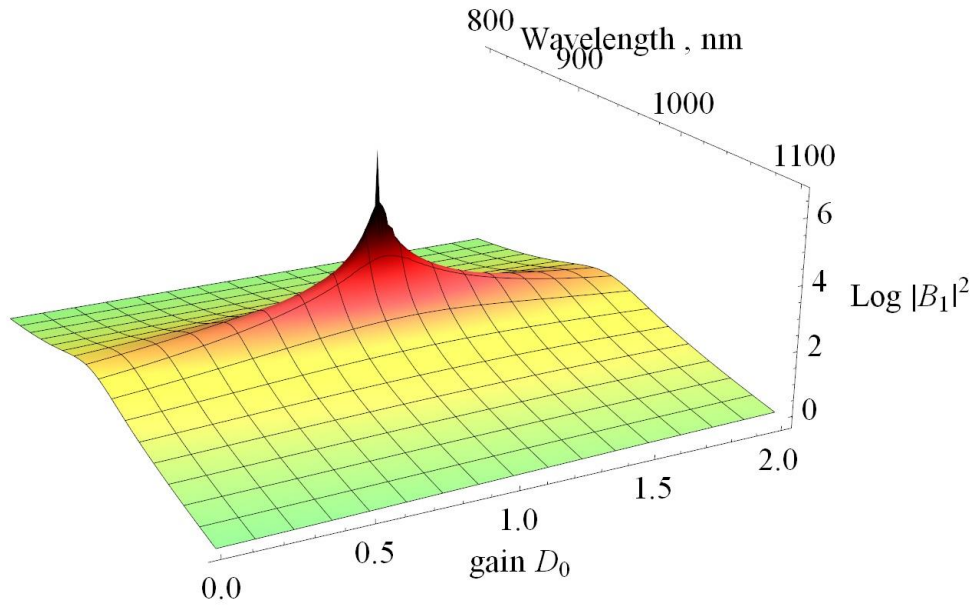


Рис. 3.6. Зависимость логарифма коэффициента Ми B_1 от длины волны и усиления D_0 . Пик коэффициента свидетельствует о достижении полюса при определенном уровне накачки.

При дальнейшем увеличении усиления D_0 величина коэффициента Ми уменьшается. Это поведение, однако, не означает, что лазерная генерация прекращается. В надпороговом режиме нанолазер становится сильно нелинейной системой, и насыщение активной среды должно учитываться для корректного описания системы. Фактически, при дальнейшем увеличении накачки полюс переходит в верхнюю полуплоскость комплексных частот и частота лазирования приобретает положительную комплексную часть. Это соответствует экспоненциально расходящемуся во времени решению. Этот экспоненциальный рост, однако, ограничивается насыщением активной среды, когда лазирование выходит на стационарный режим.

Чтобы строго показать, что при определенной величине накачки происходит переход к лазированию, перепишем условия (102) в виде двух отдельных уравнений:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} F(\omega, D_0) &= 0, \\ \operatorname{Im} F(\omega, D_0) &= 0, \end{aligned} \quad (103)$$

где

$$F(\omega, D_0) = m_2 \xi(y) [\psi'_n(m_2 y) - B_n \chi'_n(m_2 y)] - \xi'(y) [\psi_n(m_2 y) - B_n \chi_n(m_2 y)]. \quad (104)$$

На рис. 3.7 показаны мнимая и действительная часть $F(\omega, D_0)$ для двух разных значений накачки, выше и ниже порога генерации. Пересечения кривых $\operatorname{Re} F = 0$ и $\operatorname{Im} F = 0$ происходят с разных сторон от действительной оси при различных значениях накачки. Поскольку $F(\omega, D_0)$

непрерывна, при определенном D_{th} пересечение происходит в точности на действительной оси, и при этом значении накачки выполняются условия генерации (103).

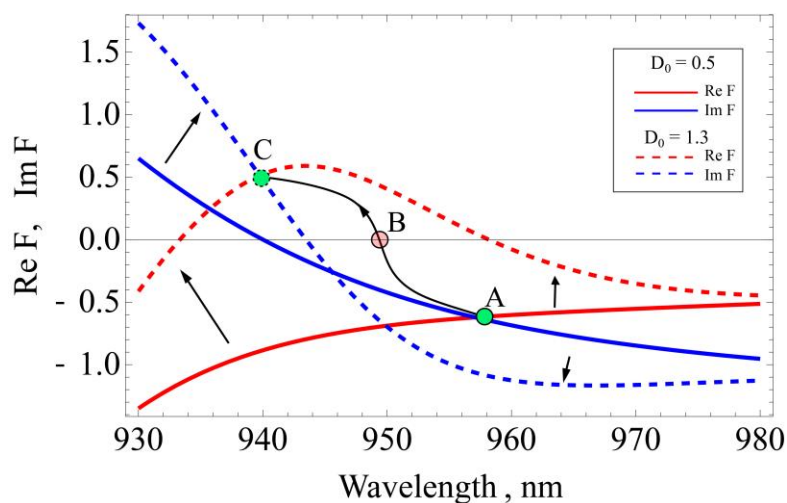


Рис. 3.7. Действительная и мнимая часть $F(\omega, D_0)$ для значений накачки D_0 выше и ниже порога генерации.

Лазерные моды диэлектрической наночастицы, описанные в данной статье, значительно отличаются от мод лазеров на резонансах шепчущей галереи (ШГ). Хотя лазеры на модах ШГ имеют очень низкий порог генерации, их размер обычно достигает десятков и сотен микрометров. Действительно, резонанс ШГ – это резонанс Ми, происходящий при больших n . Чтобы удовлетворить условие резонанса высокого порядка, размер резонатора должен много превышать длину волны.

Пороговое значение усиления для лазерной моды зависит от материальных параметров и геометрии резонатора. В Таблице 1 приведены пороговые значения накачки D_{th} , и объемного коэффициента усиления $g_{th} = \text{Im} k \sqrt{\epsilon_{gain}}$ для электрических и магнитных мод диэлектрического нанолазера для мод с $n=1,2$ и геометрией резонатора, определенной выше. Частота усиливающей среды в каждом случае подстраивается под частоту конкретного резонанса слоистой частицы. В оптическом диапазоне Омические потери в кремнии из-за межзонных переходов весьма малы, поэтому основным каналом потерь для рассматриваемых мод является излучение. Поскольку излучаемая мощность квадруполь меньше диполя, пороги генерации мод с $n=2$ значительно меньше дипольных мод с $n=1$.

Тип резонанса	A_1	B_1	A_2	B_2	A_1 (спазер)
Резонансная длина волны, нм	500	945	585	680	530
D_{th}	1.8	1.0	0.6	0.35	1.2
$g_{th}, 10^3 \text{ cm}^{-1}$	76	50	22	11	46

Таблица 1. Пороги лазерной генерации различных лазерных мод диэлектрического нанолазера и спазера, основанного на металлической наночастице.

Теперь сравним порог генерации диэлектрического нанолазера с порогом спазера, в конструкции которого используется золотая наночастица. Основываясь на геометрии спазера, экспериментально реализованного в работе [78], мы вычислили отклик золотой частицы радиуса $r = 7 \text{ nm}$ покрытой силиконовой оболочкой толщиной $R - r = 15 \text{ nm}$ с включенными в нее молекулами красителя. Частица целиком погружена в раствор воды. Отклик такой частицы в оптическом диапазоне определяется главным образом вкладом дипольного электрического резонанса на длине волны $\lambda = 530 \text{ nm}$, который соответствует полюсу коэффициента A_1 . Вычисленный порог генерации плазмонного спазера (Таблица 1) сравним с порогом магнитной дипольной моды диэлектрического нанолазера. В то же время, пороги квадрупольных мод значительно ниже. В особенности это заметно для магнитной квадрупольной моды.

Кремний – не единственный материал, который может быть использован в дизайне субволнового диэлектрического нанолазера. В частности, могут быть изготовлены сферические частицы из других полупроводников с высоким коэффициентом преломления, например, германия и арсенида галлия. Однако, с нашей точки зрения, кремний является наиболее подходящим материалом для реализации диэлектрического нанолазера. Имея запрещенную зону $\Delta E = 1.1 \text{ eV}$, кремний имеет относительно небольшую величину потерь $\varepsilon'' \sim 0.01 \dots 0.02$ и высокий показатель преломления $n \sim 3.5$ в диапазоне около квадрупольных резонансов слоистой наночастицы. Арсенид галлия обладает большим показателем преломления, что позволило бы еще сильнее уменьшить размер наночастицы; однако, потери в оптическом диапазоне на порядок больше потерь в кремнии [158]. Германий также обладает большим поглощением на длинах волн вплоть до 1 микрона [158].

В заключение, мы показали, что субволновая сферическая частица из полупроводника, покрытая слоем усиливающего вещества, образует нанолазер, чьи лазерные моды связаны с

резонансами Ми слоистой частицы. Мы вывели общее условие порога лазерной генерации, из которого можно получить значение пороговой накачки и частоты лазирования. Генерация может происходить как на электрических, так и на магнитных модах Ми. Порог генерации магнитной квадрупольной моды существенно ниже, чем порог генерации спазера, образованного золотой наночастицей. Диэлектрический нанолазер, таким образом, становится субволновым генератором магнитного поля и имеет сравнительно низкий порог генерации.

Глава 4

Магнито-оптические системы с усиливающей средой

4.1 Введение

В данной главе рассмотрены определенные задачи генерации и распространения электромагнитного поля в системах, одновременно содержащих усиливающую и магнито-оптическую (МО) среды. Исследованы лазерные моды плазмонного нанолазера, содержащего в своей конструкции МО среду. Кроме того, исследовано распространение собственных мод по цепочке плазмонных частиц, погруженных в МО среду с одновременным применением активной среды для компенсации омических потерь.

МО эффект широко используется для управления светом. Нарушение симметрии по отношению к обращению времени из-за наличия постоянного магнитного поля в МО средах предлагает обширные возможности для контроля поляризации и оптической изоляции [159]. Однако, МО отклик большинства естественных сред в оптическом диапазоне выражен слабо, что делает актуальной задачу усиления МО свойств. Ниже будет рассмотрена плазмонная наноструктура, в которой эффект Фарадея, согласно теоретическим оценкам, на порядок превосходит величину эффекта в однородной МО среде.

4.2 Магнито-оптический спазер

МО среды находят приложения для генерации циркулярно поляризованного лазерного излучения. На сегодняшний день взаимодействие циркулярно-поляризованного электромагнитного излучения с веществом является очень интересной темой [160-163]. Интерес обусловлен тем фактом, что источники циркулярно-поляризованного света находят ряд применений в молекулярном детектировании (например, для детектирования киральных молекул) и в области квантовой информации для манипулирования состояний кубита [164]. Обычно, для генерации когерентного циркулярно-поляризованного электромагнитного поля используются спин-поляризованные лазерные диоды [161, 165]. Характерной чертой таких устройств является то, что их типичный размер ограничен длиной волны из-за дифракции.

Мы рассматриваем магнитооптический (МО) спазер – субдифракционный источник циркулярно-поляризованного света. Дизайн МО спазера аналогичен дизайну обычного спазера, рассмотренного выше. Предлагаемое устройство состоит из усиливающего ядра и металлической оболочки, проявляющей магнито-оптические свойства (Рис. 4.1а). Как и обычный спазер, МО

спазер обладает лазерными модами, т.е. имеет ненулевой осциллирующий дипольный момент при нулевом падающем поле. Отличительной характеристикой является круговая поляризация двух мод такого спазера, которые расщепляются по частоте и порогу накачки из-за присутствия в системе магнитного поля.

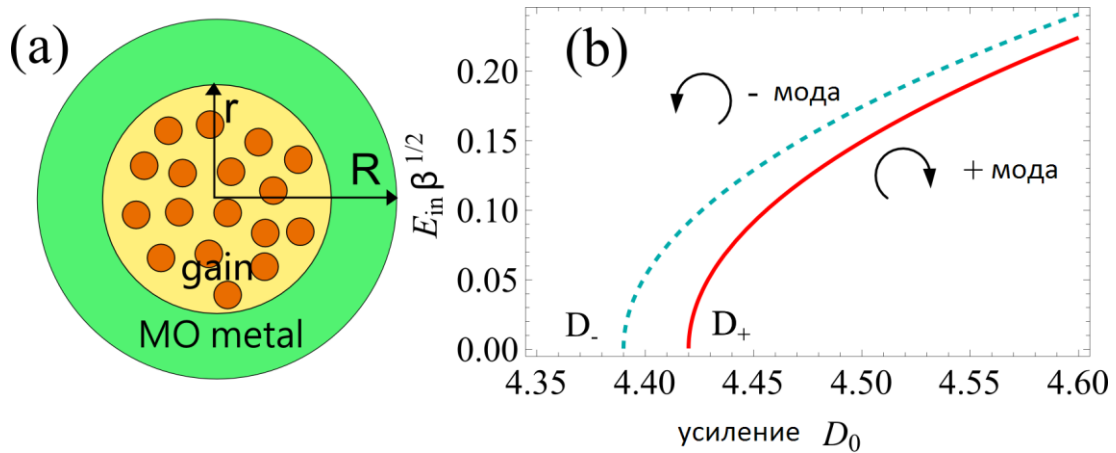


Рис. 4.1. (а) Схематичный рисунок, поясняющий устройство композитного магнитооптического спазера. (б) Зависимость амплитуды двух лазерных мод МО спазера от накачки вблизи порога лазерной генерации.

Свойства активного ядра описываются нелинейной диэлектрической проницаемостью, введенной в предыдущей главе. Диэлектрические свойства металла (в данной работе – кобальта) описываются тензором проницаемости с недиагональными членами:

$$\hat{\epsilon}_{MO} = \begin{pmatrix} \epsilon & ig & 0 \\ -ig & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon \end{pmatrix}. \quad (105)$$

Для значений элементов тензора (105) использовались экспериментальные данные из работы [166].

Лазерные моды МО спазера могут быть найдены таким же образом, как это было сделано ранее для обычного спазера. Мы фиксируем однородное поле \mathbf{E} внутри усиливающего ядра и предполагаем отсутствие внешнего приложенного поля. Поле внутри оболочки мы записываем в виде:

$$\mathbf{E}_{shell} = \hat{B}\mathbf{E} - \hat{C}\mathbf{E} / \rho^3 + 3(\hat{C}\mathbf{E}, \mathbf{n})\mathbf{n} / \rho^3 \quad (106)$$

а поле снаружи – в виде

$$\mathbf{E}_{ext} = -\hat{A}\mathbf{E} / \rho^3 + 3(\hat{A}\mathbf{E}, \mathbf{n})\mathbf{n} / \rho^3 \quad (107)$$

где \hat{A}, \hat{B} и \hat{C} - некие неизвестные тензоры, а ρ - расстояние от центра усиливающего ядра. Граничные условия по поверхности ядра и оболочки приводят нас к системе уравнений для определения неизвестных тензоров:

$$\begin{cases} \varepsilon_{gain} = \varepsilon(\hat{B} + 2\hat{C} / r^3) + \hat{G}(\hat{B} - \hat{C} / r^3), \\ \hat{1} = \hat{B} - \hat{C} / r^3, \\ \varepsilon(\hat{B} + 2\hat{C} / R^3) + \hat{G}(\hat{B} - \hat{C} / R^3) = 2\hat{A} / R^3, \\ \hat{B} - \hat{C} / R^3 = -\hat{A} / R^3, \end{cases} \quad (108)$$

Получая из последних трех уравнений выражения для \hat{A}, \hat{B} и \hat{C} , мы приходим к задаче на собственные значения, определяющей лазерные моды МО спазера:

$$\varepsilon_{gain}(E, \omega)\mathbf{E} = \left[\varepsilon \left(\hat{B} + \frac{2\hat{C}}{r^3} \right) + \hat{G} \left(\hat{B} - \frac{\hat{C}}{r^3} \right) \right] \mathbf{E} = \hat{M}\mathbf{E}. \quad (109)$$

Данное уравнение определяет возможность существования ненулевого дипольного момента у МО спазера при нулевом падающем поле, следовательно, оно может быть рассмотрено как уравнение на лазерные моды. Из геометрии задачи следует, что тензор \hat{M} имеет следующий вид:

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} \\ -M_{1,2} & M_{2,2} \end{pmatrix} \quad (110)$$

Следовательно, его собственные числа определяются согласно $\lambda_{\pm} = M_{1,1} \pm iM_{1,2}$, а соответствующие собственные вектора - $\mathbf{E}_{\pm} = (1, \pm i, 0)^T$ - соответствуют циркулярной поляризации дипольного момента композитной наночастицы и поляризации ближнего поля. Таким образом, уравнение (109) может быть переписано в виде

$$\varepsilon_{gain}(\omega, E_{in}, D_0) = \lambda_{\pm}, \quad (111)$$

$$\lambda_{\pm} = \frac{(-2 + 2\varepsilon \mp g)(\varepsilon \pm g)r^3 - (2 + \varepsilon \pm g)(2\varepsilon \mp g)R^3}{(-2 + 2\varepsilon \mp g)r^3 + (2 + \varepsilon \pm g)R^3}. \quad (112)$$

Приведенные выше уравнения определяют две лазерные моды с циркулярной поляризацией [150]. Уравнения (111) по форме совпадают с уравнением (79). Как мы показали

выше для немагнитного спазера, каждое из этих уравнений определяет спазерную моду с корневой зависимостью амплитуды от накачки.

Для моделирования активной среды мы используем параметры, типичные для красителей: $\omega_0 = 2\text{eV}$, $\varepsilon_0 = 2$ и $\gamma = 0.05\text{eV}$. Радиусы усиливающего ядра и МО оболочки выбраны следующими: $r = 20\text{nm}$ и $R = 1.1r$.

Наши вычисления показывают, что две моды, определяемые уравнением (111), имеют различные частоты спазирования ω_{\pm} и различные пороги генерации D_{\pm} . На рис. 4.1(б) изображены амплитуды двух мод (амплитуда электрического поля внутри активного ядра в зависимости от накачки). Видно, что в интервале $4 < D_0 < 5$ появляются две лазерные моды с корневой зависимостью амплитуды от накачки. Полученные частоты двух мод равны $\omega_- = 1.976\text{eV}$ и $\omega_+ = 1.977\text{eV}$. Как видно из рис. 4.1(б), существует интервал значений накачки, в котором возможно существование только одной лазерной моды. Какая именно из мод будет существовать (правая или левая), зависит от направления вектора намагниченности. Разница значений двух порогов есть просто следствие кругового дихроизма МО наночастицы.

Для композитной наночастицы из кобальта представленная выше теория предсказывает порог генерации приблизительно равный $D_{th} \approx 4.5$, что соответствует объемному коэффициенту усиления $k'' \approx D_{th}\omega/(2c) \approx 10^5\text{cm}^{-1}$. Такое значение усиления недостижимо для типичных красителей даже при полной инверсии населенности [135]. К счастью, применение плазмонных материалов и диэлектрических добротных материалов, таких как Yttrium-Iron-Garnet (YIG), может привести к более разумному значению пороговой накачки.

Чтобы превзойти большие омические потери и нереалистичное требуемое значение усиления, мы предлагаем две модификации дизайна МО спазера: активное ядро покрыто сперва слоем серебра, а затем либо слоем кобальта, либо слоем диэлектрического YIG (рис. 4.2а). Благодаря присутствию серебряной оболочки, такая структура является плазмонным резонантором с более высокой добротностью, и можно ожидать, что порог генерации будет существенно ниже. Амплитуды лазерных мод такого МО спазера подчиняются тому же уравнению (111), в котором λ_{\pm} определяются граничными условиями на поверхности сфер.

