

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Объединенный институт высоких температур РАН

На правах рукописи

Пугачёва Дарья Валерьевна

**ЛАЗЕРНО-ПЛАЗМЕННОЕ УСКОРЕНИЕ
ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ
ЧАСТИЦ**

1.3.9 – физика плазмы

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

д. ф.-м. н., проф.

Андреев Николай Евгеньевич

Москва – 2021

Оглавление

Введение	4
Обзор литературы	11
1. Генерация кильватерных волн короткими высокоинтенсивными лазерными импульсами	11
2. Инжекция и лазерно-плазменное ускорение электронов	20
3. Ускорение и применение поляризованных сгустков заряженных частиц	24
Глава 1. Модель лазерно-плазменного ускорения поляризованного электрона	29
1.1. Генерация кильватерных волн в плазме и уравнения движения частицы	30
1.2. Прецессия спина заряженной частицы в кильватерном поле	32
1.3. Динамика характеристик электрона, ускоряемого в постоянном заданном поле	38
1.4. Динамика характеристик электрона в кильватерном поле, генерируемом лазерным импульсом в плазменном канале	42
1.5. Выводы	47
Глава 2. Многостадийное ускорение заряженных частиц	49
2.1. Динамика слайсового эмиттанса электронного сгустка при ускорении в кильватерном поле	50
2.2. Динамика поляризованных электронных и позитронных пучков при различных режимах лазерно-плазменного ускорения	56
2.3. Результаты моделирования линейного режима ускорения электронов и позитронов	58

2.4.	Результаты моделирования умеренно нелинейного режима ускорения электронов и позитронов	62
2.5.	Ввод частиц в ускорительную стадию и вывод из нее	66
2.6.	Выводы	72
Глава 3.	Влияние синхротронного излучения на динамику частиц в лазерно-плазменном ускорителе	75
3.1.	Ускорение электронов в кильватерных полях с учетом тормозящей силы	76
3.2.	Эффект радиационной поляризации при ускорении электронов в кильватерных полях	83
3.3.	Выводы	89
	Заключение	91
	Список литературы	94

Введение

Актуальность темы

В традиционных ускорителях заряженных частиц максимальные градиенты ускорения ограничиваются порогом пробоя материала стенки волновода, а их увеличение непосредственно влияет на размер и стоимость ускорителя. В 70-х годах был предложен альтернативный способ ускорения частиц, основанный на использовании кильватерного поля, генерируемого в плазме под действием коротких и интенсивных лазерных импульсов [1]. Градиенты ускорения, достигаемые с помощью лазерно-плазменных методов, имеют порядок величины 100 ГэВ/м и существенно превышают те, которые можно получить в традиционных радиочастотных ускорителях [2–4], что позволяет построить на их основе альтернативные компактные ускорители заряженных частиц с практическим приложением в науке, медицине и промышленности. На сегодняшний день экспериментально показана возможность получения электронов с энергией около 8 ГэВ [5], а теория предсказывает, что вполне достижимы энергии порядка ТэВ. Для достижения сверхвысоких энергий рассматривается схема многокаскадного лазерно-плазменного ускорения [6]. Уже проведены эксперименты, демонстрирующие возможность двухстадийного ускорения [7].

Получаемые в многостадийных лазерно-плазменных коллайдерах ультрарелятивистские частицы могут найти широкое применение в области физики высоких энергий. В современных исследованиях, проводимых на радиочастотных ускорителях, требуются высококачественные сгустки частиц с заданной поляризацией, поскольку направление спина входит в выражение для сечения взаимодействия сгустков частиц [8]. Некоторые ускорители были специально модернизированы, а другие изначально разрабатывались с учетом использования источников поляризованных частиц. Исследована динамика спина при традиционных методах ускорения [9] и разработаны методы управления степенью

и направлением поляризации [10]. Поэтому исследование динамики прицессии спина при ускорении лазерно-плазменными методами является актуальным.