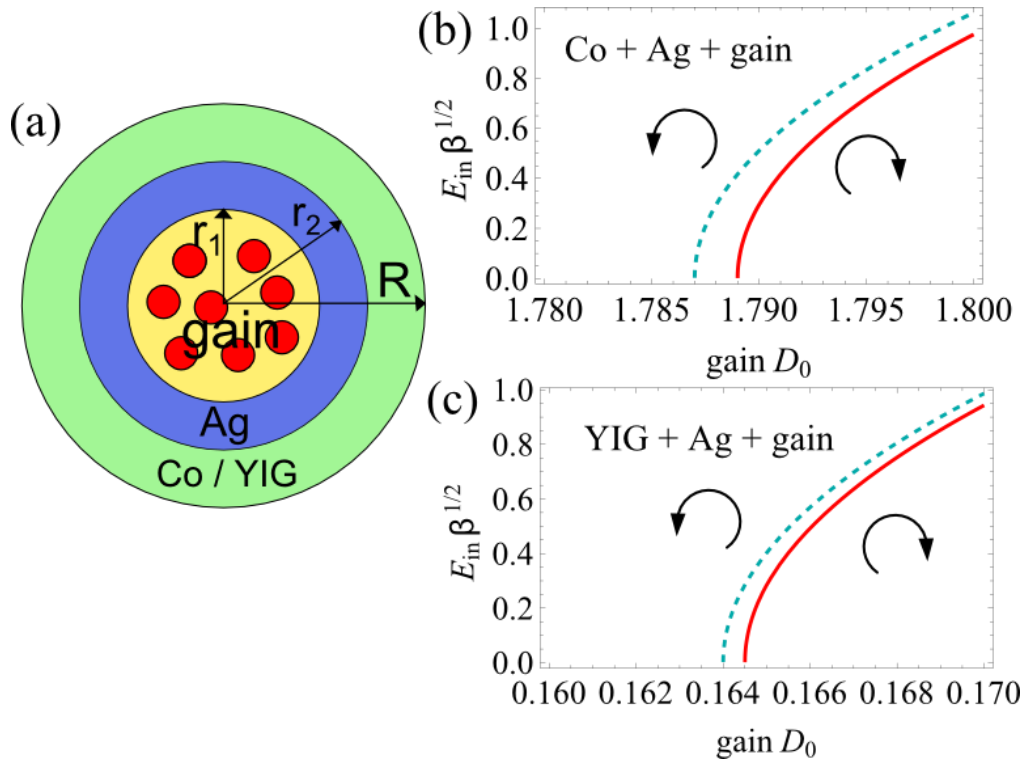


Рис. 4.2. (а) Альтернативный дизайн МО спазера, позволяющий добиться низкого порога накачки. (б) и (в) Амплитуды лазерных мод для Co + Ag и YIG + Ag спазеров, соответственно.

Пороговая накачка спазера зависит от радиусов центральной активной сферы и оболочек и фоновой проницаемости активной среды ϵ_0 . Порог может быть минимизирован оптимальным выбором параметров для обеих структур. Кроме того, следует учитывать, что частота плазмонного резонанса, которая также определяется геометрией резонатора, должна лежать в регионе МО реонанса используемого магнитного материала.

Наши вычисления показывают, что для Co/Ag спазера порог удается снизить до $D_{th} \approx 1.8$ при параметрах $r_1 = 0.6R$, $r_2 = 0.95R$ и $\epsilon_0 = 5$, Рис. 4.2(б). Если выбрать толщину слоя кобальта больше $0.05R$, пороговая накачка быстро принимает прежнее значение $D_{th} \approx 3 \div 4$, соответствующее нереалистичному коэффициенту усиления. Для YIG/Ag спазера удается снизить порог до значения $D_{th} = 0.17$ при выборе следующих параметров: $r_1 = 0.7R$, $r_2 = 0.9R$ и $\epsilon_0 = 2$, Рис. 4.2(в). При этом значение объемного коэффициента усиления равно $k'' \approx 3 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$, что вполне достижимо для типичных красителей.

В заключение, нами рассмотрено в этой главе новое наноразмерное оптическое устройство – магнито-оптический спазер. В отличие от немагнитного спазера, МО спазер обладает двумя лазерными модами с циркулярной поляризацией дипольного момента. Каждая из двух мод

имеет разную частоту спаивания и различный порог генерации. Ожидается, что выше порога только одна из мод будет выживать из-за механизма конкуренции мод. Устройство может найти применение при детектировании киральных и оптически активных молекул.

4.3 Магнито-оптическая плазменная цепочка с усилением

Эффект Фарадея, заключающийся во вращении поляризации электрического поля при распространении волны по МО среде, представляет один из часто используемых способов контроля за распространением электромагнитного излучения. Как было указано выше, является актуальной разработкой систем, обладающих усиленным по сравнению с естественными средами МО откликом.

Один из способов подразумевает использование слоистых систем [167]. В таких системах усиление МО свойств связано с множественными отражениями света внутри системы и последующей интерференцией [168, 169]. МО эффект также может быть усилен в металлических системах. Эффект плазмонного резонанса свободных носителей заряда в металлах на МО эффект был впервые проанализирован в [170], где было обнаружено усиление эффекта Керра в сплошных металлах вблизи плазменной частоты (см. также [171, 172]). Связь между МО свойствами и поверхностными плазмонами в металлах была также продемонстрирована с помощью техники полного внутреннего отражения в работе [173]. В МО системах, содержащих металлические наночастицы, плазмонный резонанс также позволяет существенно усилить МО эффекты [174-179]. Кроме того, усиление МО свойств наблюдалось в дифракционных решетках с МО элементами [180-182] и в периодических системах с отверстиями [183-185].

В данной работе мы исследуем эффект Фарадея в периодической плазменной цепочке [186], находящейся в МО среде. Показано, что вращение поляризации в такой цепочке на порядок превосходит величину вращения в однородной МО среде. Обсуждено влияние омических потерь в плазмонных частицах и предложен возможный способ их компенсации.

Периодические цепочки плазмонных частиц интенсивно изучались со времен работы [186]. В ней было показано, что одномерная цепочка плазмонных наночастиц обладает собственными модами, которые распространяются по цепочке благодаря ближнепольному взаимодействию соседних частиц. В ранних работах для описания мод использовалось простое квазистатическое приближение [187, 188]. Затем, был учтен эффект запаздывания и были получены более точные дисперсионные зависимости [189]. Кроме этого, изучались собственные моды конечных одномерных [190], бесконечных двух [191] и трехмерных [192] периодических кластеров плазмонных наночастиц.

Недавно были обнаружены интересные свойства плазмонных частиц с намагниченностью. В частности, было показано, что цепочки образованные повернутыми вокруг оси цепочки эллипсоидальными наночастицами с намагниченностью образуют оптический изолятор – волновод, способный пропускать свет только в одну сторону [193, 194]. Однако, Фарадеевское вращение в таких системах исследовано не было. Детальное теоретическое изучение кластеров магнитных плазмонных частиц было проведено в работе [195]. Там исследовалось Фарадеевское вращение и циркулярный дихроизм димеров и равномерного газа наночастиц. Во всех этих системах было предсказано усиление Фарадеевского вращения благодаря плазмонному резонансу. Структуры, похожие на рассматриваемую нами, были экспериментально исследованы в работах [196, 197]. Хотя они представляли собой скорее неупорядоченные системы магнитных наночастиц, мы полагаем, что создание линейных периодических систем также возможно.

Мы будем изучать периодическую цепочку металлических (серебряных) наночастиц радиуса R , расположенных на расстоянии L друг от друга и погруженных в МО среду (Bi:YIG). Система схематически изображена на рис. 4.3. Рассмотрим изотропную наночастицу радиуса R с проницаемостью ε^{int} расположенную в МО среде с тензором проницаемости $\hat{\varepsilon}$:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & ig & 0 \\ -ig & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}, \quad (113)$$

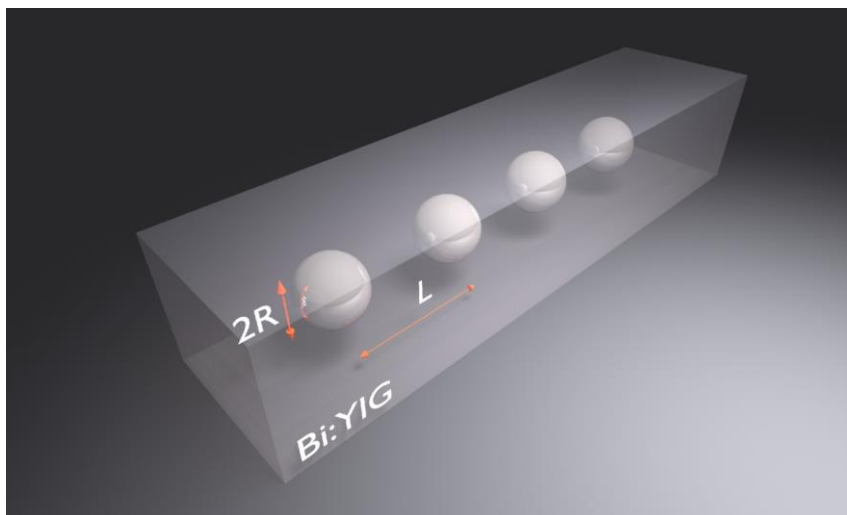


Рис. 4.3. Схематическое изображение геометрии задачи.

Для простоты будем считать, что $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon$. Найдем отклик частицы на приложенное внешнее поле \mathbf{E} в рамках квазистатического приближения. Электростатический потенциал снаружи от частицы запишем в виде

$$\varphi^{ext} = -\mathbf{E}\mathbf{r} + \frac{(\hat{\mathbf{A}}\mathbf{E})\mathbf{r}}{r^3} \quad (114)$$

где $\hat{\mathbf{A}}$ некий неизвестный тензор, который устанавливает связь между приложенным полем \mathbf{E} и дипольным моментом сферы. Электрическое поле снаружи от сферы определяется согласно:

$$\mathbf{E}^{ext} = -\nabla\varphi^{ext} = \mathbf{E} - \hat{\mathbf{A}}\mathbf{E}/r^3 + 3(\hat{\mathbf{A}}\mathbf{E}, \mathbf{n})\mathbf{n}/r^3 \quad (115)$$

Поле внутри частицы мы представим в виде линейного отклика на приложенное поле:

$$\mathbf{E}_{in} = \hat{\mathbf{B}}\mathbf{E} \quad (116)$$

Неизвестные тензоры должны быть определены из электродинамических граничных условий на поверхности частицы:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{in} \cdot \mathbf{n}|_R &= \mathbf{D}_{ext} \cdot \mathbf{n}|_R, \\ \mathbf{E}_{in} \times \mathbf{n}|_R &= \mathbf{E}_{ext} \times \mathbf{n}|_R, \end{aligned} \quad (117)$$

Подставляя сюда выражения для электрического поля внутри и снаружи частицы, приходим к системе уравнений:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{B}} &= 1 - \frac{\hat{\mathbf{A}}}{R^3} \\ \varepsilon_{Ag} \hat{\mathbf{B}} &= \varepsilon \left(1 + \frac{2\hat{\mathbf{A}}}{R^3} \right) + \hat{\mathbf{G}} \left(1 - \frac{\hat{\mathbf{A}}}{R^3} \right) \end{aligned} \quad (118)$$

где тензор $\hat{\mathbf{G}}$ определен как недиагональная часть тензора проницаемости МО среды. Принимая во внимание вид тензора проницаемости окружающей среды, пара неизвестных тензоров представима в виде:

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} a_{xx} & a_{xy} & 0 \\ -a_{xy} & a_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & a_{zz} \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} b_{xx} & b_{xy} & 0 \\ -b_{xy} & b_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & b_{zz} \end{pmatrix} \quad (119)$$

Наконец, с учетом (118) мы находим из (119) интересующие нас элементы тензора \mathbf{A} :

$$a_{xx} = R^3 \frac{\varepsilon_{int}^2 + \varepsilon_{int}\varepsilon - 2\varepsilon^2 - g^2}{\varepsilon_{int}^2 + 4\varepsilon_{int}\varepsilon + 4\varepsilon^2 - g^2}, \quad a_{xy} = R^3 \frac{3i\varepsilon g}{\varepsilon_{int}^2 + 4\varepsilon_{int}\varepsilon + 4\varepsilon^2 - g^2}. \quad (120)$$

Электростатический потенциал внутри и снаружи наночастицы удовлетворяет уравнению Лапласа с проницаемостью ε^{int} и ε соответственно. Слагаемые с недиагональным элементом $\pm ig$ сокращаются. Таким образом, потенциал снаружи φ имеет вид $(\mathbf{d}, \mathbf{r})/(\varepsilon r^3)$. Сравнивая это с выражением (114), мы находим, что поляризуемость наночастицы в МО среде имеет вид

$$\hat{\alpha} = \varepsilon \hat{\mathbf{A}}. \quad (121)$$

Тензор поляризуемости не является диагональным. В подпространстве $E_z = 0$ мы находим два собственных числа тензора поляризуемости:

$$\alpha_- = \varepsilon R^3 \frac{\varepsilon^{int} - \varepsilon - g}{2\varepsilon + \varepsilon^{int} - g}, \quad \alpha_+ = \varepsilon R^3 \frac{\varepsilon^{int} - \varepsilon + g}{2\varepsilon + \varepsilon^{int} + g}, \quad (122)$$

так что $\hat{\alpha}\mathbf{E}_+ = \alpha_+\mathbf{E}_+$ и $\hat{\alpha}\mathbf{E}_- = \alpha_-\mathbf{E}_-$, где $\mathbf{E}_+ = (-i, 1, 0)$ и $\mathbf{E}_- = (i, 1, 0)$ - собственные векторы тензора поляризуемости, соответствующие циркулярной поляризации падающего света.

Получив в предыдущей секции все необходимые величины, мы теперь можем приступить к нахождению собственных мод МО цепочки. Мы хотим найти собственные моды такой цепочки, имеющие координатную зависимость поляризации в виде $\mathbf{d}_n \sim e^{ikz_n}$. С этого момента мы всюду будем опускать гармоническую временную зависимость $e^{-i\omega t}$. Плазменные цепочки имеют как Т-моды (с поляризацией перпендикулярной оси цепочки), так и L-моды (с поляризацией, параллельной оси). Поскольку нам интересно фарадеевское вращение в МО цепочке при распространении волны, то мы ограничимся рассмотрением Т-моды, в то время как для L-моды распространение вдоль цепочки происходит без вращения поляризации.

Последовательный анализ собственных мод требует нахождения величины полного электрического поля, действующего на n -й диполь в цепочке. Это поле создается *всеми остальными частицами*, составляющими цепочку. Однако, как было показано ранее в работе [189], далеко от светового конуса в зоне $k \gg k_0$ (где $k_0 = \text{Re}(n_{\text{БИ:УГ}}\omega/c)$ - волновой вектор плоской волны, распространяющейся в МО среде), дисперсия собственных мод достаточно хорошо описывается ближнепольным взаимодействием ближайших соседей. В дальнейшем мы будем использовать это приближение. Поле, действующее на n -й диполь в цепочке, дается выражением

$$\mathbf{E}_n = -\frac{\mathbf{d}_{n-1}}{\varepsilon L^3} - \frac{\mathbf{d}_{n+1}}{\varepsilon L^3} = -\frac{1}{\varepsilon L^3} (e^{-ikL} \hat{\alpha}\mathbf{E}_n + e^{ikL} \hat{\alpha}\mathbf{E}_n). \quad (123)$$

Данное уравнение представляет собой задачу на собственные числа для тензора поляризуемости наночастицы $\hat{\alpha}$. Подставляя сюда ранее найденные собственные вектора \mathbf{E}_+ и \mathbf{E}_- мы получаем пару дисперсионных соотношений:

$$\mathbf{E}_\pm = -\frac{1}{\varepsilon L^3} (e^{-ikL} + e^{ikL}) \alpha_\pm \mathbf{E}_\pm = -\frac{2 \cos kL}{\varepsilon L^3} \alpha_\pm \mathbf{E}_\pm, \quad (124)$$

из которых может быть получено явное выражение для волнового вектора собственных мод:

$$k_\pm = \frac{1}{L} \arccos \frac{-\varepsilon L^3}{2\alpha_\pm}. \quad (125)$$

Поляризация каждой из этих мод является циркулярной: правой и левой, соответственно. В силу того, что собственные значения α_{\pm} на фиксированной частоте отличаются, отличаются волновые векторы двух мод, поэтому мы можем рассчитывать на вращение поляризации при распространении моды по цепочке при возбуждении ее *линейной* поляризацией [198].

Сперва мы представляем результат вычисления дисперсионной зависимости для цепочки серебряных частиц в МО среде при $R=10\text{nm}$, $L=4R$ и без омических потерь в серебре и окружающей среде. Хотя этот случай является идеализированным, он позволяет оценить, насколько критичными для усиления фарадеевского вращения являются омические потери в плазмонном металле. Пара дисперсионных кривых для такой цепочки частиц построена на Рис. 4.4. Экспериментальные данные из [199] и [200] были использованы для описания диэлектрической проницаемости серебра и Bi:YIG соответственно. Из рисунка видно, что в области плазмонного резонанса, когда $\varepsilon^{int} + 2\varepsilon \approx 0$, возникают разрешенные зоны для двух мод периодической цепочки. Две кривые разделены по частоте из-за МО свойств окружающей среды.

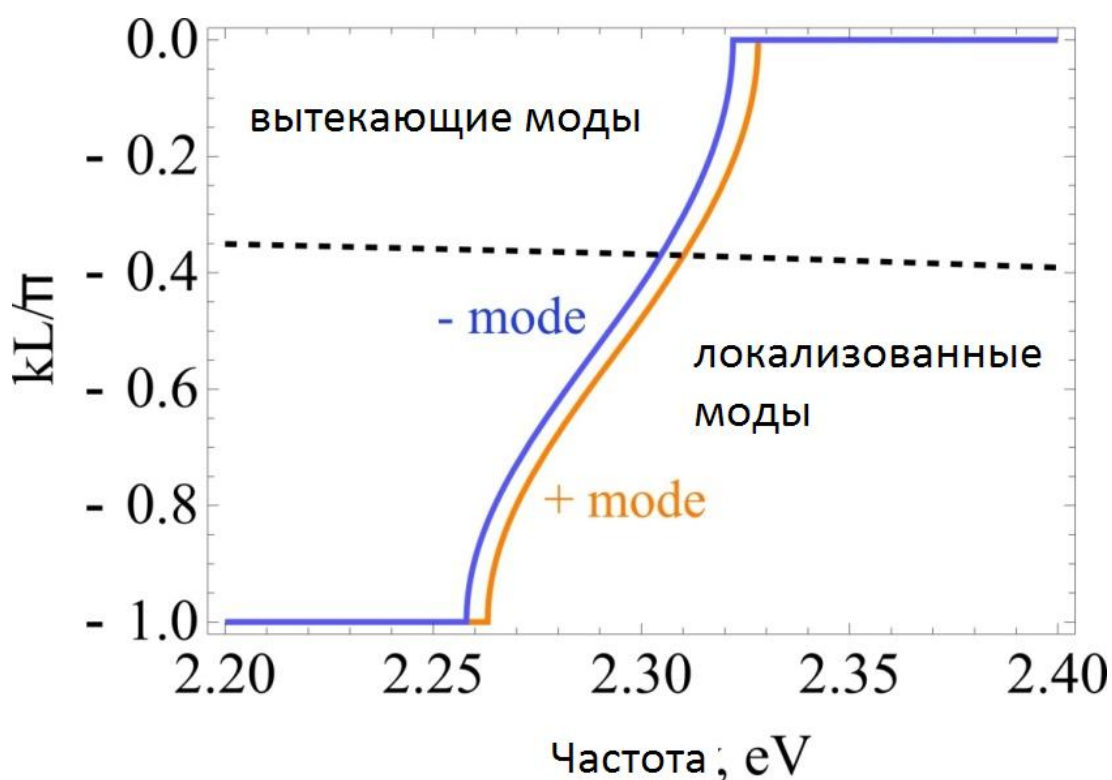


Рис. 4.4. Дисперсионные кривые одномерной магнито-оптической цепочки без учета омических потерь. Штрихованная линия обозначает световой конус. Моды, расположенные выше конуса – утекающие.

Отметим, что моды, представленные на Рис. 4.4, являются обратными волнами: их групповая скорость и фазовая направлены в различные стороны. На всех рисунках в данном разделе мы строим частотную дисперсию таким образом, чтобы групповая скорость всегда была положительной, в то время как фазовая скорость и величина волнового вектора являются отрицательными.

Как отмечалось выше, мы рассматриваем только моды, находящиеся в области $|k| > k_0$. Такие решения (bound modes) могут распространяться по волноводной системе без радиационного затухания, в то время как решения с $|k| < k_0$ (вытекающие моды) испытывают сильное радиационное затухание. Когда в системе присутствуют омические потери, все моды становятся связаны с излучением в окружающее пространство независимо от волнового вектора. Однако, моды с $|\text{Re}(k)| > k_0$ испытывают гораздо более слабое радиационное затухание благодаря их локализованному характеру. По этой причине, в дальнейшем мы будем именовать такие решения локализованными.

В определенных случаях приближение ближайших соседей, использованное нами при выводе закона дисперсии (125), является недостаточно точным даже при рассеянии на субволновых частицах [201, 202]. Чтобы оправдать сделанное приближение, мы сравниваем результат, полученный в ближнепольном приближении с точным решением, которое учитывает все диполи в периодической цепочке, взятым из работы [189]. Результаты представлены на Рис. 4.5 для немагнитной окружающей среды без омических потерь, диэлектрическая проницаемость которой задается диагональным элементом тензора (113). Как видно из Рис. 4.5, далеко от светового конуса точное решение (красная кривая) и решение полученное в приближении ближайших соседей (синяя кривая) дают достаточное согласие.

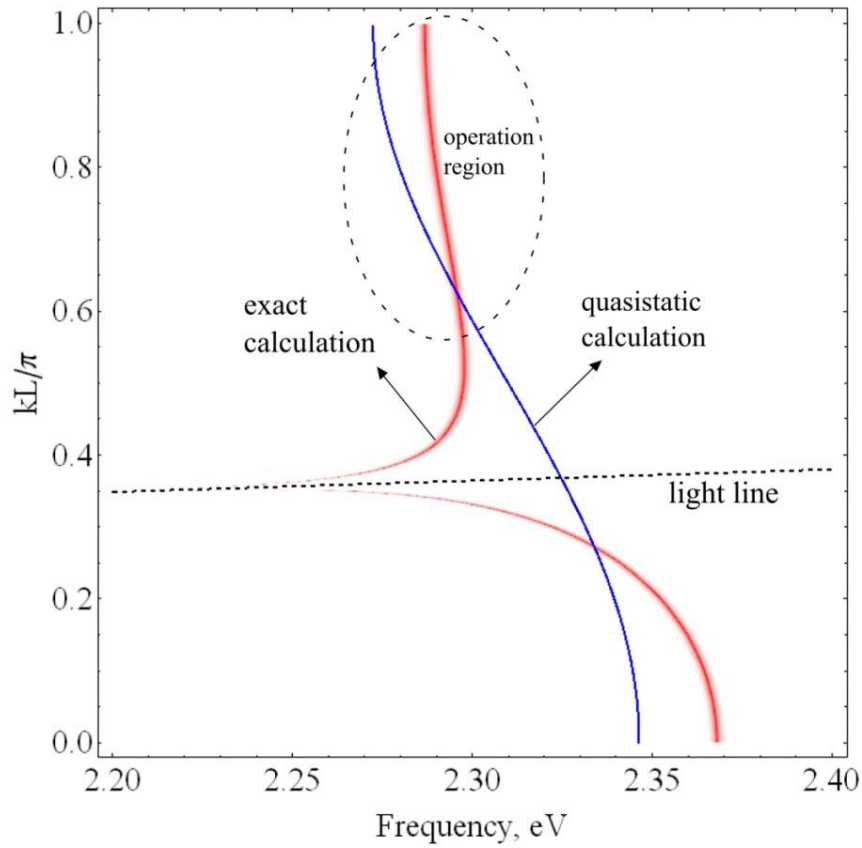


Рис. 4.5. Сравнение дисперсионных кривых, полученных в приближении ближайших соседей (синяя кривая) и точного решения с учетом всех цепочек в частице (красная кривая). Штрихованная линия обозначает световой конус. При больших волновых числах, вдали от светового конуса, используемое приближение дает удовлетворительное согласие с точным решением.

Фарадеевское вращение поляризации на единицу длины при распространении собственной моды по цепочке можно оценить как $\theta = (k_+ - k_-) / 2$. Действительно, когда цепочка возбуждается на входе линейно поляризованным электрическим полем, оно раскладывается на две моды с равными амплитудами:

$$E_{input} = \frac{1}{2} \left[(1, i, 0)^T e^{ik_+z} + (1, -i, 0)^T e^{ik_-z} \right] \Big|_{z=0}. \quad (126)$$

Это выражение в точности совпадает с выражением для фарадеевского вращение в однородной МО среде. На рис. 4.6 показана величина вращение поляризации на длине цепочки, состоящей из 10 частиц. В разрешенной зоне МО цепочки фарадеевское вращение возрастает на несколько порядков по сравнению с вращением в однородной МО среде, показанным на Рис. 4.6 пунктирной линией. Отметим, что вращение возрастает вблизи запрещенной зоны. Данное поведение

становится понятным при взгляде на Рис. 4.4: вблизи границы зоны групповая скорость собственных мод падает, что приводит к большей величине вращения поляризации.

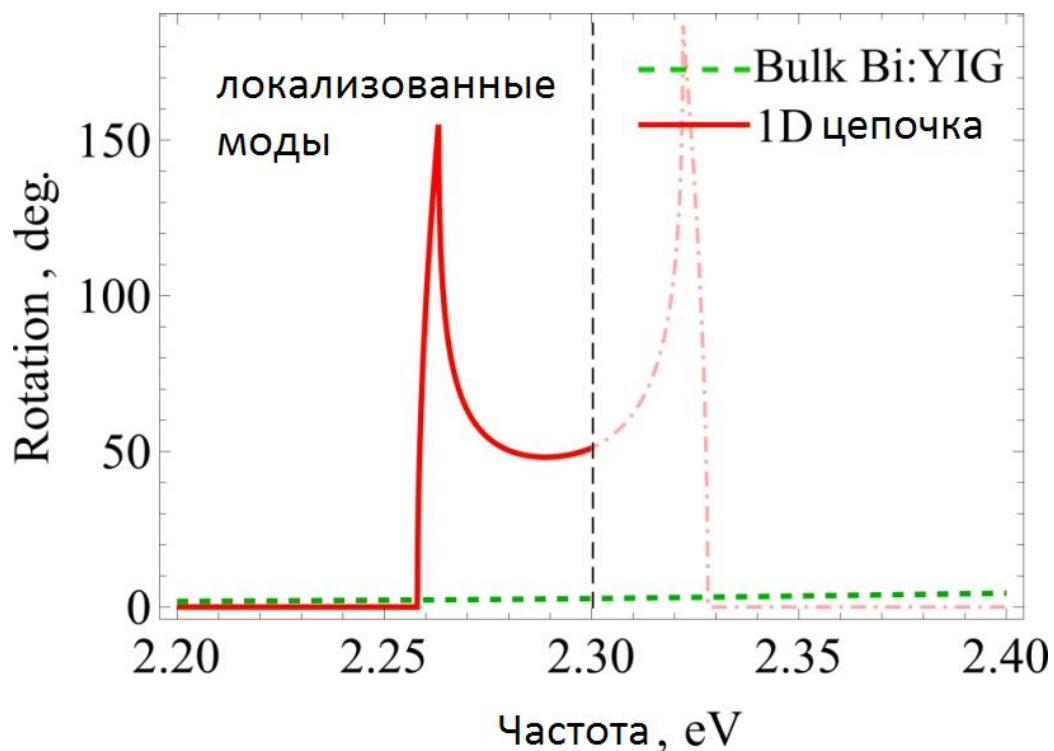


Рис. 4.6. Фарадеевское вращение в цепочке без потерь для длины цепочки $z = 10L$ (сплошная кривая), вращение в однородной МО среде (пунктирная кривая). Вертикальная черта отделяет область локализованных мод.

На рисунке 4.7 представлена пара дисперсионных кривых для цепочки, в которой учитываются омические потери в наночастицах и МО среде, а также фарадеевское вращение в соответствующей цепочке. Видно, что при наличии омических потерь величина фарадеевского вращения сильно падает. Кроме того, пропадает отмеченная ранее тонкая структура величины вращения вблизи границы запрещенной зоны: на рис. 4.7(б) отсутствует возрастание фарадеевского вращения вблизи границы зоны. Также нужно отметить, что длина пробега моды по цепочке с потерями очень мала: она составляет порядка периода цепочки, что крайне недостаточно для применения такой волноводной системы на практике.

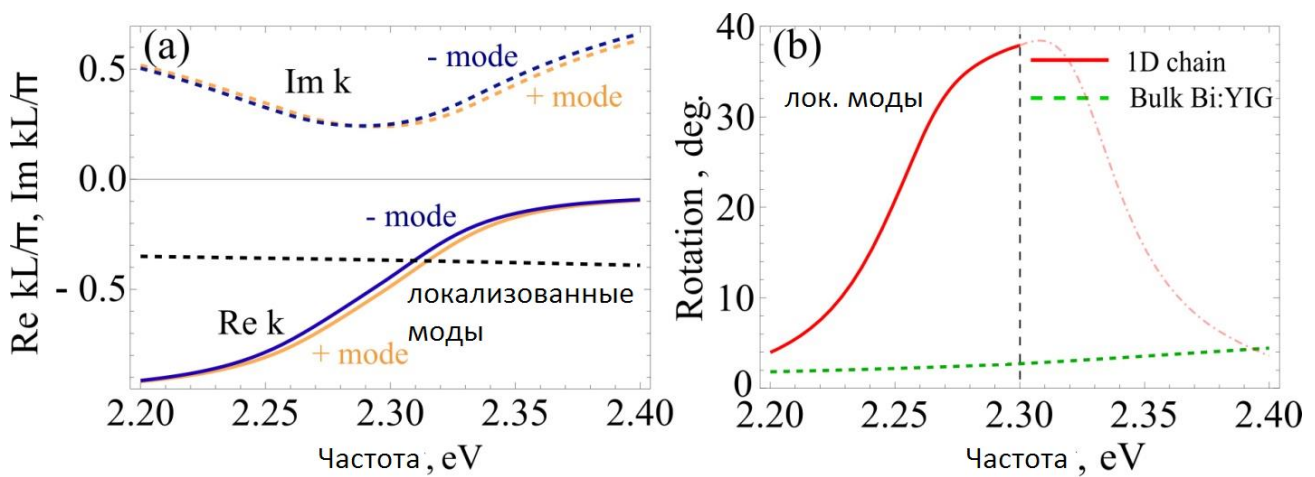


Рис. 4.7. (а) Дисперсия собственных мод МО цепочки с учетом омических потерь. Штрихованная линия обозначает световой конус. Моды ниже конуса – локализованные моды. (б) Частотная зависимость фарадеевского вращения в цепочке с омическими потерями и вращение в однородной МО среде.

Из приведенных результатов можно заключить, что низкий уровень омических потерь критически важен для усиления фарадеевского вращения, поэтому вызывает интерес возможность компенсации этих потерь. Для компенсации омических потерь можно использовать активную среду. Одним из возможных подходов является создание цепочки из композитных частиц.

Проблема компенсации потерь в плазмонных нано-цепочках рассматривалась в нескольких работах [203-205]. В работе [203] усиление осуществлялось посредством окружающей цепочку активной среды, в то время как в работе [205] авторы рассматривали цепочку образованную композитными наночастицами, содержащими усиливающую среду. В статье [204] сравнивались оба подхода. Мы будем следовать второму подходу и рассматривать цепочку, состоящую из композитных наночастиц с активной средой. Отдельная наночастица схематически изображена на Рис. 4.8. Она состоит из серебряного ядра радиуса r_1 и усиливающей оболочки, так что радиус целой наночастицы равен r_2 . Геометрия цепочки такая же, как и в предыдущей части: наночастицы погружены в Bi:YIG на расстоянии L друг от друга, вектор намагниченности МО среды параллелен оси цепочки.

Комбинация усиливающей среды и плазмонного резонатора ведет к образованию лазерной системы – МО спазера [150]. Выше порога лазерной генерации, он имеет две лазерные моды с циркулярной поляризацией дипольного момента и различными частотами лазирования. Однако, в данном случае нас больше интересует подпороговый режим работы спазера, когда усиление недостаточно для того, что поддержать лазирование.

Усиливающая среда ниже порога генерации может быть описана при помощи линейной диэлектрической проницаемости с отрицательной мнимой частью, отвечающей за инверсию населенностей активной среды [58, 147]:

$$\varepsilon_{gain}(\omega) = \varepsilon_0 + D_0 \frac{\omega_0}{\omega} \frac{1}{i + \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\omega\Gamma}}. \quad (127)$$

В формуле (127) Γ - ширина линии испускания усиливающей среды, ω_0 - частота перехода, $D_0 = 4\pi|\mu|^2 n / (\hbar\Gamma)$ - безразмерная характеристика накачки, пропорциональная объемной инверсии населенностей двухуровневых систем n и квадрату дипольного момента $|\mu|^2$. Усиливающая среда может быть реализована как набор молекул органического красителя или квантовых точек. Однако, как мы увидим ниже, усиление предоставляемое красителем даже при полной инверсии населенностей в данном случае недостаточно для компенсации потерь. По этой причине мы считаем, что активная среда представляет собой набор квантовых точек. Величина ширины линии квантовых точек принята равной $\Gamma = 20 \text{ meV}$ [206], проницаемость активной среды в отсутствие накачки - $\varepsilon_0 = 4$.

Частота испускания активной среды подбирается под узкий диапазон частот собственных мод цепочки. Радиусы слоистых наночастиц выбраны равными $r_2 = 10 \text{ nm}$ и $r_1 = 0.8r_2$. Для данных параметров распространение собственных мод по плазмонной цепочке возможно в диапазоне частот от 2.4 до 2.5 эВ, так что частота испускания квантовых точек была выбрана равной $\omega_0 = 2.45 \text{ eV}$.

Повторяя ту же процедуру вывода, что была использована ранее, мы получаем пару дисперсионных соотношений собственных мод активной цепочки:

$$k_{\pm} = \frac{1}{L} \cos^{-1} \left(\frac{-\varepsilon L^3}{2\alpha_{\pm}^{core-shell}} \right), \quad (128)$$

где $\alpha_{\pm}^{core-shell}$ - собственные числа тензора поляризуемости композитной частицы находящейся в МО матрице.

В большинстве приложений эффекта Фарадея требуется, чтобы при нулевом входном сигнале система генерировала на выходе также нулевой сигнал. В то же самое время, в системах с усиливающей средой, когда накачка превышает пороговую величину, может существовать лазерная мода. При этом частицы, составляющие систему, обладают ненулевыми дипольными моментами несмотря на нулевое падающее поле. Данный режим работы МО цепочки не подходит

для приложений. Ниже мы будем работать при таких величинах усиления D_0 , при которых в системе не существует лазерной генерации.

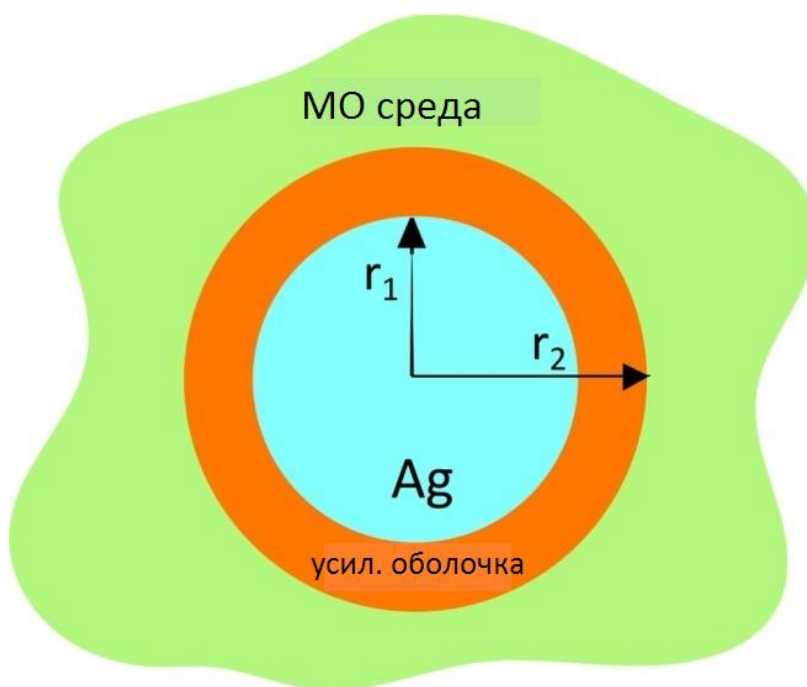


Рис. 4.8. Схематическое изображение композитной наночастицы, составляющей МО цепочку с усилением.

Порог генерации отдельной субволновой частицы определяется условием сингулярности дипольной поляризуемости; точнее, условием сингулярности одного из собственных значений тензора поляризуемости. Тензор $\hat{\alpha}^{core-shell}$ имеет три различных собственных числа, каждое из которых определяет лазерную моду со своим отличным от других порогом генерации. Чтобы предотвратить любую лазерную генерацию, величина накачки D_0 должна не превышать минимальный из этих порогов D_{min} .

В случае кластера взаимодействующих частиц с усилением ситуация совершенно иная. В такой системе лазерные моды имеют гораздо более сложную структуру, и нахождение минимального порога генерации становится гораздо более трудной задачей. Однако, мы можем воспользоваться более строгим условием чтобы гарантировать, что лазерная генерация в системе не происходит.