Отдельную сложность при многостадийном ускорении представляет процесс инжекции и вывода пучка частиц из ускорительных стадий, поскольку неадиабатическое изменение действующих на частицы сил на границе плазмы может привести к значительному росту эмиттанса пучка [11, 12], а также существенно повлиять на другие характеристики частиц, в том числе поляризацию. При ускорении частиц до энергий ТэВ-диапазона на динамику характеристик сгустка могут также оказывать значительное влияние различные эффекты, связанные с бетатронным излучением [13, 14], в том числе квантовые эффекты, возникающие в следствие взаимодействия спина частицы с полем излученного фотона. Поэтому целесообразно исследовать влияние этих эффектов на динамику эмиттанса и деполяризации при многостадийном лазерно-плазменном ускорении.

Бетатронное излучение частиц, ускоряемых лазерно-плазменными методами, имеет множество приложений, таких как создание лазера на свободных электронах, новейшего детектора для экспериментов в области физики высоких энергий или получения рентгеновского изображения с фазовым контрастом, и может удовлетворить существующую потребность в компактных источниках жесткого рентгеновского излучения. Для генерации излучения, подходящего для практических приложений, требуются пучки частиц высокого качества с энергией около 5 ТэВ, поэтому сохранение исходных характеристик пучка в процессе лазерно-плазменного ускорения является актуальной и значимой задачей [15–18].

Цель диссертационной работы

Целью работы является комплексное исследование процесса ускорения поляризованных заряженных частиц в многостадийном лазерно-плазменном кол-

лайдере и анализ динамики характеристик сгустка частиц при таком ускорении с учетом испускаемого ими бетатронного излучения.

Для достижения обозначенной цели был решен круг задач:

1. Разработан и протестирован комплекс программ на основе гибридных сеточных методов для моделирования ускорения спин-поляризованных электронов и позитронов.
2. Проведено исследование прецессии спина одного электрона как в заданных полях, так и в результате самосогласованного моделирования генерации кильватерных полей в плазме.
3. Выполнен сравнительный анализ процесса ускорения поляризованных пучков электронов и позитронов при различных режимах лазерно-плазменного ускорения.
4. Изучен процесс роста эмиттанса сгустка при умеренно нелинейном режиме ускорения с характерными для отдельной ускорительной стадии параметрами.
5. Исследован способ ввода и вывода электронов из ускорительной стадии с сохранением качества (минимальный эмиттанс и деполяризация) ускоряемого сгустка частиц.
6. Исследовано влияние бетатронного излучения на процесс деполяризации электронов и динамику набора энергии электронного сгустка при ускорении до энергий ТэВ-диапазона в модельных полях, характерных для различных режимов лазерно-плазменного ускорения.

Научная новизна

1. Определена оптимальная фаза инжекции электронного сгустка в кильватерную волну для минимизации процесса деполяризации частиц.

2. Получена аналитическая формула, позволяющая описывать прецессию спина релятивистского электрона при малых энергиях.
3. Показаны отличия в наборе энергии, деполяризации и росте эмиттанса для электронных и позитронных сгустков при линейном и умеренно нелинейном режимах лазерно-плазменного ускорения.
4. Определен основной механизм роста эмиттанса электронного сгустка при умеренно нелинейном режиме лазерно-плазменного ускорения и предложены ограничения на начальные параметры сгустка, позволяющие минимизировать рост эмиттанса.
5. Впервые исследована динамика поляризации сгустка электронов при вводе пучка в ускорительную стадию и выводе из неё.
6. Исследовано влияние силы радиационного трения и эффекта радиационной поляризации на эволюцию характеристик поляризованных частиц в модельных полях, характерных для умеренно нелинейного и сильно нелинейного режимов лазерно-плазменного ускорения.

Научная и практическая ценность

1. Результаты исследования условий согласования параметров электронных сгустков с полями лазерно-плазменного ускорителя и способов ввода частиц в ускорительную стадию и вывода из нее могут быть использованы при реализации различных международных проектов (таких как EuPRAXIA [15] – [18]), нацеленных на получение высокоэнергетических пучков заряженных частиц высокого качества.
2. Результаты исследования процесса ускорения поляризованных электронов и позитронов в лазерно-плазменном ускорителе могут быть исполь-

зованы при планировании экспериментов по физике высоких энергий на коллайдерах нового типа.