Рассеивание на одной частице в дипольном приближении описывается тензором поляризуемости $\hat{\alpha}^{core-shell}$. Когда мнимые части всех собственных значений этого тензора положительны,

$$\text{Im}\alpha_+ > 0, \text{Im}\alpha_- > 0, \text{Im}\alpha_{zz} > 0, \quad (129)$$

тогда рассеивание света на отдельной частице сопровождается диссипацией при любой поляризации падающего света, поскольку мощность потерь дается выражением

$$W = \frac{\omega}{2} \left(\text{Im}\alpha_+ |E_+|^2 + \text{Im}\alpha_- |E_-|^2 + \text{Im}\alpha_{zz} |E_z|^2 \right). \quad (130)$$

Как видно из приведенного выражения, для системы диссипативных диполей лазерная мода не может существовать, поскольку мощность потерь всегда положительна. Полагаясь на этот факт, мы будем работать при таких величинах накачки в композитных наночастицах, составляющих цепочку, для которых выполняются неравенства (129). Максимальное значение усиления, при котором наночастица является еще диссипативной, обозначим за D_{diss} . Хотя мы не можем получить аналитического выражения для D_{diss} ввиду крайне сложного выражения для тензора поляризуемости, вычисления указывают на то, что по крайней мере $0.3 < D_{diss}$. Из Рис. 4.9 видно, что при $D_0 = 0.3$ все три собственных числа демонстрируют диссипативное поведение. При любом $D_0 < 0.3 < D_{diss}$ система так же будет диссипативной.

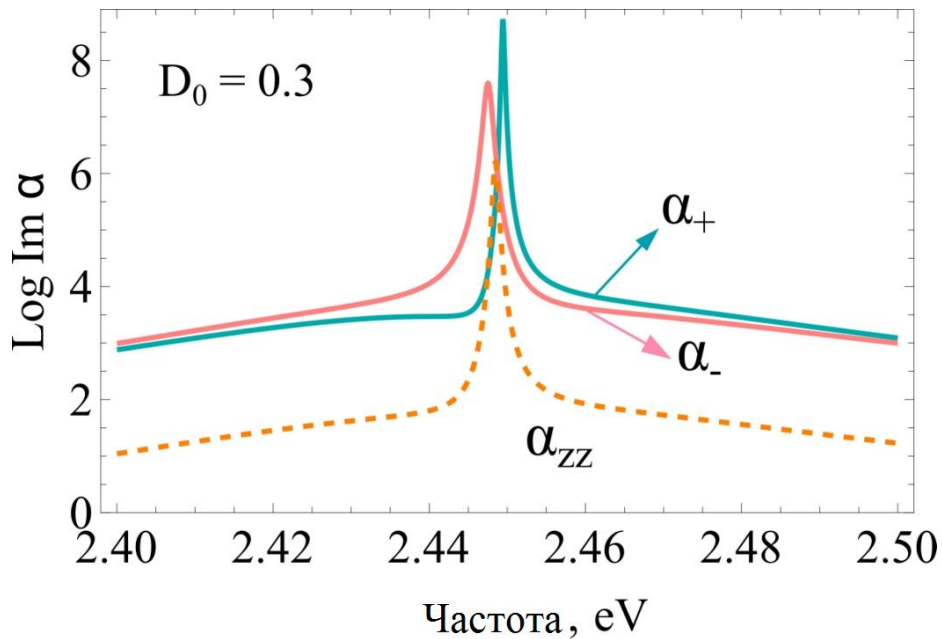


Рис. 4.9. Частотная зависимость трех собственных чисел тензора поляризуемости слоистой наночастицы с усилением, погруженной в МО среду. При уровне накачки активной среды $D_0 = 0.3$ мнимые части всех трех собственных чисел существенно положительны, что означает поглощение света при рассеянии и невозможность лазерной генерации при данном уровне накачки.

На рис. 4.10 приведены дисперсионные кривые МО цепочки с усилением и спектры Фарадеевского вращения для нулевой величины накачки, и для значения $D_0 = 0.3 < D_{diss}$. Расстояние между частицами, как и в случае пассивной цепочки, выбрано равным $L = 4r_2$. В целом, дисперсионные кривые и спектр фарадеевского вращения в цепочке с нулевым усилением повторяет сценарий пассивной цепочки серебряных частиц, рассмотренный выше.

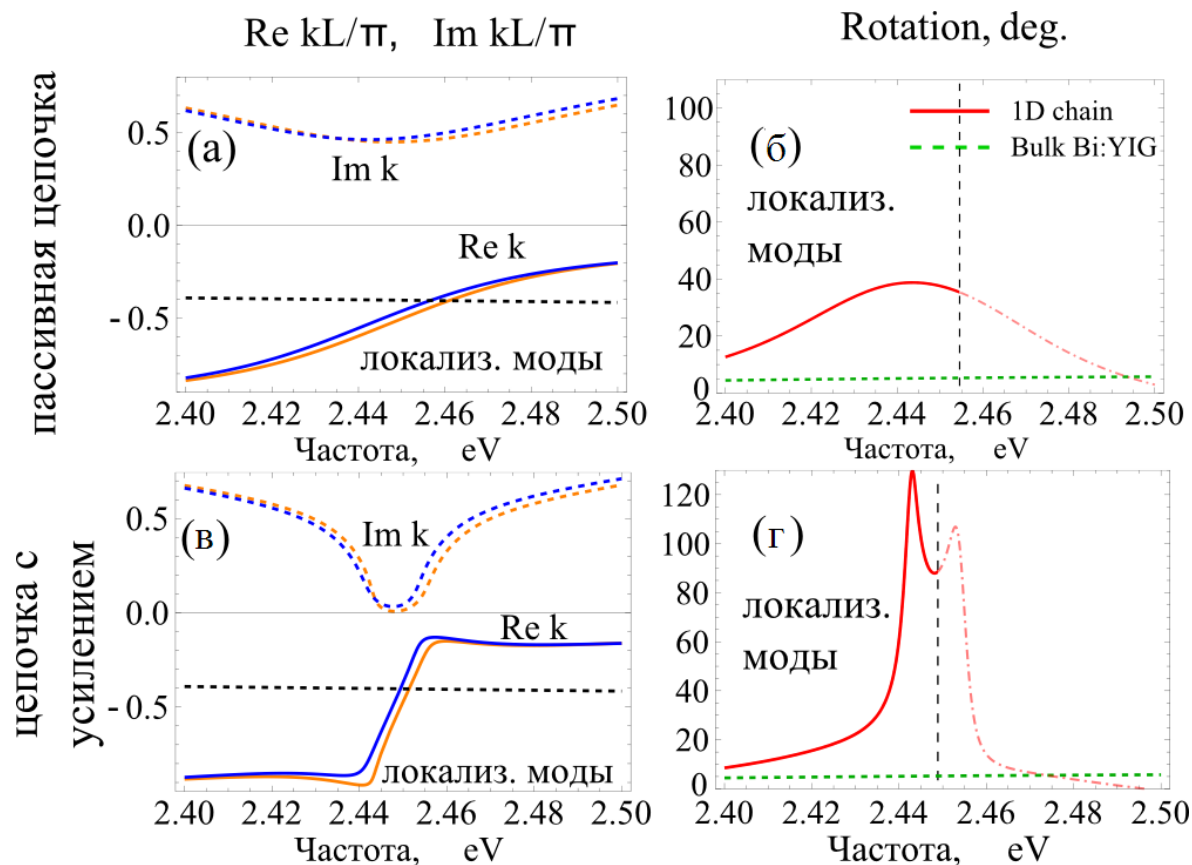


Рис. 4.10. (а,в) Дисперсия собственных мод и (б,г) спектры фарадеевского вращения для цепочки с усилением. Верхний ряд: пассивный случай с $D_0 = 0$, нижний ряд – случай с оптимальной величиной усиления, когда лазерование еще невозможно, $D_0 = 0.3$.

С увеличением накачки область распространяющихся мод становится более выраженной. Отметим, что частота плазмонного резонанса композитной слоистой частицы, погруженной в МО матрицу, отличается от таковой для чисто серебряной частицы из-за дополнительного слоя, который сдвигает резонанс. Вместе с этим, с ростом накачки растет величина фарадеевского вращения. При $D_0 = 0.3$ величина вращения поляризации сравнима с идеализированным случаем без потерь в наночастицах, Рис. 4.10(г).

Добавление накачки также позволяет увеличить длину пробега собственных мод, Рис. 4.10(в). Из-за наложенных ограничений на величину накачки, волновой вектор мод всегда имеет

конечную мнимую часть, и поэтому длина пробега $l_{prop} = 1/\text{Im}k_{\pm}$ также остается конечной. Минимальная величина мнимой части волнового вектора, которой мы можем добиться при данных значениях накачки, соответствует $\text{Im}k_{+,-}L/\pi < 0.03$. Оценим долю энергии, которая достигает выхода цепочки из десяти частиц. Пренебрегая отражениями на концах цепочки, интенсивность поля на выходе может быть оценена как $I_{out} = I_{in} \exp(-2\text{Im}k \cdot 10L) \approx 0.2I_{in}$. Таким образом, около 20% падающего потока достигает конца цепочки, при этом поляризация испытывает поворот на 90 градусов, что вполне достаточно для применений.

Величина накачки активной среды $D_0 = 0.3$ соответствует объемному коэффициенту усиления $k'' = \text{Im}\sqrt{\epsilon_{gain}}\omega_0/c \approx 10^4 \text{ cm}^{-1}$. Это недостижимый для органических красителей уровень, однако, этого можно добиться, используя квантовые точки [160]. Обратим здесь внимание на то, что из-за спонтанного распада квантовых излучателей активной среды величина инверсии населенностей будет меньше, чем в случае активной среды, находящейся в свободном пространстве. Мы симулировали эффект спонтанного распада путем добавления пассивного слоя между металлическим ядром и усиливающим слоем толщиной $t = 3 \text{ nm}$. Вычисления показывают, что большие значения накачки требуются для компенсации потерь, но они по-прежнему достижимы с помощью квантовых точек.

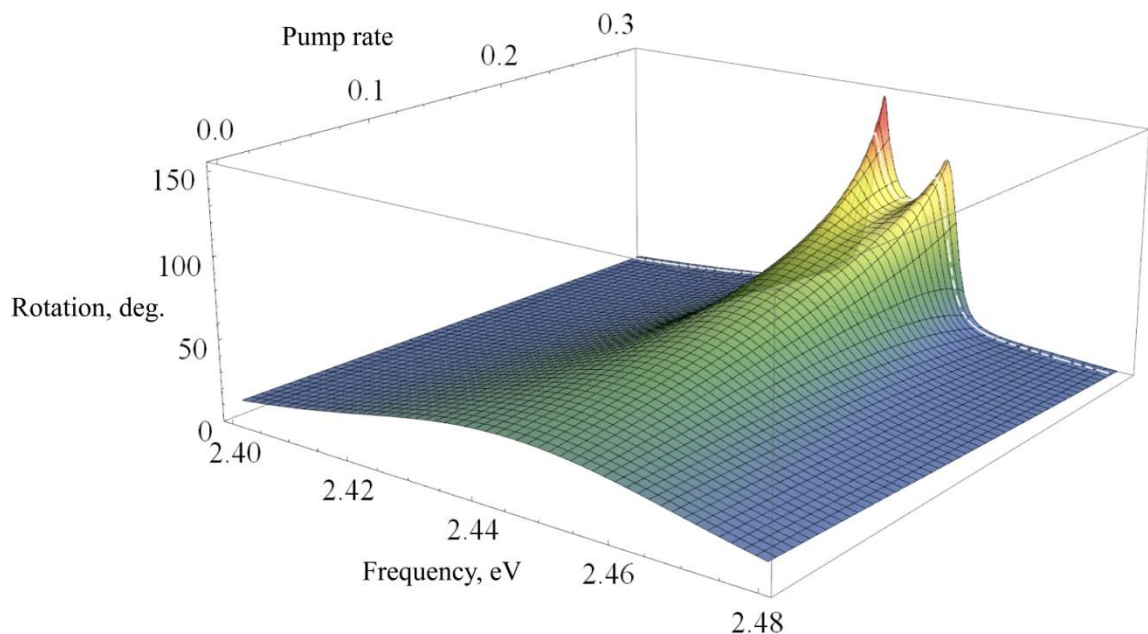


Рис. 4.11. Зависимость фарадеевского вращения поляризации в цепочке с усилением от частоты и величины накачки D_0 . Увеличение накачки приводит к росту величины вращения и появлению тонкой структуры на краях разрешенной зоны.

На Рис. 4.11 показан спектр фарадеевского вращения как функция частоты и накачки активной среды. С увеличением накачки величина вращения поляризации МО цепочкой растет внутри разрешенной зоны собственных мод. При накачке близкой к $D_0 = 0.3$ становится различима тонкая структура, состоящая из двух пиков вблизи границы разрешенной зоны, где групповые скорости двух мод уменьшаются по сравнению с серединой зоны.

В заключение, мы теоретически изучили усиление фарадеевского вращения в периодической цепочке плазмонных наночастиц, помещенных в МО матрицу. Вращение в такой цепочке частиц может в десятки раз превосходить сращение на единицу длины в однородной МО среде. Присутствие омических потерь является критичным для усиления вращения. Потери могут быть скомпенсированы оптическим усилением. Мы рассматриваем конфигурацию цепочки, в которой усиление включено в один из слоев наночастицы. В этом случае, плазмонная МО частица становится МО спазером. При уровнях накачки меньшей порога генерации длина пробега собственных мод возрастает и увеличивается величина фарадеевского вращения.

Глава 5

Суперосцилляции

5.1 Введение

Предположение о том, что функция с ограниченным спектром $f(t)$, т.е. функция, чье преобразование Фурье $\hat{f}(\omega)=0$ для всех частот $|\omega| > \omega_{\max}$, может осциллировать на конечном промежутке значительно *быстрее гармоника с максимальной частотной составляющей*, является контринтуитивным. Однако, как было показано М. Берри в работе [84] в 1994, такие функции осциллировать гораздо быстрее (строго говоря, со сколь угодно большой частотой) граничной частоты спектра ω_{\max} . Такие функции были названы *суперосциллирующими* (СО). После этого открытия, их математические свойства были подробно изучены [13, 207, 208]. При помощи СО функций удалось добиться субволновой фокусировки света без использования ближних полей [94, 99, 101, 102, 209, 210]. Также, был продемонстрирован микроскоп с субволновым разрешением за счет суперосцилляций. Во всех подобных работах рассматривались пространственные осцилляции какой-либо функции – величины электрического поля или квадрат волновой функции частицы.

В то же самое время, поведение временных суперосцилляций с математической точки зрения совершенно аналогично случаю пространственных осцилляций. В силу этого представляется крайне интересным исследовать взаимодействие СО во времени сигналов с различными резонансными системами. Лишь недавно было изучено прохождение суперосциллирующего во времени сигнала через линейную поглощающую среду [211]. Данная глава посвящена исследованию взаимодействия суперосциллирующих во времени сигналов (электрического поля) с нелинейными системами.

5.2 Нерезонансное возбуждение двухуровневой системы суперосциллирующим электрическим полем

Любопытный пример таких осцилляций, который мы исследуем в данном разделе – динамика квантовой дипольной двухуровневой системы (ДУС) во внешнем СО электрическом поле. Обычно считается, что ДУС может быть возбуждена на верхний энергетический уровень, если частота падающего света лежит в узкой линии поглощения $\omega_0 - \Gamma < \omega < \omega_0 + \Gamma$ [212, 213]. Мы исследуем интригующий вопрос: можно ли возбудить ДУС СО электрическим полем, все спектральные компоненты которого лежат *вне полосы поглощения* ДУС?

Самый простой способ конструирования СО функции – выбрать линейную комбинацию гармонических осцилляций с частотой, ниже частоты отсечки:

$$s(t) = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^N c_n g_n(t), \quad g_n(t) = \exp(i\omega_n t), \quad (131)$$

где $|\omega_n| < \omega_{\max}$. Чтобы добиться суперосциллирующего поведения, мы выбираем последовательность моментов времени $t_n, n=1\dots N$, в которых искомая функция принимает заранее заданные значения $s(t_n) = s_n$. Далее, неизвестные коэффициенты определяются из системы линейных уравнений:

$$s(t_j) = \sum_{n=1}^N c_n \exp(i\omega_n t_j) = s_j. \quad (132)$$

Если значения s_n выбраны таким образом, что они осциллируют быстрее частоты отсечки, ω_{\max} , тогда функция $s(t)$ будет обладать суперосциллирующим поведением на временном интервале $t_1 < t < t_N$.

Чтобы проиллюстрировать процесс возбуждения ДУС из основного состояния под действием СО электрического поля, мы рассматриваем динамику ДУС в коротком импульсе, заданном выражением:

$$f(t) = s(t) \exp\left(-\frac{(t-t_0)^2}{T^2}\right), \quad (133)$$

Конечно, рассмотрение короткого импульса (133) вместо комбинации гармонических колебаний (132) уширяет спектр импульса, привнося ранее не содержащиеся частоты. Как следствие, часть спектра электрического поля $f(t)$ перекрывается с линией поглощения атома. Однако, как мы покажем, нерезонансное возбуждение ДУС не может быть вызвано этим уширением, если время импульса T выбрано достаточно большим.

Объект наших исследований – квантовый излучатель, находящийся во внешнем осциллирующем электрическом поле. Мы моделируем излучатель как ДУС с основным и возбужденным состоянием, обозначаемым $|g\rangle$ и $|e\rangle$. Электрическое поле предполагается классическим, что обосновано в случае сильных внешних полей. Динамика ДУС подчиняется уравнению Шредингера с классическим гамильтонианом, описывающим ДУС во внешнем электрическом поле:

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_0 \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} - \Omega f(t) (\hat{\sigma}^\dagger + \hat{\sigma}), \quad (134)$$

где ω_0 частота перехода ДУС, $\hat{\sigma} = |g\rangle\langle e|$ и $\hat{\sigma}^\dagger = |e\rangle\langle g|$, $\Omega = \mu E$ частота Раби, и $f(t)$ амплитуда электрического поля. Ниже мы измеряем все частоты в единицах ω_0 и все времена в обратных частотах ω_0^{-1} . При помощи матрицы плотности уравнения движения ДУС запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_1 &= \rho_2 - \rho_1 / T_2, \\ \dot{\rho}_2 &= -\rho_1 - \rho_2 / T_2 + 2\Omega f(t) \rho_3, \\ \dot{\rho}_3 &= -2\Omega f(t) \rho_2 - (\rho_3 - \rho_{30}) / T_1.\end{aligned}\tag{135}$$

В уравнениях (135), члены $\rho_{1,2,3}$ выражены через элементы матрицы плотности как $\rho_1 = \rho_{12} + \rho_{21}$, $\rho_2 = i(\rho_{12} - \rho_{21})$ и $\rho_3 = \rho_{22} - \rho_{11}$. Чтобы учесть эффекты спонтанного распада и дефазировки, слагаемые с временами T_1 и T_2 включены в уравнения. (135). Величина ρ_{30} представляет собой инверсию населенностей без внешнего поля, так что мы считаем, что $\rho_{30} = -1$ при комнатной температуре. Для времен затухания и дефазировки выберем значения в безразмерных единицах $T_1 = 500$ и $T_2 = 300$, соответственно, и величину частоты Раби $\Omega = 0.01$.

Для конструирования СО функции $s(t)$ выберем базис из пяти гармоник $g_n(t) = e^{i\omega_n t}$ с частотами

$$\omega_n = 0.18n, \quad n = 1, \dots, 5.\tag{136}$$

Все гармоники удовлетворяют условию $|\omega_n| < \omega_0$. Чтобы теперь добиться СО поведения, мы выбираем 5 моментов времени $t_n = \pi n / \omega_0$, $n = 0, \dots, 4$, каждому из которых присваиваем требуемое значение функции: $s_1 = s_3 = s_5 = -1$, $s_2 = s_4 = 1$, рис. 5.1(а). Решая систему уравнений (132), мы получаем значения пяти неизвестных коэффициентов:

$$\begin{aligned}c_1 &\approx -0.156 + 0.331i, \quad c_2 \approx -0.862 - 1.042i, \\ c_3 &\approx 2.341 - 0.601i, \quad c_4 \approx -0.502 + 2.634i, \\ c_5 &\approx -1.820 - 1.322i.\end{aligned}\tag{137}$$

На рис. 5.1(б) показана функция $s(t)$ и гармоника с самой большой частотой из базиса (6). Видно, что $s(t)$ осциллирует на участке времени $0 < t < 4\pi$ с локальной частотой $\omega_{loc} = 1$.

Приступим к исследованию динамики ДУС в импульсе электрического поля формы $f(t) = A s(t) \exp[-(t-t_0)^2 / T^2]$ длительностью $T = 100$ и позицией $t_0 = 200$. Форма импульса и его спектральная плотность $\hat{f}(\nu) = \left| \int f(t) e^{i\nu t} dt \right|$ приведены на рис. 5.1(в,г). Пять пиков на Рис. 5.1(г) соответствуют пяти гармоникам функции $s(t)$ из набора (136), которые уширены из-за

экспоненциального множителя $\exp[-(t-t_0)^2/T^2]$. Временная динамика инверсии населенностей ρ_3 показана на Рис. 2 для трех различных амплитуд внешнего поля $A=1$, $A=4$ и $A=7$ (данные значения амплитуд выбраны, поскольку они позволяют ясно проиллюстрировать динамику инверсии населенностей ДУС).

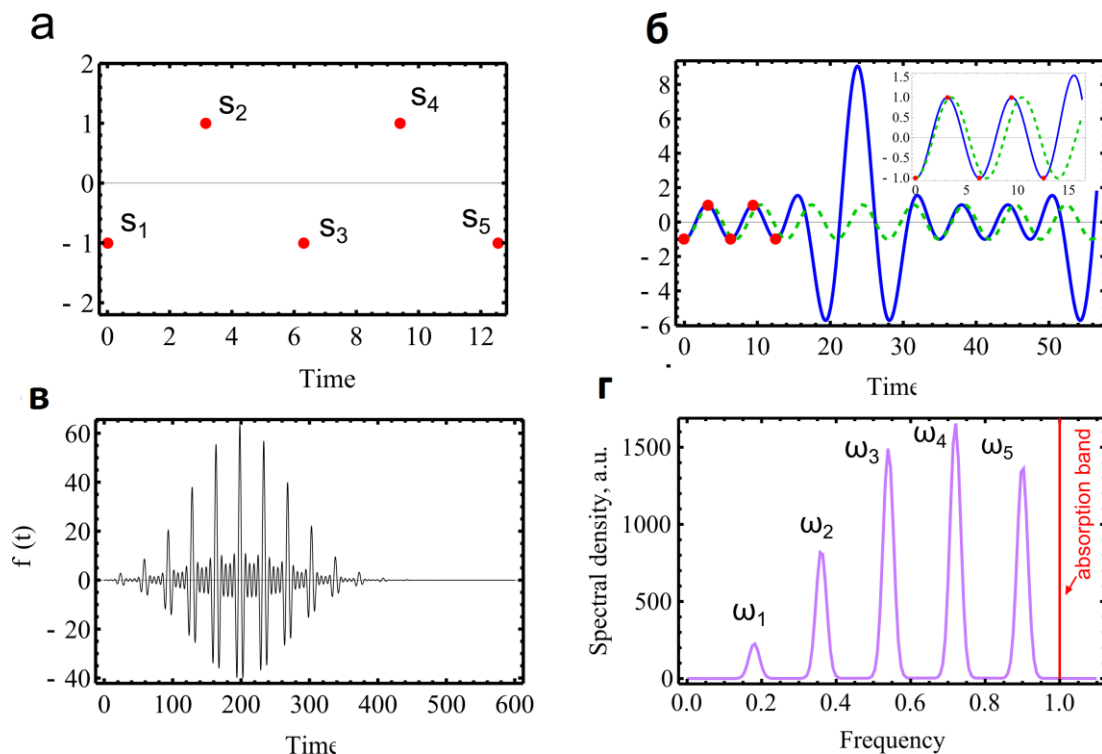


Рис. 5.1. (а) Заданный набор точек $\{t_n, s_n\}$ доставляющий суперосциллирующее поведение функции $s(t)$. (б) Сплошная кривая: СО функция $s(t)$ полученная решением системы уравнений (2). Пунктирная линия: самая быстрая составляющая функции $s(t)$ с частотой $\omega_5 = 0.9$. На вставке показан временной интервал, на котором наблюдаются суперосцилляции функции $s(t)$. (в) Импульс электрического поля $f(t)$ длительностью $T=100$ и амплитуды $A=7$. (г) Спектральная плотность импульса, показанного на рисунке (в). Пять пиков соответствуют пяти частотным составляющим $g_n(t)$. Тонкая красная линия обозначает узкую полосу поглощения ДУС.

Рис. 5.2 представляет основной результат статьи. Когда константа связи ДУС и поля мала (левый рисунок, $A=1$), ДУС практически не взаимодействует с нерезонансным СО импульсом (Рис. 5.2б). На среднем рисунке, соответствующем амплитуде $A=4$, заметны осцилляции инверсии населенностей. Во время действия импульса инверсия может стать положительной, как видно на

Рис. 5.2(д). Однако, после того как действие импульса проходит, инверсия населенностей возвращается близко к начальному значению $\rho_{30} = -1$, несмотря на СО поведение импульса.

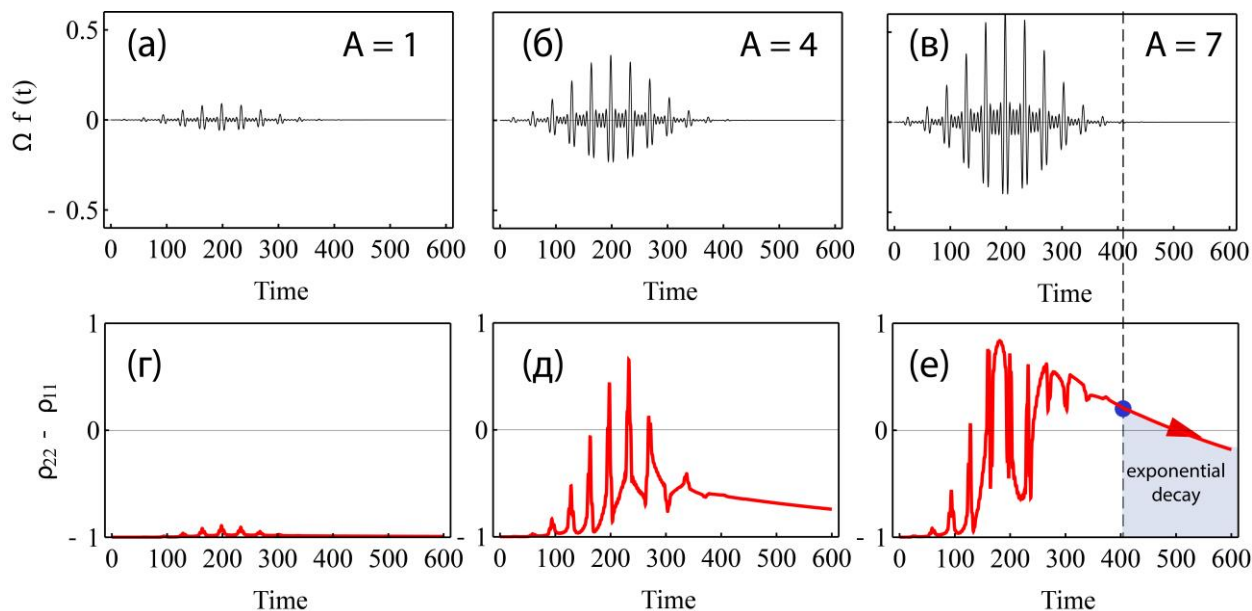


Рис. 5.2. (а-в) зависящая от времени частоты Раби $\Omega f(t)$ суперосциллирующего пучка для амплитуд пучка $A=1, 4$, и 7 . (г-е) Инверсия населенностей ДУС, находящейся во внешнем поле, заданном $f(t)$. Для $A=7$, положительная инверсия населенностей $\rho_{22} - \rho_{11} > 0$ может быть достигнута в конце импульса.

Правые рисунки отображают самый интересный и важный для нас результат. При амплитуде импульса $A=7$, в конце импульса (временная отметка $t = 400$) ДУС оказывается в возбужденном состоянии: $\rho_{22} - \rho_{11} > 0$. Когда действия импульса окончено, ДУС испытывает обычный экспоненциальный распад с невозбужденное состояние. Данная динамика ДУС является прямым следствием суперосциллирующего поведения внешнего импульса[214].

Проиллюстрируем важность суперосцилляций для наблюдения нерезонансного возбуждения ДУС. Рассмотрим динамику ДУС во внешнем поле вида $f(t) = A \cos(\omega_5 t) \exp[-(t-t_0)^2 / T^2]$, образованном гармоникой с максимальной частотой ω_5 из набора гармоник (6). Амплитуда данного квазимонохроматического импульса $A=12$ выбрана таким образом, чтобы характерная константа связи Ωf во время действия импульса была соизмерима с величиной константой связи, для которой удается наблюдать нерезонансное возбуждение (Рис. 5.2е). Результаты, представленные на Рис. 5.3 ясно показывают, что использование одной нерезонансной гармоники не позволяет достичь инверсии населенностей

ДУС. В конце действия импульса инверсия населенностей составляет $\rho_3 \approx -0.7$. Для еще больших амплитуд внешнего импульса инверсия имеет близкое значение. Ни при какой амплитуде импульса с частотой ω_5 не наблюдалась положительная инверсия населенностей.

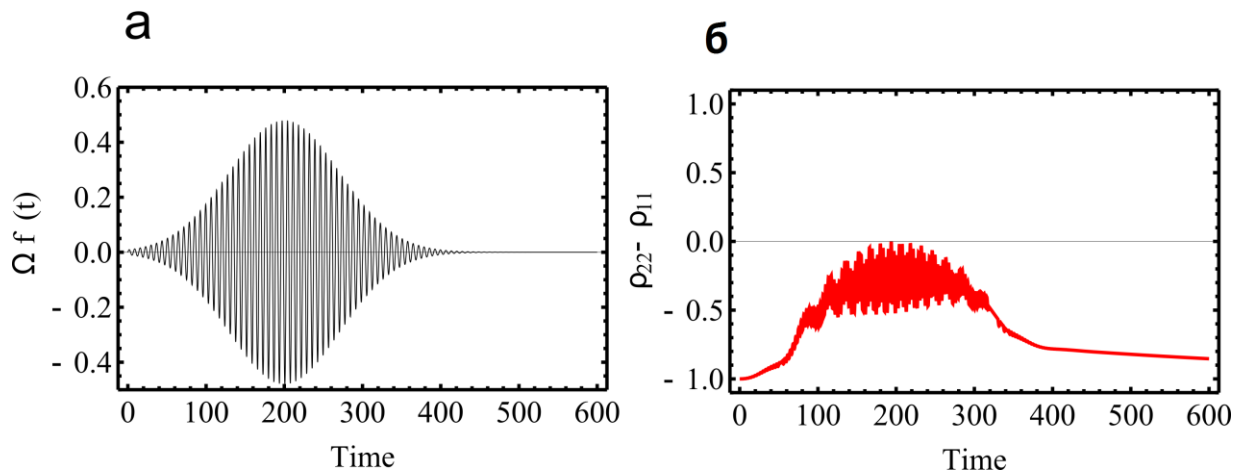


Рис. 5.3. Взаимодействие ДУС с нерезонансным световым пучком *без суперосцилляций*. (а) частота Раби Ωf импульса, образованного гармоникой ω_5 . Характерное значение частоты Раби соответствует случаю, изображенному на рис. 5.1(е). (б) Соответствующая динамика инверсии населенностей ДУС $\rho_3 = \rho_{22} - \rho_{11}$ для импульса, изображенного на рис. 5.3(а).

Наблюдаемое поведение ДУС также не может быть объяснено уширением спектра внешнего импульса, заметного на Рис. 5.1(д). Чтобы доказать это, рассмотрим динамику ДУС в импульсе электрического поля, образованного *резонансной* составляющей ω_0 :

$$f_{res}(t) = A_{res} \operatorname{Re} \exp(i\omega_0 t) \exp\left(-\frac{(t-t_0)^2}{T^2}\right). \quad (138)$$

Амплитуда импульса выбрана равной $A_{res} = 0.02$. Спектральные плотности импульса (138) и нерезонансного СО импульса, для которого удается достичь инверсии населенностей, показаны на Рис. 5.4(а). Спектральные плотности двух импульсов в области линии поглощения ДУС имеют величину одного порядка. На рис. 5.4(б) показана соответствующая динамика ДУС в импульсе вида (8). Инверсия населенностей во время действия импульса пренебрежимо мала по сравнению с показанной на рис. для случая СО импульса. Фактически, максимальное значение инверсии, достигаемое ДУС во время действия импульса, превышает значение инверсии в покое (-1) лишь на величину порядка 10^{-3} . Данный факт ясно свидетельствует о том, что взаимодействие ДУС с резонансной частью СО пучка, образовавшейся в результате уширения спектра, совершенно недостаточно для достижения положительной инверсии населенностей.

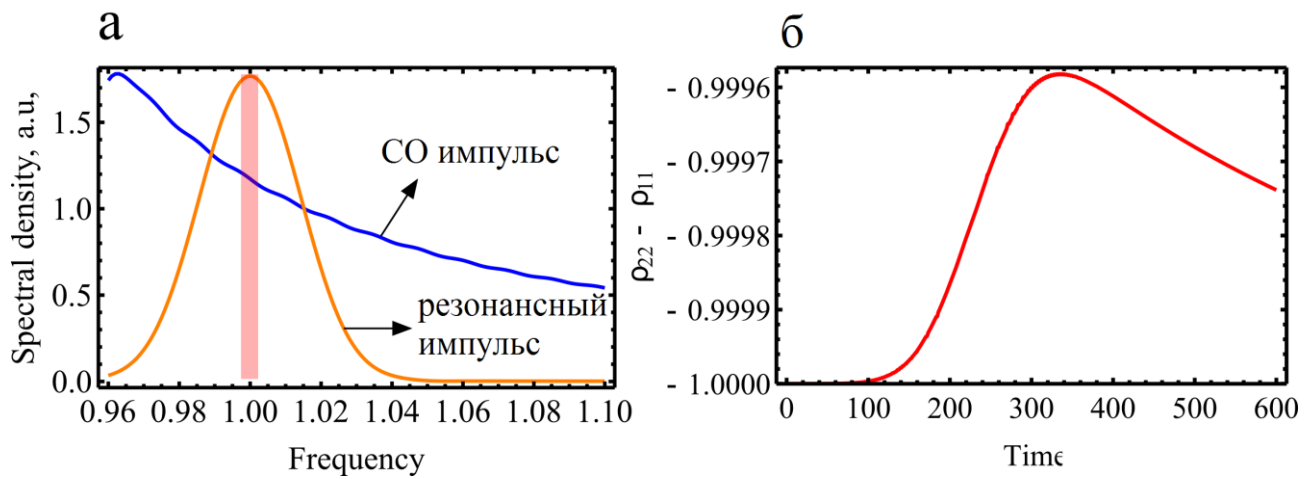


Рис. 5.4. Динамика ДУС в резонансном импульсе, заданном выражением (138). (а) спектральная плотность СО импульса и резонансного импульса (138). Красная область обозначает линию поглощения ДУС. (б) соответствующая динамика инверсии населенностей ДУС в импульсе электрического поля $f_{res}(t)$.

Может показаться, что данное нерезонансное возбуждение может быть вызвано многофотонными переходами. Однако, это не так. Дело в том, что частоты ω_n , составляющие базис гармоник $g_n(t)$, из которых составляется искомая суперосциллирующая функция, произвольны. Единственное условие, которому они должны удовлетворять – разрешимость системы уравнений (132). Таким образом, набор частот можно подобрать таким образом, чтобы никакая комбинация частот (сумма или разность) не доставляла резонансной частоты ω_0 . При этом условии многофотонные переходы не будут происходить. Конкретный набор частот, используемый в наших вычислениях, удовлетворяет этому условию.

В заключение, мы исследовали крайне интересную динамику квантового излучателя в суперосциллирующем электрическом поле. Возможно создать импульс внешнего поля, используя только низкочастотные компоненты, под действием которого атомный переход перейдет в возбужденное состояние с положительной инверсией населенностей. Данная динамика однозначно связана с СО поведением импульса и не может быть объяснена многофотонными процессами или уширением спектра импульса.

5.3 Суперосциллирующий отклик нелинейной системы на гармонический сигнал

В данном разделе изучается отклик нелинейной безинерционной системы на осциллирующий входной сигнал. Предложен метод нелинейного синтеза суперосциллирующего

сигнала из низкочастотного гармонического сигнала. Мы используем технику гармонического синтеза [215] и получаем явный вид требуемой функции отклика $f(z)$ нелинейной системы, которая преобразует входной сигнал $z(t)$ в суперосциллирующий выходной $y(t) = f(z(t))$.

Сформулируем проблему более строго. На вход нелинейной системы подается гармонический сигнал $z(t) = \cos \omega_0 t$. Для получаемого выходного сигнала требуется, чтобы он демонстрировал суперосциллирующее поведение во времени. Следовательно, задача состоит в нахождении нелинейной функции отклика $f(z)$. Нас интересует случай, когда выходной сигнал представим в виде суперпозиции N гармонических колебаний с частотами, кратными ω_0 . Пример такой функции был построен в [209]: $y(t) = \sum_{n=0}^5 A_n \cos n\omega_0 t$, $A_0 = 1$, $A_1 = 13295000$, $A_2 = -30802818$, $A_3 = 26581909$, $A_4 = -10836909$, $A_5 = 1762818$, $\omega_0 = 1$. Эта функция построена на Рис. 5.5 вместе с самой быстрой гармоникой в спектре $\cos(5t)$. Видно, что на интервале $-0.1 < t < 0.1$ суперосциллирующая функция $y(t)$ аппроксимируется функцией $f_{app}(t) = (\cos 43t + 1)/2$, которая осциллирует почти в 9 раз быстрее, чем самая быстрая гармоника из спектра функции $y(t)$.