3. Оценки влияния синхротронного излучения на динамику лазерно-плазменного ускорения поляризованного электрона в различных режимах могут быть использованы при выборе оптимального режима ускорения на будущих установках, где планируется получать частицы с энергией в ТэВ-диапазоне.

Основные результаты и положения, выносимые на защиту

1. Модель, позволяющая самосогласовано рассчитывать динамику ускорения и спиновой поляризации электрона в кильватерном поле, генерируемом в плазменном канале мощным фемтосекундным лазерным импульсом.
2. Эффект укорочения ускорительной фазы кильватерного поля и максимального прироста энергии для позитронов по сравнению с электронами для характерных параметров умеренно нелинейного режима лазерно-плазменного ускорения.
3. Результат анализа основного механизма роста слайсового эмиттанса сгустка электронов для характерных параметров умеренно нелинейного режима ускорения. Показано, что основной вклад в рост эмиттанса вносит влияние нелинейной зависимости фокусирующей силы от радиуса. Определены ограничения на амплитуду колебаний среднеквадратичного радиуса сгустка для минимизации влияния этого фактора.
4. Способ минимизации деполяризации электронного сгустка при вводе в ускорительную стадию и выводе из неё.
5. Эффект уменьшения деполяризации электрона в процессе сильно нелинейного режима лазерно-плазменного ускорения до нескольких ТэВ при

учете силы радиационного трения и отсутствие этого эффекта при умеренно нелинейном режиме ускорения.

6. Отсутствие влияния эффекта Соколова-Тернова на процесс деполяризации электрона при лазерно-плазменном ускорении до энергии в несколько ТэВ как для сильно нелинейного, так и для умеренно нелинейного режимов, несмотря на то что характерное время радиационной поляризации для электрона в кильватерных полях оказывается на несколько порядков меньше времени ускорения частицы.

Апробация работы

Основные результаты диссертации докладывались на

XXXI, XXXIII Международных конференциях «Уравнения состояния вещества» (Эльбрус, 2016, 2018 гг.), XXX, XXXII, XXXIV Международных конференциях «Воздействие интенсивных потоков энергии на вещество» (Эльбрус, 2015, 2017, 2019 гг.), 59-й, 60-й, 61-й и 63-й научной конференции МФТИ (Долгопрудный, 2016, 2017, 2018, 2020 гг.), 2-й и 3-й European Advanced Accelerator Concepts Workshop, (Эльба, Италия, 2015, 2017 гг.), 34-th European Conference on Laser Interaction with Matter (Москва, 2016 г.), The EuroNNAc and EuPRAXIA Workshop on a European Plasma Accelerator (Пиза, Италия, 2016 г.), International EMMI Workshop on Plasma Physics at FAIR (Дармштадт, Германия, 2017 г.), EuPRAXIA Retreat (Грайнау, Германия, 2019 г.), International Conference on Ultrafast Optical Science (Москва, 2019 г.), EuPRAXIA Final Yearly Meeting (Гамбург, Германия, 2019 г.) и the 41-th Workshop on High-Energy-Density Physics with laser and Ion beams (Дармштадт, Германия, 2021г.).

Публикации

Материалы диссертации опубликованы в 9 печатных работах, из которых 8 опубликованы в журналах, рекомендуемых ВАК.

Личный вклад автора

Автором были сформулированы аналитические модели и реализованы численные алгоритмы для проведения вычислительных экспериментов, сделан анализ полученных результатов.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, обзора литературы, 3-х глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации 106 страниц, включая 31 рисунок. Библиография включает 136 наименований.

Обзор литературы

Обзор литературы содержит описание процесса генерации кильватерных волн в плазме и различных методов лазерно-плазменного ускорения заряженных частиц. Обсуждаются как одностадийные, так и многостадийные схемы ускорения, теоретические и численные способы исследования динамики частиц в ускорителе, а так же актуальные экспериментальные результаты. Уделено внимание вопросу о получении пучков частиц с заданной спин-поляризацией и их значению для экспериментов по физике высоких энергий.