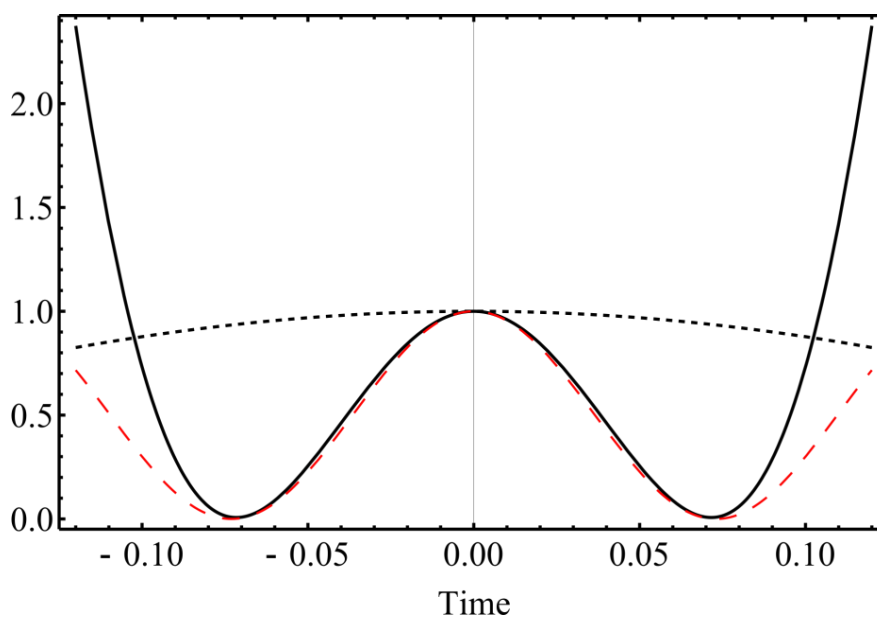


Рис. 5.5. Суперосциллирующая функция $y(t)$ содержащая спектральные компоненты $\omega_n = n$ (непрерывная кривая) и самая быстрая спектральная компонента $\omega_5 = 5$ (черная пунктирная кривая). Красная кривая показывает аппроксимацию $y(t)$ гармонической функцией в окрестности $t = 0$.

Мы будем искать функцию отклика системы в виде полинома степени N :

$$f(z) = a_0 + a_1 z + \dots + a_N z^N. \quad (139)$$

Далее, уравнение $y(t) = f(z(t))$ может быть представлено в виде

$$\sum_{n=0}^N a_n \cos^n \omega_0 t = \sum_{n=0}^N A_n \cos n\omega_0 t. \quad (140)$$

Получив значения коэффициентов A_n , которые обеспечивают суперосциллирующее поведение выходного сигнала, мы можем получить общее выражение для величин a_n , задающих вид функции отклика нелинейной системы. Ниже мы приводим явные выражения для случая $N=6$:

$$\begin{aligned} a_0 &= 2^0 (A_0 - A_2 + A_4), \\ a_2 &= 2^1 (A_2 - 4A_4), \\ a_4 &= 2^3 (A_4), \end{aligned} \quad (141)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= 2^0 (A_1 - 3A_3 + 5A_5), \\ a_3 &= 2^2 (A_3 - 5A_5), \\ a_5 &= 2^4 (A_5). \end{aligned} \quad (142)$$

Данные выражения могут быть обобщены для большего числа гармонических компонент при помощи правил, приведенных в [215].

Уравнения (139), (141) и (142) определяют искомую функцию отклика безынерционной системы [216]. Для заданной выше суперосциллирующей функции $y(t)$ эти выражения приводят к функции отклика следующего вида

$$\begin{aligned} f(z) &= 10^7 (1.9965910 - 5.7636637z + 2.5089636z^2 \\ &\quad + 7.1071276z^3 - 8.6695272z^4 + 2.8205088z^5) \end{aligned} \quad (143)$$

Эта функция построена на Рис. 5.6. Видно, что величина выходного сигнала лежит в диапазоне значений, на семь порядков превосходящих диапазон входных значений. Однако, можно устранить настолько сильное требуемое усиление сигнала путем масштабирования функции отклика на множитель 10^7 . Это уменьшит амплитуду суперосцилляций, но оставит неизменной их форму. Помимо того, из Рис. 5.6 видно, что $f(0) \neq 0$, т.е. нелинейная система генерирует ненулевой выходной сигнал в отсутствие падающего сигнала. Данный артефакт можно устранить, если вычесть из функции отклика константу a_0 . Выходной сигнал по-прежнему будет суперосциллирующим, однако, отклик системы на нулевой входной сигнал будет так же нулевым.

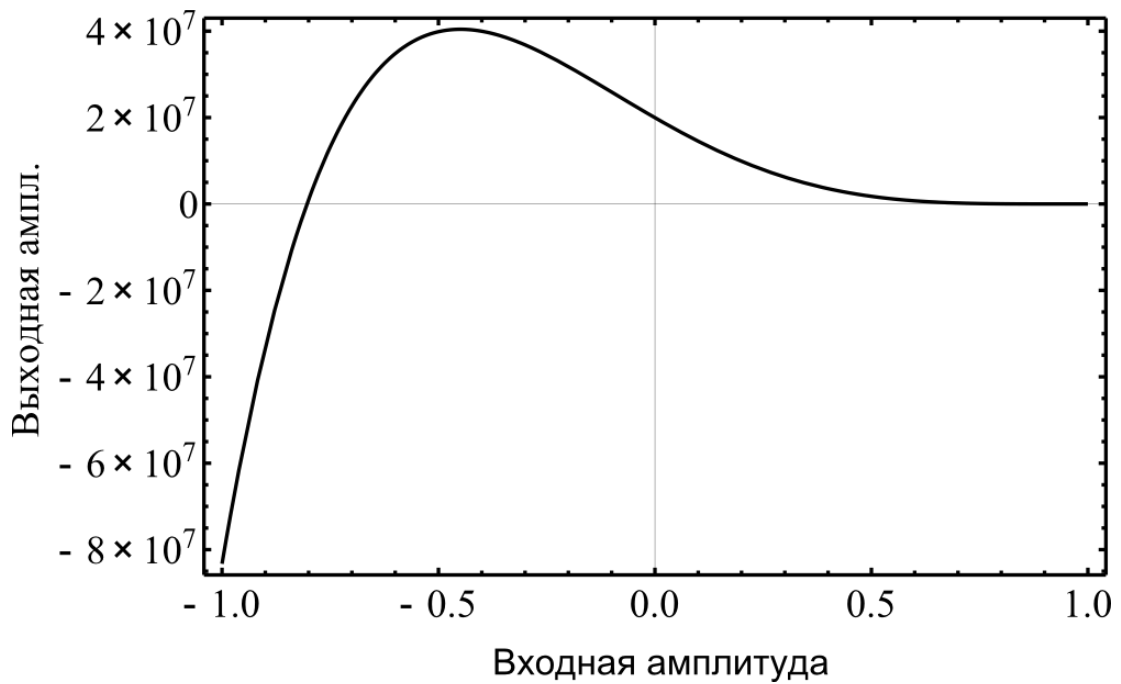


Рис. 5.6. Нелинейная функция отклика (4) нелинейной системы.

Теперь кратко обсудим устойчивость синтеза суперосцилляций по отношению к вариации входного сигнала. Во-первых, как видно из выражения (139), данное преобразование *точно* масштабируется с изменением частоты входного сигнала. Это означает, что если на вход подается сигнал вида $z_\alpha(t) = \cos \alpha \omega_0 t$, то на выходе мы получим сигнал $y_\alpha(t) = y(\alpha t)$, так что система вновь генерирует суперосциллирующую функцию.

На Рис. 5.7 показан выходной сигнал при различных амплитудах входного сигнала $z(t) = z_0 \cos \omega_0 t$. Из-за нелинейного характера преобразования, форма сигнала на выходе системы отличается при различных значениях амплитуды z_0 . При увеличении амплитуды на 1% суперосциллирующее поведение сохраняется, однако, частота осцилляций уменьшается (оранжевые и красные кривые, Рис. 5.7). Явление еще более чувствительно к уменьшению амплитуды входного сигнала: изменение на 1% сильно меняет форму сигнала и «убивает» суперосцилляцию. В целом, *данная форма* нелинейного преобразования толерантна к $\sim 0.5\%$ изменению амплитуды входного сигнала.

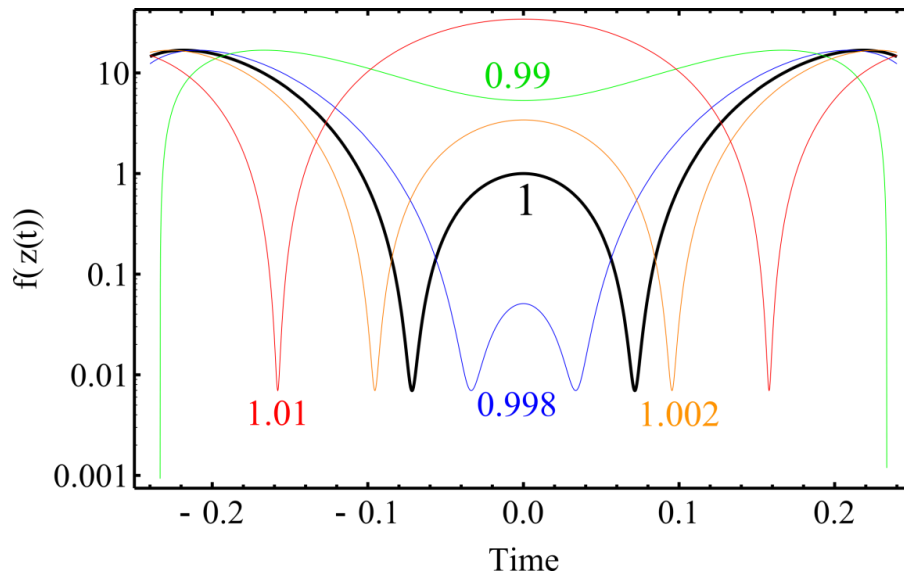


Рис. 5.7. Эффект вариации входного сигнала $y(t)$. Черная кривая показывает выходной сигнал при «точной» амплитуде входного сигнала $z_0 = 1$. Числа на кривых соответствуют амплитуде падающего сигнала.

Реализация подобных нелинейных систем возможна в радиочастотном и СВЧ-диапазоне, где существует широкий класс безынерционных нелинейных электронных компонент [217]. Вид уравнений (139) и (140) подсказывает, что для создания системы с требуемой функцией отклика достаточно создать умножители частоты, которые преобразуют входной гармонический сигнал в гармонику с частотой $n\omega_0$, $n = 2 \dots N$. Такие устройства были продемонстрированы в конфигурациях на основе варакторов [218] и нелинейных конденсаторов [219].

В заключение, мы продемонстрировали, что суперосциллирующий во времени сигнал может быть получен на выходе нелинейной системы, на вход которой подается низкочастотный гармонический сигнал. Используя простую реализацию суперосциллирующей функции в виде суперпозиции нескольких гармонических колебаний, мы получили выражение для функции отклика такой системы и исследовали устойчивость преобразования по отношению к вариации входного сигнала.

Заключение

1. Исследовано распространение поверхностных плазмонов по поглощающей гиперболической среде. Показано, что для определенных параметров одноосной среды длины пробега плазмона может неограниченно возрастать, несмотря на наличие поглощения в одноосном материале.
2. Предсказана теоретически возможность полного поглощения падающей р-поляризованной волны полубесконечным слоем Ван дер Ваальсовского кристалла – гексагонального нитрида бора. Явление продемонстрировано экспериментально в оптически толстом слое материала.
3. Развита «игрушечная» модель, позволяющая в рамках классической электродинамики описать поведение спазера выше порога генерации. В рамках модели показана возможность компенсации потерь спазером ниже порога генерации и синхронизации лазерных осцилляций внешним электромагнитным полем.
4. Исследованы лазерные моды магнито-оптического спазера. Получены выражения для порога и частоты генерации двух мод с правой и левой циркулярно поляризацией дипольного момента наночастицы.
5. Исследован спектр собственных мод плазмонной магнито-оптической периодической цепочки. Предсказано резонансное увеличение эффекта Фарадея по сравнению с однородной магнито-оптической средой, продемонстрирована возможность компенсации потерь, вызванных поглощением в плазмонном металле, путем добавления в систему усиливающей среды.
6. Исследованы лазерные моды системы «диэлектрическая частица из материала с высоким показателем преломления – усиливающая среда». Установлена связь лазерных мод с полюсами коэффициентов M_i , получено выражение, определяющее частоту и порог генерации мод диэлектрического нанолазера.
7. Исследована численно временная эволюция электродипольного перехода взаимодействующего с внешним суперосциллирующим электрическим полем. Предсказана возможность нерезонансного возбуждения двухуровневой системы суперосциллирующим полем, все спектральные компоненты которого лежат ниже резонансной частоты перехода системы.
8. Показано, что при возбуждении нелинейной безынерционной системы гармоническим низкочастотным сигналом может происходить генерация суперосциллирующего сигнала на выходе системы, частоты которого на порядок превосходит частоту падающего сигнала.

Автор выражает глубокую благодарность научному руководителю Виноградову Алексею Петровичу за создание плодотворных условий работы, постоянное научное руководство и моральную поддержку. Также автор выражает благодарность А. А. Лисянскому и К. Р. Симовскому за помощь при обсуждении полученных результатов.

Список литературы

1. Luque A. and Hegedus S. Handbook of Photovoltaic Science and Engineering. – Wiley, 2008.
2. Atwater H.A. and Polman A. Plasmonics for improved photovoltaic devices // Nature Materials. – 2010. – Vol. 9. – P. 205-13.
3. Lenert A., Bierman D.M., Nam Y., Chan W.R., Celanović I., Soljačić M., and Wang E.N. A nanophotonic solar thermophotovoltaic device // Nature nanotechnology. – 2014. – Vol. 9 – P. 126.
4. Knight M.W., Sobhani H., Nordlander P., and Halas N.J. Photodetection with active optical antennas // Science (New York, N.Y.). – 2011. – Vol. 332. – P. 702.
5. Brongersma M.L., Halas N.J., and Nordlander P. Plasmon-induced hot carrier science and technology // Nature Publishing Group. – 2015. – Vol. 10. – P. 25-34.
6. Baffou G. and Quidant R. Thermo-plasmonics: using metallic nanostructures as nano-sources of heat // Laser & Photonics Reviews. – 2013. – Vol. 7. – P. 171-187.
7. Mukherjee S., Libisch F., Large N., Neumann O., Brown L.V., Cheng J., Lassiter J.B., Carter E. A., Nordlander P., and Halas N.J. Hot electrons do the impossible: Plasmon-induced dissociation of H₂ on Au // Nano Letters. – 2013. – Vol. 13. – P. 240-247.
8. Warren S.C. and Thimsen E. Plasmonic solar water splitting // Energy Environ. Sci. – 2012. – Vol. 5. – P. 5133-5146.
9. Hill M.T. and Gather M.C. Advances in small lasers // Nature Photonics. – 2014. – Vol. 8. – P. 908.
10. Leuthold J. Plasmonic communications: Light on a wire // Opt. Photon. News. – 2013. – Vol. 24. – P. 28.
11. Gather M.C. and Yun S.H. Single-cell biological lasers // Nature Photonics. – 2011. – Vol. 5. – P. 406-410.
12. Khurgin J.B. and Sun G. Comparative analysis of spasers, vertical-cavity surface-emitting lasers and surface-plasmon-emitting diodes // Nature Photonics. – 2014. – Vol. 8. – P. 468.
13. Kempf A. Black holes, bandwidths and Beethoven // Journal of Mathematical Physics. – 2000. – Vol. 41. – P. 2360.
14. Luo J., Li S., Hou B., and Lai Y. A unified theory for perfect absorption in ultra-thin absorptive films with reflectors // Physical Review B. – 2014. – Vol. 165128. – P. 1-18.
15. Kats M.a., Blanchard R., Genevet P., and Capasso F. Nanometre optical coatings based on strong interference effects in highly absorbing media // Nature Materials. – 2013. – Vol. 12. – P. 20-4.

16. Vasi B. and Gaji R. Enhanced phase sensitivity of metamaterial absorbers near the point of darkness // *J. Appl. Phys.* – 2014. – Vol. 116. – P. 023102.
17. Burrese M., Pratesi F., Riboli F., and Wiersma D.S. Complex Photonic Structures for Light Harvesting // *Adv. Opt. Mat.* – 2015. – Vol. 3. – P. 722.
18. Radi Y., Simovski C.R., and Tretyakov S.A. Thin Perfect Absorbers for Electromagnetic Waves: Theory, Design, and Realizations // *Phys. Rev. Applied.* – 2015. – Vol. 3. – P. 037001.
19. Sheng X., Johnson S., Michel J., and Kimerling L. // *Opt. Express.* – 2011. – Vol. 19. – P. 841.
20. Kowalczewski P., Liscidini M., and Andreani L. // *Opt. Lett.* – 2012. – Vol. 37. – P. 4868.
21. Hung Y., Hsu S., Wang Y., Chang C., Chen L., Su L., and Huang J. // *Nanotechnology.* – 2011. – Vol. 22. – P. 485202.
22. Shah V. and Tamir T. Anomalous absorption by multi-layered media // *Optics Communications.* – 1981. – Vol. 37. – P. 383-387.
23. Dallenbach W. and Kleinstueber W. Reflection and absorption of decimeter-waves by plane dielectric layers // *Hochfrequenztechnik und Elektroakustik.* – 1938. – Vol. 51. – P. 152-152.
24. Shah V. and Tamir T. Brewster phenomena in lossy structures // *Optics Communications.* – 1977. – Vol. 23. – P. 113-117.
25. Landy N., Sajuyigbe S., Mock J., Smith D., and Padilla W. Perfect Metamaterial Absorber // *Physical review letters.* – 2008. – Vol. 100. – P. 207402.
26. Svedendahl M., Johansson P., and Kall M. Complete Light Annihilation in an Ultrathin Layer of Gold Nanoparticles // *Nano Letters.* – 2013. – Vol. 13. – P. 3053.
27. Popov E., Maystre D., and McPhedran R.C. Total absorption of unpolarized light by crossed gratings // *Optics Express.* – 2008. – Vol. 16. – P. 609-612.
28. Mizuno K., Ishii J., Kishida H., Hayamizu Y., Yasuda S., Futaba D., Yumara M., and Hata K. A black body absorber from vertically aligned single-walled carbon nanotubes // *PNAS.* – 2009. – Vol. 106. – P. 6044.
29. Yang Z.-P., Ci L., Bur J., Lin S., and Ajayan P. Experimental Observation of an Extremely Dark Material Made By a Low-Density Nanotube Array // *Nano Lett.* – 2008. – Vol. 8. – P. 446.
30. Huang Y.-F., CHATTOPADHYAY S., Jen Y.-J., Peng C., Liu T., Hsu Y., Pan C., Lo H., Hsu C., Chang Y., Lee C., CHen K., and Chen L. Improved broadband and quasiomnidirectional anti-reflection properties with biomimetic silicon nanostructures // *Nat. Nanotechnol.* – 2007. – Vol. 2. – P. 770.
31. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. – Наука, 1973.
32. Noh H., Chong Y., Stone A.D., and Cao H. Perfect coupling of light to surface plasmons by coherent absorption // *Physical review letters.* – 2012. – Vol. 108. – P. 186805.

33. Sentenac A., Chaumet P.C., and Leuchs G. Total absorption of light by a nanoparticle: an electromagnetic sink in the optical regime // *Optics letters*. – 2013. – Vol. 38. – P. 818-820.
34. Grigoriev V., Bonod N., Wenger J., and Stout B. Optimizing Nanoparticle Designs for Ideal Absorption of Light // *ACS Photonics*. – 2015. – Vol. 2. – P. 263.
35. Ruan Z. and Fan S. Superscattering of Light from Subwavelength Nanostructures // *Phys. Rev. Lett.* – 2010. – Vol. 105. – P. 013901.
36. Tretyakov S.A. Maximizing Absorption and Scattering by Dipole Particles // *Plasmonics*. – 2013. – Vol. 9. – P. 935.
37. Miller O.D., Hsu C.W., Reid M., Qiu W., DeClay B., Joannopoulos J.D., Soljačić M., and Johnson S. Fundamental Limits to Extinction by Metallic Nanoparticles // *Phys. Rev. Lett.* – 2014. – Vol. 112. – P. 123903.
38. Chong Y., Ge L., Cao H., and Stone A. Coherent Perfect Absorbers: Time-Reversed Lasers // *Physical review letters*. – 2010. – Vol. 105. – P. 53901.
39. Wan W., Chong Y., Ge L., Noh H., Stone A.D., and Cao H. Time-reversed lasing and interferometric control of absorption // *Science*. – 2011. – Vol. 331. – P. 889-892.
40. Bruck R. and Muskens O. Plasmonic nanoantennas as integrated coherent perfect absorbers on SOI waveguides for modulators and all-optical switches // *Opt. Express*. – 2013. – Vol. 21. – P. 27662.
41. Park H., Lee S.-Y., Kim J., Lee B., and Kim H. Near-infrared coherent perfect absorption in plasmonic metal-insulator-metal waveguide // *Opt. Express*. – 2015. – Vol. 23. – P. 24464.
42. Chen H.-T. Interference theory of metamaterial perfect absorbers // *Optics Express*. – 2012. – Vol. 20. – P. 7165.
43. Radi Y., Simovski C.R., and Tretyakov S.A. // *Phys. Rev. Applied*. – 2015. – Vol. 3. – P. 037001.
44. Zanotto S., Mezzapesa F.P., Bianco F., Biasiol G., Baldacci L., Vitiello M.S., Sorba L., Colombelli R., and Tredicucci A. Perfect energy-feeding into strongly coupled systems and interferometric control of polariton absorption // *Nature Physics*. – 2014. – Vol. 10. – P. 1-5.
45. Humak M. and Yun S.H. Intracellular microlasers // *Nat. Photonics*. – 2015. – Vol. 9 – P. 572.
46. Haken H. *Laser Light Dynamics*. – North-Holland, 1986.
47. Milonni P.W. and Eberly J.H. *Laser Physics*. – J. Wiley & Sons, Hoboken, 2010.
48. Bergman D.J. and Stockman M.I. Surface Plasmon Amplification by Stimulated Emission of Radiation: Quantum Generation of Coherent Surface Plasmons in Nanosystems // *Phys. Rev. Lett.* – 2003. – Vol. 90. – P. 027402.
49. Painter O., Lee R.K., Scherer A., Yariv A., O'Brein J.D., Dapkus P.D., and Kim I. Two-Dimensional Photonic Band-Gap Defect Mode Laser // *Science*. – 1999. – Vol. 284. – P. 1819.

50. Altug H., Englund D., and Vuckovic J. Ultrafast photonic crystal nanocavity laser // *Nat. Physics*. – 2006. – Vol. 2. – P. 484.
51. Vahala K.J. Optical microcavities // *Nature*. – 2003. – Vol. 424. – P. 839.
52. Bliokh K.Y., Bliokh Y.P., Freilikher V., Savel'ev S., and Nori F. Colloquium: Unusual resonators: Plasmonics, metamaterials, and random media // *Rev. Mod. Phys.* – 2008. – Vol. 80. – P. 1201.
53. Колоколов А.А. и Скродцкий Г.В. Интерференция реактивных компонент электромагнитного поля // *Успехи Физических Наук*. – 1992. – Т. 162. – С. 12.
54. Novotny L. and Hecht B. *Principles of Nano-Optics*. – Cambridge University Press, 2006.
55. Stockman M.I. Spasers explained // *Nature Photonics*. – 2008. – Vol. 2. – P. 327.
56. Gather M.C. A Rocky Road to Plasmonic lasers // *Nat. Photonics*. – 2012. – Vol. 6. – P. 708.
57. Зябловский А.А., Дорофеев А.В., Пухов А.А., и Виноградов А.П. Лазерная генерация в активном слое как следствие принципа причинности // *Радиотехника и Электроника*. – 2011. – Т. 56. – С. 1142.
58. Солимено С., Крозиньяни Б., Ди Порто П. Дифракция и волновое распространение оптического излучения. – Мир, 1986.
59. Gordon J.A. and Ziolkowski R.W. The design and simulated performance of a coated nanoparticle laser // *Optics Express*. – 2007. – Vol. 15. – P. 2622.
60. Mizrahi A., Lomakin V., Slutsky B.A., Nezhad M.P., Feng L., and Fainman Y. Low threshold gain metal coated laser nanoresonators // *Optics Letters*. – 2008. – Vol. 33. – P. 1261.
61. Li X.F. and Yu S.F. Design of low-threshold compact Au-nanoparticle lasers // *Optics Letters*. – 2010. – Vol. 35. – P. 2535.
62. Pan J., Chen Z., Chen J., Zhan P., Tang C.J., and Wang Z.L. Low-threshold plasmonic lasing based on high-Q dipole void mode in a metallic nanoshell // *Optics Letters*. – 2012. – Vol. 37. – P. 1181.
63. Veltri A. and Aradian A. Optical response of a metallic nanoparticle immersed in a medium with optical gain // *Physical Review B*. – 2012. – Vol. 85. – P. 115429.
64. Arnold N., Hrelescu, C., and Klar, T. Minimal spaser threshold within electrodynamic framework: Shape, size and modes // *Ann. der Physik*– 2015. – 10.1002/andp.201500318.
65. Cao M., Wang M., and Gu N. Plasmon Singularities from Metal Nanoparticles in Active Media: Influence of Particle Shape on the Gain Threshold // *Plasmonics*. – 2011. – Vol. 7. – P. 347.
66. Lawandy N.M. Localized surface plasmon singularities in amplifying media // *Applied Physics Letters*. – 2004. – Vol. 85. – P. 5040.
67. Stockman M.I. The spaser as a nanoscale quantum generator and ultrafast amplifier // *J. Opt.* – 2010. – Vol. 12. – P. 024004.

68. Sarychev A.K. and Tartakovskiy G. Magnetic plasmonic metamaterials in actively pumped host medium and plasmonic nanolaser // *Phys. Rev. B.* – 2007. – Vol. 75. – P. 1-9.
69. Rosenthal A.S. and Ghannam T. Dipole nanolasers: A study of their quantum properties // *Phys. Rev. A.* – 2009. – Vol. 79. – P. 043824.
70. Protsenko I.E., Uskov A.V., Zaimidoroga O.A., Samoilov V.N., and O'Reilly E.P. Dipole nanolaser // *Phys. Rev. A.* – 2005. – Vol. 71. – P. 063812.
71. Andrianov E.S., Pukhov A.A., Dorofeenko A.V., Vinogradov A.P., and Lisiansky A.A. Rabi oscillations in spasers during non-radiative plasmon excitation // *Phys. Rev. B.* – 2012. – Vol. 85. – P. 1-9.
72. Andrianov E.S., Pukhov A.A., Dorofeenko A.V., Vinogradov A.P., and Lisiansky A.A. Dipole Response of Spaser on an External Optical Wave // *Opt. Lett.* – 2011. – Vol. 36. – P. 4302-4304.
73. Andrianov E.S., Pukhov A.A., Dorofeenko A.V., Vinogradov A.P., and Lisiansky A.A. Forced Synchronization of Spaser by an External Optical Wave // *Opt. Express.* – 2011. – Vol. 19. – P. 24849-24857.
74. Pikovsky A., Rosenblum M., and Kurths J. Synchronization. A universal concept in nonlinear sciences. – Cambridge University Press, 2001.
75. Wuestner S., Pusch A., Tsakmakidis K.L., Hamm J.M., and Hess O. Overcoming Losses with Gain in a Negative Refractive Index Metamaterial // *Phys. Rev. Lett.* – 2010. – Vol. 105. – P. 127401.
76. Виноградов А.П., Андрианов Е.С., Пухов А.А., Дорофеев А.В., и Лисянский А.А. Квантовая плазмоника метаматериалов: перспективы компенсации потерь при помощи спазеров // *Успехи Физических Наук.* – 2012. – Т. 182. – С. 1122.
77. Oulton R.F., Sorger V.J., Zentgraf T., Ma R.-M., Gladden C., Dai L., Bartal G., and Zhang X. Plasmon lasers at deep subwavelength scale // *Nature.* – 2009. – Vol. 461. – P. 629–632.
78. Noginov M.A., Zhu G., Belgrave A.M., Bakker R., Shalaev V.M., Narimanov E.E., Stout S., Herz E., Suteewong T., and Wiesner U. Demonstration of a spaser-based nanolaser // *Nature.* – 2009. – Vol. 460. – P. 1110-2.
79. Ma R.-M., Oulton R., Sorger V., Bartal G., and Zhang X. Room-temperature sub-diffraction-limited plasmon laser by total internal reflection // *Nature Materials.* – 2010. – Vol. 10. – P. 110.
80. Kwon S.-H., Kang J.-H., Seassal C., Kim S., Regreny P., Lee Y., Lieber C., and Park H. Subwavelength Plasmonic Lasing from a Semiconductor Nanodisk with Silver Nanoparticle Cavity // *Nano Letters.* – 2010. – Vol. 10. – P. 3679.

81. Lu Y.H., Wang C., Kim J., Chen H., Lu M.-Y., Chen Y., Chang W.-H., Chen L.-J., Stockman M.I., Shih C.-K., and Gwo S. All-Color Plasmonic Nanolasers with Ultralow Thresholds: Auto-tuning Mechanism for Single-Mode Lasing // *Nano Letters*. – 2014. – Vol. 14. – P. 4381.
82. Born M. and Wolf E. *Principles of Optics*. – Cambridge University Press, 1999.
83. Aharonov Y., Anandan J., Popescu S., and Vaidman L. Superpositions of time evolutions of a quantum system and a quantum time-translation machine // *Physical review letters*. – 1990. – Vol. 64. – P. 2965-2968.
84. Berry M.V. Evanescent and real waves in quantum billiards and Gaussian beams // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. – 1994. – Vol. 27. – P. 391-398.
85. Berry M.V. and Popescu S. Evolution of quantum superoscillations and optical superresolution without evanescent waves // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. – 2006. – Vol. 39. – P. 6965-6977.
86. Qiao W. A simple model of Aharonov-Berry's superoscillations // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. – 1996. – Vol. 2257. – P. 2257-2259.
87. Calder M.S. and Kempf A. Analysis of superoscillatory wave functions // *Journal of Mathematical Physics*. – 2005. – Vol. 46. – P. 012101.
88. Ferreira P.J.S.G., Kempf a., and Reis M.J.C.S. Construction of Aharonov–Berry's superoscillations // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. – 2007. – Vol. 40. – P. 5141-5147.
89. Ferreira P.J.S.G. and Kempf A. Superoscillations: faster than the Nyquist rate // *IEEE Transactions on Signal Processing*. – 2006. – Vol. 54. – P. 3732-3740.
90. Kempf A. and Ferreira P.J.S.G. Unusual properties of superoscillating particles // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. – 2004. – Vol. 37. – P. 12067-12076.
91. Ferreira P.J.S.G. and Kempf A. The energy expense of superoscillations // *Proceedings of EUSIPCO-2002, XI European Signal Processing Conference*. – 2002. – P. 347.
92. Katzav E. and Schwartz M. Optimal super-oscillations // *arXiv:1209.6572v1*.
93. Berry M.V. and Dennis M.R. Natural superoscillations in monochromatic waves in D dimensions // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. – 2009. – Vol. 42. – P. 022003.
94. Huang F.M. and Zheludev N.I. Super-resolution without evanescent waves // *Nano letters*. – 2009. – Vol. 9. – P. 1249-54.
95. Zheludev N.I. What diffraction limit? // *Nature Materials*. – 2008. – Vol. 7. – P. 420.
96. Rogers E.T.F. and Zheludev N.I. Optical super-oscillations: sub-wavelength light focusing and super-resolution imaging // *Journal of Optics*. – 2013. – Vol. 15. – P. 094008.

97. Hong S.S., Horn B.K.P., Freeman D.M., and Mermelstein M.S. Lensless focusing with subwavelength resolution by direct synthesis of the angular spectrum // *Applied Physics Letters*. – 2006. – Vol. 88. – P. 261107.
98. Bouchal Z. and Olivik M. Non-diffractive Vector Bessel Beams // *Journal of Modern Optics*. – 1995. – Vol. 42. – P. 1555.
99. Huang F.M., Chen Y., Garcia de Abajo F.J., and Zheludev N.I. Optical super-resolution through super-oscillations // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2007. – Vol. 9. – P. S285-S288.
100. Roy T., Rogers E.T.F., and Zheludev N.I. Sub-wavelength focusing meta-lens // *Optics Express*. – 2013. – Vol. 21. – P. 7577.
101. Rogers E.T.F., Savo S., Lindberg J., Roy T., Dennis M.R., and Zheludev N.I. Super-oscillatory optical needle // *Applied Physics Letters*. – 2013. – Vol. 102. – P. 031108.
102. Huang F.M., Kao T.S., Fedotov V.a., Chen Y., and Zheludev N.I. Nanohole array as a lens // *Nano letters*. – 2008. – Vol. 8. – P. 2469-72.
103. Rogers E.T.F., Lindberg J., Roy T., Savo S., Chad J.E., Dennis M.R., and Zheludev N.I. A super-oscillatory lens optical microscope for subwavelength imaging // *Nature materials*. – 2012. – Vol. 11. – P. 432-5.
104. Makris K.G. and Psaltis D. Superoscillatory diffraction-free beams // *Optics letters*. – 2011. – Vol. 36. – P. 4335-7.
105. Durnin J., Miceli J.J., and Eberly J.H. Diffraction-Free Beams // *Physical Review Letters*. – 1987. – Vol. 58. – P. 1499.
106. Wang X., Fu J., Liu X., and Tong L.-M. Subwavelength focusing by a micro/nanofiber array // *Journal of the Optical Society of America. A, Optics, image science, and vision*. – 2009. – Vol. 26. – P. 1827-33.
107. Dennis M.R., Hamilton A.C., and Courtial J. Superoscillation in speckle patterns // *Optics letters*. – 2008. – Vol. 33. – P. 2976-8.
108. Hyvärinen H.J., Rehman S., Tervo J., Turunen J., and Sheppard C.J.R. Limitations of superoscillation filters in microscopy applications // *Optics letters*. – 2012. – Vol. 37. – P. 903-5.
109. Maier S.A. *Plasmonics: Fundamentals and Applications*. – Springer, 2007.
110. Sommerfeld A. // *Ann. Physik*. – 1909. – Vol. 28. – P. 665.
111. Epstein P.S. // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. – 1954. – Vol. 40. – P. 1158.
112. Smith D. and Schurig D. Electromagnetic Wave Propagation in Media with Indefinite Permittivity and Permeability Tensors // *Physical Review B*. – 2003. – Vol. 90. – P. 077405.

113. Milton G.W. *The Theory of Composites*. – Cambridge University Press, 2002.
114. Виноградов А.П. *Электродинамика композитных материалов*. – УРСС, 2001.
115. Johnson P.B. and Christy R.W. Optical Constants of the Noble Metals // *Physical Review B*. – 1972. – Vol. 6. – P. 4370-4379.
116. Баранов Д.Г., Виноградов А.П., Симовский К.Р., Неведов И.С., и Третьяков С.А. К электродинамике поглощающей одноосной неположительно определенной (индефинитной) среды // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. – 2012. – Т. 114. – С. 650.
117. Baranov D.G., Vinogradov A.P., and Simovski C.R. Perfect absorption at Zenneck wave to plane wave transition // *Metamaterials*. – 2012. – Vol. 6. – P. 70.
118. Baranov D.G., Vinogradov A.P., and Simovski C.R., *Perfect absorption by semi-infinite indefinite medium*, in *Days on Diffraction (DD)*, 2012, IEEE. P. 32.
119. Caldwell J.D., Kretinin A.V., Chen Y., Giannini V., Fogler M.M., Francescato Y., Ellis C.T., Tischler J.G., Woods C.R., Giles A.J., Hong M., Watanabe K., Taniguchi T., Maier S.A., and Novoselov K.S. Sub-diffractive volume-confined polaritons in the natural hyperbolic material hexagonal boron nitride // *Nature Communications*. – 2014. – Vol. 5. – P. 5221.
120. Raut H.K., Ganesh V.A., Nair A.S., and Ramakrishna S. Anti-reflective coatings: A critical, in-depth review // *Energy & Environmental Science*. – 2011. – Vol. 4. – P. 3779.
121. Lekner J. Reflection and refraction by uniaxial crystals // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 1991. – Vol. 3. – P. 6121.
122. Elser J., Podolskiy V.A., Salakhutdinov I., and Avrutsky I. Nonlocal effects in effective-medium response of nanolayered metamaterials // *Applied Physics Letters*. – 2007. – Vol. 90. – P. 191109.
123. Belov P.A., Marques R., Maslovski S.I., Nefedov I.S., Silverinha M., Simovski C.R., and Tretyakov S.A. Strong spatial dispersion in wire media in the very large wavelength limit // *Physical Review B*. – 2002. – Vol. 67. – P. 113103.
124. Dai S., Fei Z., Ma Q., Rodin A.S., Wagner M., McLeod A.S., Liu M.K., Gannett W., Regan W., Watanabe K., Taniguchi T., Thiemens M., Dominguez G., Castro Neto A.H., Zettl A., Keilmann F., Jarillo-Herrero P., Fogler M.M., and Basov D.N. Tunable phonon polaritons in atomically thin van der Waals crystals of boron nitride // *Science*. – 2014. – Vol. 343. – P. 1125.
125. Geim A.K. and Grigorieva I.V. Van der Waals heterostructures // *Nature*. – 2013. – Vol. 499. – P. 419-425.
126. Li P., Lewin M., Kretinin A.V., Caldwell J.D., Kostya S., Taniguchi T., Watanabe K., Gaussmann F., and Taubner T. Hyperbolic phonon-polaritons in boron nitride for near-field optical imaging and focusing // *Nat. Commun.* – 2015. – Vol. 6. – P. 7507.