1. Генерация кильватерных волн короткими

высокоинтенсивными лазерными импульсами

Лазерные импульсы с интенсивностью 10^{18} – 10^{21} Вт/см² и выше и длительностью порядка 10–1000 фс способны генерировать в плазме кильватерные волны, имеющие фазовую скорость v_p , равную групповой скорости лазерного импульса v_g , которая в свою очередь в разреженной плазме близка к скорости света c . Начиная с некоторого порогового значения амплитуды плазменной волны, в определенный момент колебаний часть электронов в волне обгоняет электроны, находящиеся впереди по направлению распространения электромагнитного импульса, и волна опрокидывается. Ответ на вопрос о том, какую максимальную амплитуду может нести плазменная волна до опрокидывания, позволяет оценить способность плазменных волн ускорять заряженные частицы и сравнить её с типичными ускоряющими полями в традиционных ускорителях. Оценка максимальной амплитуды для плоской волны в приближении холодной плазмы и в нелинейном релятивистском случае впервые была получена в работе [19]:

$$E_{max} = \frac{mc\omega_p}{e} \sqrt{2}(\gamma_p - 1)^{1/2}, \quad (1)$$

где E_{max} — максимальная амплитуда плазменной волны, m — масса электрона, c — скорость света, ω_p — плазменная частота, e — заряд электрона, $\gamma_p = (1 - v_p^2/c^2)^{-1/2}$ — релятивистский гамма-фактор, определяемый фазовой скоростью волны. В линейном случае для плоской волны предел может быть получен из уравнения Пуассона и известен как холодный предел опрокидывания [20]:

$$E_0 = \frac{m c \omega_p}{e}. \quad (2)$$

Так как плазменная частота $\omega_p = (4\pi n_0 e^2 / m)^{1/2}$ определяется плотностью электронов плазмы n_0 , то для напряженности электрического поля плазмы можно получить выражение $E[\text{В/м}] \simeq 96 \sqrt{n_0[\text{см}^{-3}]}$ [21], и для плотности $n_0 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ получаем напряженность $E \simeq 30 \text{ ГВ/м}$, которая на несколько порядков превышает напряженность, достижимую в традиционных ускорителях. Поскольку фазовая скорость плазменной волны равна групповой скорости лазерного импульса, то $\gamma_p \simeq \omega / \omega_p$, где ω — лазерная частота, и для плотности электронов плазмы $n_0 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$, длины волны лазера $\lambda = 1 \text{ мкм}$, можно получить $E_{max} \simeq 14 E_0$ [21]. Таким образом, амплитуда нелинейной волны может быть существенно выше, чем у линейной, и превышать холодный предел опрокидывания. При учете конечной температуры плазмы возникают дополнительные эффекты, влияющие на максимальную амплитуду, такие, как давление плазмы, которое противодействует образованию пика плотности при генерации волны, и захват тепловых электронов в волну при ее меньшей амплитуде [22, 23].

Дальнейшие теоретические результаты по генерации кильватерных волн получены для режима лазерного кильватерного ускорения (Laser Wake Field Acceleration, LWFA), в котором волна возбуждается коротким лазерным импульсом с длительностью τ_L такой, что $c\tau_L \sim \lambda_p$, где $\lambda_p = 2\pi c / \omega_p$ — длина плазменной волны. Эти результаты получены при использовании модели холодной жидкости и квазистатического приближения.

В этом приближении полагается, что лазерный импульс слабо меняется за время прохождения его через отдельные электроны плазмы. Как показано в работах [24, 25], лазерные импульсы с малой безразмерной амплитудой $a < 1$, где $a = eE_L/(mc\omega)$, где E_L – амплитуда напряженности электрического поля, возбуждают кильватерную волну в линейном режиме. Максимальная напряженность кильватерной волны пропорциональна интенсивности лазерного импульса или квадрату амплитуды [26]:

$$E_{max}/E_0 = \frac{\kappa a^2}{2}, \quad (3)$$

где κ – числовой коэффициент порядка единицы, зависящий от конкретной формы лазерного импульса, и достигается при длительности импульса $c\tau_L \simeq \lambda_p/2$. Точное выражение для длительности лазерного импульса, обеспечивающей максимальную напряженность волны, также зависит от формы лазерного импульса. Физический механизм генерации волны обусловлен действием ponderomotorной силы лазерного импульса, которая выталкивает электроны из области лазерного импульса с большей интенсивностью. В нелинейном режиме генерации кильватерной волны при $a > 1$ максимальная напряженность для прямоугольного импульса определяется как [27, 28]:

$$E_{max}/E_0 = a^2(1 + a^2)^{-1/2}, \quad (4)$$

и достигается при длительности импульса $c\tau_L \simeq \lambda_{Np}/2$, где λ_{Np} длина нелинейной волны [21]. Нелинейная волна имеет характерное пилообразное распределение вдоль направления распространения лазерного импульса.