127. Dai S., Ma Q., Andersen T., McLeod a.S., Fei Z., Liu M.K., Wagner M., Watanabe K., Taniguchi T., Thiemens M., Keilmann F., Jarillo-Herrero P., Fogler M.M., and Basov D.N. Subdiffractional focusing and guiding of polaritonic rays in a natural hyperbolic material // *Nature Communications*. – 2015. – Vol. 6. – P. 6963.
128. Woessner A., Lundeberg M.B., Gao Y., Principi A., Alonso-Gonzalez P., Carrege M., Watanabe K., Taniguchi T., Vingale G., Polini M., Hone J., Hillenbrand R., and Koppens F. Highly confined low-loss plasmons in graphene–boron nitride heterostructures // *Nature Materials*. – 2015. – Vol. 14. – P. 421.
129. Caldwell J.D. and Novoselov K.S. Mid-infrared nanophotonics // *Nature Materials*. – 2015. – Vol. 14. – P. 364.
130. Hoffman T.B., Clubine B., Zhang Y., Snow K., and Edgar J.H. Optimization of Ni-Cr growth for hexagonal boron nitride single crystals // *Journal of Crystal Growth*. – 2014. – Vol. 393. – P. 114.
131. Kubota Y., Watanabe K., Tsuda O., and Taniguchi T. Hexagonal boron nitride single crystal growth at atmospheric pressure using Ni-Cr solvent // *Chemistry of Materials*. – 2008. – Vol. 20. – P. 1661.
132. Baranov D.G., Edgar J.H., Hoffman T., Bassim N., and Caldwell J.D. Perfect interferenceless absorption at infrared frequencies by a van der Waals crystal // *Physical Review B*. – 2015. – Vol. 92. – P. 201405(R).
133. Scully M.O. and Zubairy M.S. *Quantum Optics*. – Cambridge University Press, 1997.
134. Pantell R.H. and Puthoff H.E. *Fundamentals of quantum electronics*. – Wiley, 1969.
135. Sperber P., Spangler W., Meier B., and Penzkofer A. Experimental and theoretical investigation of tunable picosecond pulse generation in longitudinally pumped dye laser generators and amplifiers // *Optical and Quantum Electronics*. – 1988. – Vol. 20. – P. 395-431.
136. Prodan E., Radloff C., Halas N.J., and Nordlander P. A hybridization model for the plasmon response of complex nanostructures. // *Science (New York, N.Y.)*. – 2003. – Vol. 302. – P. 419-22.
137. Борен К. и Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. – Мир, 1986.
138. Fang A., Koschny T., and Soukoulis C.M. Lasing in metamaterial nanostructures // *J. Opt.* – 2010. – Vol. 12. – P. 024013.
139. Wegener M., García-Pomar J.L., Soukoulis C.M., Meinzer N., Ruther M., and Linden S. Toy model for plasmonic metamaterial resonances coupled to two-level system gain // *Opt. Express*. – 2008. – Vol. 16. – P. 19785-19798.
140. Premaratne M. and Agrawal G.P. *Light propagation in gain medium* –Cambridge University Press, 2011.

141. Stockman M.I. Spaser Action, Loss Compensation, and Stability in Plasmonic Systems with Gain // *Phys. Rev. Lett.* – 2011. – Vol. 106. – P. 156802.
142. Andrianov E.S., Baranov D.G., Pukhov A.A., Dorofeenko A.V., Vinogradov A.P., and Lisyansky A.A. Loss compensation by spasers in plasmonic systems // *Optics Express.* – 2013. – Vol. 21. – P. 13467.
143. Nayfeh A.H. and Mook D.T. *Nonlinear Oscillations.* – Wiley-VCH, 1995.
144. Noskov R., Belov P., and Kivshar Y. Subwavelength Modulational Instability and Plasmon Oscillons in Nanoparticle Arrays // *Physical Review Letters.* – 2012. – Vol. 108. – P. 093901.
145. Zharov A.A., Noskov R.E., and Tsarev M.V. Plasmon-induced terahertz radiation generation due to symmetry breaking in a nonlinear metallic nanodimer // *Journal of Applied Physics.* – 2009. – Vol. 106. – P. 073104.
146. Ramakrishna S.A. and Pendry J.B. Removal of absorption and increase in resolution in a near-field lens via optical gain // *Phys. Rev. B.* – 2003. – Vol. 67. – P. 201101.
147. Baranov D.G., Andrianov E.S., Vinogradov A.P., and Lisyansky A.A. Exactly solvable toy model for surface plasmon amplification by stimulated emission of radiation // *Optics Express.* – 2013. – Vol. 21. – P. 10779-10791.
148. Khurgin J.B. and Sun G. Practicality of compensating the loss in the plasmonic waveguides using semiconductor gain medium // *App. Phys. Lett.* – 2012. – Vol. 100. – P. 011105.
149. Li X.F. and Yu S.F. Design of low-threshold compact Au-nanoparticle lasers // *Opt. Lett.* – 2010. – Vol. 35. – P. 2535-2537.
150. Baranov D.G., Vinogradov A.P., Lisyansky A.A., Strelniker Y.M., and Bergman D.J. Magneto-optical spaser // *Optics Letters.* – 2013. – Vol. 38. – P. 2002-2004.
151. García-Etxarri A., Gómez-Medina R., Froufe-Pérez L.S., López C., Chantada L., Scheffold F., Aizpurua J., Nieto-Vesperinas M., and Sáenz J.J. Strong magnetic response of submicron Silicon particles in the infrared // *Optics Express.* – 2011. – Vol. 19. – P. 4815.
152. Evlyukhin A.B., Novikov S.M., Zywiets U., Eriksen R.L., Reinhardt C., Bozhevolnyi S.I., and Chichkov B.N. Demonstration of Magnetic Dipole Resonances of Dielectric Nanospheres in the Visible Region // *Nano Letters.* – 2012. – Vol. 12. – P. 3749.
153. Zywiets U., Evlyukhin A.B., Reinhardt C., and Chichkov B.N. Laser printing of silicon nanoparticles with resonant optical electric and magnetic responses // *Nature Communications.* – 2014. – Vol. 5. – P. 3402.
154. Liberal I., Ederra I., Gonzalo R., and Ziolkowski R.W. Magnetic dipole super-resonances and their impact on mechanical forces at optical frequencies // *Optics Express.* – 2014. – Vol. 22. – P. 8640.

155. Дорофеев А.В., Зябловский А.А., Пухов А.А., Лисянский А.А., and Виноградов А.П. Прохождение света через композитные материалы, содержащие усиливающие слои // Успехи Физических Наук. – 2012. – Т. 182. – С. 1157.
156. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. - "Советское радио", 1966.
157. Ge L., Chong Y.D., and Stone A.D. Steady-state ab initio laser theory: Generalizations and analytic results // Physical Review A. – 2010. – Vol. 82. – P. 063824.
158. Aspnes D.E. and Studna A.A. Dielectric functions and optical parameters of Si, Ge, GaP, GaAs, GaSb, InP, InAs, and InSb from 1.5 to 6.0 eV // Physical Review B. – 1983. – Vol. 27. – P. 985.
159. Zvezdin A.K. and Kotov V.A. Modern Magneto-optics and Magneto-optical Material. – Taylor & Francis, 1997.
160. Kopp V.I., Zhang Z.-Q., and Genack A.Z. Lasing in chiral photonic structures // Progress in Quantum Electronics. – 2003. – Vol. 27. – P. 369-416.
161. Holub M., Shin J., Chakrabarti S., and Bhattacharya P. Electrically injected spin-polarized vertical-cavity surface-emitting lasers // Applied Physics Letters. – 2005. – Vol. 87. – P. 091108.
162. Laurence D.B. Molecular Light Scattering and Optical Activity. – Cambridge University Press, 2004.
163. Inoue Y. and Ramamurthy V. Chiral Photochemistry. – CRC Press, 2004.
164. Kroutvar M., Ducommun Y., Heiss D., Bichler M., Schuh D., Abstreiter G., and Finley J.J. Optically programmable electron spin memory using semiconductor quantum dots. // Nature. – 2004. – Vol. 432. – P. 81-4.
165. Holub M. and Bhattacharya P. Spin-polarized light-emitting diodes and lasers // Journal of Physics D: Applied Physics. – 2007. – Vol. 40. – P. R179-R203.
166. Fu H., Yan Z., Lee S.K., and Mansuripur M. Dielectric tensor characterization and evaluation of several magneto-optical recording media // Journal of Applied Physics. – 1995. – Vol. 78. – P. 4076.
167. Inoue M., Arai K., Fujii T., and Abe M. Magneto-optical properties of one-dimensional photonic crystals composed of magnetic and dielectric layers // J. Appl. Phys. – 1998. – Vol. 83. – P. 6768-6770.
168. Steel M.J., Levy M., and Osgood R.M. Photonic Band Gaps with Defects and the Enhancement of Faraday Rotation // J. Lightwave Tech. – 2000. – Vol. 18. – P. 1297-1308.
169. Vinogradov A.P., Dorofeev A.V., Merzlikin A.M., Strel'niker Y.M., Lisyansky A.A., Granovsky A.B., and Bergman D.J. *Enhancement of the Faraday effect in magnetophotonic crystals*, in *Magnetophotonics From Theory to Applications*, M. Inoue, A.V. Baryshev, and M. Levy, Editors. 2013, Springer: Berlin.

170. Feil H. and Haas C. Magneto-Optical Kerr Effect, Enhanced by the Plasma Resonance of Charge Carriers // *Physical review letters*. – 1987. – Vol. 58. – P. 65-68.
171. Qiu Z.Q., Pearson J., and Bader S.D. Magneto-optic Kerr ellipticity of epitaxial Co/Cu overlayers and superlattices // *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*. – 1992. – Vol. 46. – P. 8195-8200.
172. Katayama T., Suzuki Y., Awano H., Nishihara Y., and Koshizuka N. Enhancement of the magneto-optical Kerr rotation in Fe/Cu bilayered films // *Physical review letters*. – 1988. – Vol. 60. – P. 1426-1429.
173. Safarov V.I., Kosobukin V.A., Hermann C., Lampel G., Peretti J., and Marlière C. Magneto-optical Effects Enhanced by Surface Plasmons in Metallic Multilayer Films // *Physical review letters*. – 1994. – Vol. 73. – P. 3584-3587.
174. Abe M. and Suwa T. Surface plasma resonance and magneto-optical enhancement in composites containing multicore-shell structured nanoparticles // *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*. – 2004. – Vol. 70. – P. 235103.
175. Li Y., Zhang Q., Nurmikko A.V., and Sun S. Enhanced Magneto-optical Response in Dumbbell-like Ag–CoFe₂O₄ Nanoparticle Pairs // *Nano Letters*. – 2005. – Vol. 5. – P. 1689-1692.
176. Uchida H., Masuda Y., Fujikawa R., Baryshev A.V., and Inoue M. Large enhancement of Faraday rotation by localized surface plasmon resonance in Au nanoparticles embedded in Bi:YIG film // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2009. – Vol. 321. – P. 843-845.
177. Jain P.K., Xiao Y., Walsworth R., and Cohen A.E. Surface Plasmon Resonance Enhanced Magneto-Optics (SuPREMO): Faraday Rotation Enhancement in Gold-Coated Iron Oxide Nanocrystals // *Nano Letters*. – 2009. – Vol. 9. – P. 1644-1650.
178. Wang L., Yang K., Clavero C., Nelson A.J., Carroll K.J., Carpenter E.E., and Lukaszew R.A. Localized surface plasmon resonance enhanced magneto-optical activity in core-shell Fe–Ag nanoparticles // *Journal of Applied Physics*. – 2010. – Vol. 107. – P. 09B303-3.
179. Wang L., Clavero C., Huba Z., Carroll K.J., Carpenter E.E., Gu D., and Lukaszew R.A. Plasmonics and Enhanced Magneto-Optics in Core–Shell Co–Ag Nanoparticles // *Nano Letters*. – 2011. – Vol. 11. – P. 1237-1240.
180. Lu Y.H., Cho M.H., Kim J.B., Lee G.J., Lee Y.P., and Rhee J.Y. Magneto-optical enhancement through gyrotropic gratings // *Optics Express*. – 2008. – Vol. 16. – P. 5378-5384.
181. Belotelov V.I., Akimov I.A., Pohl M., Kotov V.A., Vengurlekar A.S., Gopal A.V., Yakovlev D.R., Zvezdin A.K., and Bayer M. Enhanced magneto-optical effects in magnetoplasmonic crystals // *Nat. Nanotechnology*. – 2011. – Vol. 6. – P. 370-376.

182. Chin J., Steinle T., Wehlius T., Dregely D., Weiss T., Belotelov V.I., Stritzker B., and Giessen H. Nonreciprocal plasmonics enables giant enhancement of thin-film Faraday rotation // *Nat. Commun.* – 2013. – Vol. 4. – P. 1599.
183. Strelniker Y.M. and Bergman D.J. Optical transmission through metal films with a subwavelength hole array in the presence of a magnetic field // *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*. – 1999. – Vol. 59. – P. R12763-R12766.
184. Khanikaev A.B., Baryshev A.V., Fedyanin A.A., Granovsky A.B., and Inoue M. Anomalous Faraday effect of a system with extraordinary optical transmittance // *Optics Express*. – 2007. – Vol. 15. – P. 6612-6622.
185. Papaioannou E.T., Kapaklis V., Melander E., Hjörvarsson B., Pappas S.D., Patoka P., Giersig M., Fumagalli P., Garcia-Martin A., and Ctistis G. Surface plasmons and magneto-optic activity in hexagonal Ni anti-dot arrays // *Optics Express*. – 2011. – Vol. 19. – P. 23867-23877.
186. Quinten M., Leitner A., Krenn J.R., and Aussenegg F.R. Electromagnetic energy transport via linear chains of silver nanoparticles // *Optics Letters*. – 1998. – Vol. 23. – P. 1331-1333.
187. Brongersma M.L., Hartman J.W., and Atwater H.A. Electromagnetic energy transfer and switching in nanoparticle chain arrays below the diffraction limit // *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*. – 2000. – Vol. 62. – P. R163356.
188. Maier S.A., Kik P.G., and Atwater H.A. Optical pulse propagation in metal nanoparticle chain waveguides // *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*. – 2003. – Vol. 67. – P. 205402.
189. Weber W.H. and Ford G.W. Propagation of optical excitations by dipolar interactions in metal nanoparticle chains // *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*. – 2004. – Vol. 70. – P. 125429.
190. Citrin D.S. Plasmon Polaritons in Finite-Length Metal–Nanoparticle Chains: The Role of Chain Length Unravelling // *Nano Letters*. – 2005. – Vol. 5. – P. 985-989.
191. Fructos A.L., Campione S., Capolino F., and Mesa F. Characterization of complex plasmonic modes in two-dimensional periodic arrays of metal nanospheres // *J. Opt. Soc. Am. B*. – 2011. – Vol. 28. – P. 1446-1458.
192. Campione S., Steshenko S., Albani M., and Capolino F. Complex modes and effective refractive index in 3D periodic arrays of plasmonic nanospheres // *Optics Express*. – 2011. – Vol. 19. – P. 26027-26043.
193. Hadad Y. and Steinberg B.Z. Magnetized Spiral Chains of Plasmonic Ellipsoids for One-Way Optical Waveguides // *Physical review letters*. – 2010. – Vol. 105. – P. 233904.

194. Mazor Y. and Steinberg B.Z. Longitudinal chirality, enhanced nonreciprocity, and nanoscale planar one-way plasmonic guiding // *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*. – 2012. – Vol. 86. – P. 045120.
195. Pakdel S. and Miri M. Faraday rotation and circular dichroism spectra of gold and silver nanoparticle aggregates // *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*. – 2012. – Vol. 86. – P. 235445.
196. Tomita S., Kato T., Tsunashima S., Iwata S., Fujii M., and Hayashi S. Magneto-Optical Kerr Effects of Yttrium-Iron Garnet Thin Films Incorporating Gold Nanoparticles // *Phys. Rev. Lett.* – 2006. – Vol. 96. – P. 167402.
197. Mizutani Y., Uchida H., Masuda Y., Baryshev A.V., and Inoue M. Magneto-optical plasmonic Bi:YIG composite films with Ag and Au-Ag alloy particles // *J. Magn. Soc. Jpn.* – 2009. – Vol. 33. – P. 481.
198. Baranov D.G., Vinogradov A.P., and Lisyansky A.A. Magneto-optics enhancement with gain-assisted plasmonic subdiffraction chains // *Journal of Optical Society of America B*. – 2015. – Vol. 32. – P. 281.
199. Johnson P.B. and Christy R.W. Optical Constants of the Noble Metals // *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*. – 1972. – Vol. 6. – P. 4370-4379.
200. Wittekoek S., Popma T.J.A., Robertson J.M., and Bongers P.F. Magneto-optic spectra and the dielectric tensor elements of bismuth-substituted iron garnets at photon energies between 2.2-5.2 eV // *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*. – 1975. – Vol. 12. – P. 2777-2788.
201. Koenderink A.F., de Waele R., Prangma J.C., and Polman A. Experimental evidence for large dynamic effects on the plasmon dispersion of subwavelength metal nanoparticle waveguides // *Physical Review B*. – 2007. – Vol. 76. – P. 201403.
202. Tserkezis C. and Stefanou N. Calculation of waveguide modes in linear chains of metallic nanorods // *J. Opt. Soc. Am. B*. – 2012. – Vol. 29. – P. 827.
203. Citrin D.S. Plasmon-polariton transport in metal-nanoparticle chains embedded in a gain medium // *Optics Letters*. – 2006. – Vol. 31. – P. 98-100.
204. Udagedara I.B., Rukhlenko I.D., and Premaratne M. Surface plasmon-polariton propagation in piecewise linear chains of composite nanospheres: The role of optical gain and chain layout // *Optics Express*. – 2011. – Vol. 19. – P. 19973-19986.
205. Holmström P., Thylen L., and Bratkovsky A. Composite metal/quantum-dot nanoparticle-array waveguides with compensated loss // *Applied Physics Letters*. – 2010. – Vol. 97. – P. 073110-3.
206. Rogach A.L. *Semiconductor Nanocrystal Quantum Dots*. – Springer, Wien/New York, 2008.

207. Ferreira P.J.S.G. and Kempf A. Superoscillations: faster than the Nyquist rate // IEEE T Sign Proces. – 2006. – Vol. 54. – P. 3732-3740.
208. Aharonov Y., Colombo F., Sabadini I., Struppa D.C., and Tollaksen J. Some mathematical properties of superoscillations // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. – 2011. – Vol. 44. – P. 365304.
209. Huang F.M., Zheludev N., Chen Y., and Javier Garcia de Abajo F. Focusing of light by a nanohole array // Applied Physics Letters. – 2007. – Vol. 90. – P. 091119.
210. Makris K.G. and Psaltis D. Superoscillatory diffraction-free beams // Optics Letters. – 2011. – Vol. 36. – P. 4335.
211. Eliezer Y. and Bahabad A. Super-transmission: the delivery of superoscillations through the absorbing resonance of a dielectric medium // Opt. Express. – 2014. – Vol. 22. – P. 31212-26.
212. Meystre P. Atom Optics. – Springer-Verlag New York, 2001.
213. Allen L. and Eberly J. Optical Resonance and Two-Level Atoms. – Courier Dover Publications, 1978.
214. Baranov D.G., Vinogradov A.P., and Lisyansky A.A. Abrupt Rabi oscillations in a superoscillating electric field // Optics Letters. – 2014. – Vol. 39. – P. 6316.
215. Zaezdny A.M. Harmonic synthesis in radio and electronic communications. – Energiya, 1972.
216. Baranov D.G., Vinogradov A.P., and Lisyansky A.A. Superoscillating response of a nonlinear system on a harmonic signal // Applied Physics B: Lasers and Optics. – 2015. – Vol. 121. – P. 209.
217. Vendelin G., Pavo A., and Rohde U. Microwave Circuit Design Using Linear and Nonlinear Techniques. – Wiley, 2005.
218. Bava E., Bava G., Godone A., and Rietto G. // IEEE TRANSACTIONS ON MICROWAVE THEORY AND TECHNIQUES. – 1979. – Vol. 27. – P. 141.
219. Leeson D. and Weinreb S. *Frequency multiplication with nonlinear capacitors-A circuit analysis.* in *Proceedings of the IRE 47* 1959.