Дифракция лазерного импульса с гауссовым поперечным профилем $a \sim a_L \exp(-r^2/r_L^2)$, наблюдаемая в вакууме, при которой пятно лазерного импульса уширяется в соответствии с выражением

$$r = r_L \left[1 + \left(\frac{z}{Z_R} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (5)$$

где r_L — радиус пятна фокусировки, $Z_R = kr_L^2/2$ — рэлеевская длина, имеет место также и в плазме. Однако существуют различные эффекты, которые позволяют бездифракционно распространяться лазерному импульсу в плазме на многие длины Рэля. Многие из них могут быть объяснены с использованием индекса рефракции [21], который в случае импульса малой амплитуды равен:

$$\eta_r = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^{1/2}. \quad (6)$$

В случае же импульсов с большими амплитудами плазменная частота начинает зависеть от радиальных вариаций плотности и релятивистского увеличения массы частиц $\omega_p^2(r) = (\omega_p^2/\gamma)n(r)/n_0$, и в общем случае индекс рефракции определяется соотношением [29, 30]:

$$\eta_r(r) \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \frac{n(r)}{n_0\gamma(r)}. \quad (7)$$

Для бездифракционного распространения лазерного импульса производная индекса рефракции в радиальном направлении в цилиндрических координатах должна быть отрицательной $\partial\eta_r/\partial r < 0$. В работе [21] показано, что индекс рефракции может быть представлен в виде:

$$\eta_r \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \left(1 - \frac{a^2}{2} + \frac{\Delta n_p}{n_0} + \frac{\delta n}{n_0}\right) \quad (8)$$

при $a^2 \ll 1$, $|\Delta n_p/n_0| \ll 1$, $|\delta n/n_0| \ll 1$. Таким образом, компенсация дифракции при распространении лазерного импульса может возникнуть благодаря члену $a^2/2$, соответствующему релятивистской самофокусировке, поскольку $\partial a/\partial r < 0$ для импульса с максимумом амплитуды на оси распространения. Член $\Delta n_p/n_0$ учитывает изменение плотности при распространении в плазменном канале $\Delta n_p = n_0 - n(r_L)$ и также может обеспечить бездифракционное распространение лазерного импульса [31]. Наконец, член $\delta n/n_0$, связанный с вариацией плотности, вызванной самим лазерным импульсом, также может способствовать компенсации дифракции при распространении импульса благодаря

самоканалированию [32], генерации плазменной волны [29] и самомодуляции длинных лазерных импульсов [33, 34].

Самофокусировка лазерных импульсов под действием релятивистских эффектов была впервые изучена в работах [35, 36]. Релятивистская самофокусировка имеет порог по мощности лазерного импульса, определяемый соотношением:

$$P_c \simeq 17 \left(\frac{\omega}{\omega_p} \right)^2 \text{ [ГВт]}, \quad (9)$$

где мощность лазерного импульса определяется как $P \simeq 10.8(ar_L/\lambda)^2$. В работах [29, 30] было показано, что условие (9) справедливо лишь для длинных импульсов $L = c\tau_L > \lambda_p$, при этом передняя часть таких импульсов все равно дифрагирует, а для коротких импульсов из-за члена $\delta n/n_0$ при генерации плазменной волны, который компенсирует влияние члена $a^2/2$, порог (9) для релятивистской самофокусировки существенно увеличивается. Таким образом, бездифракционное распространение короткого лазерного импульса в однородной плазме затруднено. Однако компенсировать дифракцию таких лазерных импульсов возможно при их распространении в дополнительно созданных каналах плотности. В работах [37, 38] теоретически и численно было показано, что бездифракционное распространение лазерного импульса с гауссовым поперечным профилем возможно в широком параболическом канале $n(r) = n_0(1 + (r/R_{ch})^2)$, $k_p R_{ch} \gg 1$. Условие согласования было получено в работах [39–41]:

$$k_p R_{ch} = \frac{(k_p r_L)^2}{2} \left(1 - \frac{P}{P_c} \right)^{-1/2}. \quad (10)$$

В дальнейшем в работах [41, 42] было теоретически и численно проанализировано распространение лазерного импульса и кильватерной волны в более узких каналах. Было показано, что для каналов с радиусом $k_p R_{ch} > 1$ на некотором расстоянии от заднего края лазерного импульса часть периода волны, в которой возможны одновременно фокусирование и ускорение электронов, увеличивается в два раза. Это является следствием искривленных фронтов генерируемой

кильватерной волны, подобных тем, которые возникают для нелинейной волны, генерируемой в однородной плазме [43]. Для каналов с радиусом $k_p R_{ch} < 1$ также наблюдается увеличение части периода волны, в которой электроны могут фокусироваться и ускоряться, но, в отличие от предыдущего случая, в области за лазерным импульсом происходит резкая перестройка волны таким образом, что амплитуда ускоряющей силы падает, а фокусирующей возрастает. Такие свойства могут быть выгодными для ускорения коротких одиночных пучков электронов, даже если изначально инжектируемый пучок был длинным по сравнению с λ_p . Для импульсов с большими амплитудами a релятивистский эффекты в узких каналах приводят к еще более искривленным фронтам кильватерной волны так, что происходит поперечное опрокидывание волны сразу за лазерным импульсом [42]. В работах [41, 42] также показано, что при радиусе лазерного пучка, который не слишком сильно превышает согласованный, возникают пульсации амплитуды кильватерной волны, но это не мешает процессу ускорения, поскольку их амплитуда мала при мощности лазерного импульса $P < P_c$, а период пульсаций значительно более короткий, чем время ускорения.

Для коротких импульсов $L \sim \lambda_p$ при их распространении в плазме в основном удастся избежать различных возможных неустойчивостей. Длительные импульсы с длиной $L > \lambda_p$ подвержены различным неустойчивостям таким, как вынужденное рамановское рассеяние [44, 45], лазерная шланговая неустойчивость [46], самомодуляция. Важным типом неустойчивости для ускорения электронов является самомодуляционная неустойчивость. Механизм самомодуляции в зависимости от параметров плазмы может вызываться или самофокусировкой, или вынужденным рамановским рассеянием вперед [26]. В работах [33, 34, 45, 47, 48] было показано, что при длине лазерного импульса $L > \lambda_p$ и интенсивности лазерного импульса, достаточной для релятивистской самофокусировки, возникает самомодуляция импульса в присутствии кильватерной волны, генерируемой внутри лазерного импульса. В результате лазерный импульс

разделяется на более короткие импульсы с длиной $L \sim \lambda_p$. В областях повышенной электронной плотности лазерный импульс рассеивается, а в областях пониженной — дополнительно фокусируется. Увеличение амплитуды лазерного импульса, в свою очередь, способствует генерации кильватерной волны большей амплитуды и порождает большие вариации плотности. Необходимо также отметить, что в силу вынужденного характера генерации кильватерной волны, ее амплитуда может значительно превосходить значение (3) [26]. Поскольку $\lambda_p \propto n_0^{-1/2}$ и $P_c \propto n_0^{-1}$, то такой режим распространения, соответствующий лазерному кильватерному ускорению в режиме самомодуляции (Self-Modulated Laser Wake Field Acceleration, SMLWFA), реализуется при более высоких плотностях, чем LWFA. У режима SMLWFA есть несколько преимуществ. Во-первых, длительность не нужно согласовывать так, чтобы $L \sim \lambda_p$, как в LWFA. Во-вторых, при большей плотности способна генерироваться кильватерная волна с большей амплитудой, поскольку $E_{max} \propto n_0^{1/2}$ (см. формулы (3) и (4)). В третьих, амплитуда лазерного импульса возрастает при фокусировке, и тем самым лазерный импульс генерирует кильватерную волну с большей амплитудой. В-четвертых, лазерный импульс может распространяться на несколько рэлеевских длин без необходимости дополнительного создания канала плотности, как в случае LWFA. Среди недостатков режима SMLWFA нужно отметить следующие. Во-первых, групповая скорость лазерного импульса меньше для большей плотности, например, в линейном режиме распространения лазерного импульса групповая скорость равна $v_g/c = (1 - (\omega_p/\omega)^2)^{1/2}$, поэтому электроны при ускорении быстрее дефазировываются относительно кильватерной волны и тем самым набирают меньшие энергии. Во-вторых, из-за захвата электронов в разных периодах волны и коротких длинах дефазировки на выходе получается широкий энергетический спектр электронов. В-третьих, вся структура состоящая из отдельных импульсов в итоге дифрагирует.

При достаточной мощности короткий лазерный импульс действием ponderomotorной силы может полностью вытеснить все электроны с оси распространения. При этом после опрокидывания кильватерная волна генерируется в режиме плазменной полости (в режиме кавитации или пузыря). Как это было показано аналитически и численно, плазменные полости могут образовываться как для длинных импульсов $L > \lambda_p$, так и для коротких $L \sim \lambda_p$. Для сравнительно длинных лазерных импульсов $k_p L \sim 10$ и безразмерных амплитуд в диапазоне 0.25–3 режим кавитации был получен в работе [49], при этом наблюдалось самоукручение, самофокусировка и распространение лазерного импульса на многие рэлеевские длины. Для коротких импульсов и релятивистских амплитуд $a \gg 1$ режим пузыря изучался в работах [50–52]. Было показано, что оптимальное ускорение возникает при радиусе пучка $k_p r_L \approx \sqrt{a}$ и длительности $L < r_L$, а мощность импульса при этом должна превышать порог:

$$P > P_{bubble} = 30 \left(\frac{\tau[\text{фс}]}{\lambda[\text{мкм}]} \right)^2 [\text{ГВт}]. \quad (11)$$

В работе [51] была разработана феноменологическая модель пузыря и было показано, что ускоряющая и фокусирующая силы являются близкими к линейным. При рассмотрении генерации кильватерной волны в режиме пузыря в полом канале в работе [53] было показано, что ускоряющая сила вблизи задней стенки пузыря имеет плато, что способствует моноэнергетическому ускорению. В случае полого канала возможно управлять фокусирующей и ускоряющей силой независимо, и тем самым контролировать рост эмиттанса ускоряемого пучка [54]. Необходимо отметить, что опрокидывание волны в нелинейном случае, благодаря искривленности ее волнового фронта, происходит при значениях меньших, чем предел (1), полученный для плоских волн.

Когда лазерный импульс взаимодействует с предварительно неионизованным газом, могут возникать различные нелинейные эффекты, такие как самофокусировка, самомодуляция и дисперсия групповой скорости при мощно-

сти лазерного импульса, близкой к критической [55]. Дефокусировка лазерного импульса может возникать при его прохождении в ионизирующей газе [56], поскольку концентрация образующихся электронов зависит от интенсивности импульса, основная часть которой сконцентрирована в пятне импульса.

Одним из важных этапов на пути к современным экспериментам по лазерно-плазменному ускорению стало изобретение усиления чирпированных импульсов в 1985-м году [57], которое позволило радикально сократить длительность лазерных импульсов до десятков фемтосекунд и достичь интенсивностей свыше 10^{21} Вт/см². Это в свою очередь позволило проводить эксперименты в режиме, в котором длительность импульсов сравнима с длиной плазменной волны $L \sim \lambda_p$. В дальнейшем именно такой режим (LWFA и режим пузыря) станет основным для получения пучков электронов с высокими энергиями. Одними из первых экспериментов, где была изучена волна в таком режиме, были работы [58–60]. Было показано экспериментально, что плазменные каналы для бездифракционного распространения коротких лазерных импульсов на многие рэлеевские длины могут быть созданы с помощью лазерно-индуцированного гидродинамического расширения [61, 62] дополнительным лазерным импульсом, который следует впереди основного, а также с помощью газовых разрядов в капиллярах [63, 64]. Бездифракционное распространение короткого лазерного импульса с релятивистской интенсивностью было впервые реализовано в работе [65] с помощью двух вспомогательных лазерных импульсов. Эксперименты по релятивистской самофокусировке в режиме SMLWFA проводились в различных работах [66, 67] со струями газа и газонаполненными камерами и продемонстрировали бездифракционное распространение лазерных импульсов на многие рэлеевские длины.

2. Инжекция и лазерно-плазменное ускорение электронов

Ускорение до энергий порядка ГэВ было впервые продемонстрировано численно в работе [1] в 1979-м году. Было показано, что с помощью короткого лазерного импульса $L \simeq \lambda_p/2$ возможно достичь ускорения до 1 ГэВ на длине 1 см и до 10 ГэВ на длине 30 см. Для оценки максимальной достижимой энергии ускоренных электронов было получено выражение:

$$\epsilon^{max} \simeq 2\gamma_p^2 mc^2. \quad (12)$$

За исключением различных видов неустойчивостей фундаментальными причинами, которые влияют на процесс ускорения электронов, являются истощение лазерного импульса при генерации кильватерной волны, длина дефазировки и амплитуда ускоряющего поля. В линейном режиме ($a < 1$) длина, на которой лазерный импульс истощается, больше длины дефазировки и процесс ускорения определяется длиной дефазировки, в нелинейном режиме эти длины могут сравниваться. В работе [26] приведено следующее выражение для длины дефазировки

$$L_{ph} \cong \gamma_p^3 \lambda \quad (13)$$

и для максимальной энергии, набираемой электронами:

$$\epsilon^{max} = 2\kappa mc^2 \gamma_p^2 a^2, \quad (14)$$

где κ — множитель порядка 1. Для линейной волны это значение меньше в 2 раза, поскольку только четверть периода такой волны является ускоряющей и фокусирующей одновременно. В случае каналированного распространения лазерного импульса длина ускорения может превышать четверть периода плазменной волны [26].

В режиме пузыря ускорение происходит на длине, оцениваемой с помощью выражения [52]:

$$L_{acc} \approx 0.7 \frac{c\tau}{\lambda} Z_R, \quad (15)$$

а энергия, достигаемая квазимоноэнергетическим пучком электронов, при этом оценивается по формуле [52]:

$$E_{mono} \approx 0.65mc^2 \sqrt{\frac{P}{P_{rel}} \frac{c\tau}{\lambda}}, \quad (16)$$

где $P_{rel} = m^2c^5/e^2 \approx 8.5$ ГэВ.

Инжекция электронов в кильватерную волну может происходить как при самозахвате во время опрокидывания волны, так и различными внешними способами. В настоящее время самозахват является основным способом для получения пучков электронов с рекордными энергиями. Однако, различные способы внешней инжекции дают больший контроль над характеристиками ускоряемых пучков электронов. В работах [68, 69] была разработана теория самозахвата электронов в плазменную полость, получено поперечное сечение и условие самозахвата в зависимости от радиуса и скорости полости, было показано, что удлинение пузыря сокращает гамма-фактор полости и тем самым усиливает самозахват.

При генерации волны в режиме SMLWFA и самозахвате электроны, ускоренные до энергий 2 МэВ, наблюдались в эксперименте [70], а в эксперименте [4] — ускоренные до энергий 44 МэВ. При внешней инжекции от взаимодействия лазера с алюминиевой мишенью в режиме SMLWFA электроны с энергиями до 18 МэВ были получены в эксперименте [71]. В дальнейшем электроны, ускоренные в режиме SMLWFA, наблюдались в работах [72, 73].

При внешней инжекции электронов ускорение в режиме LWFA было впервые продемонстрировано в работе [74] с приростом энергии электронов в 1.6 МэВ. При внешней инжекции с помощью интерференции, которая возникает при распространении дополнительного лазерного импульса навстречу основному, были получены [75] квазимоноэнергетические пучки электронов с энергиями в диапазоне 15–250 МэВ в зависимости от того, где происходила интерференция, и на какой длине ускорялись электроны. В работе [76] впервые была исполь-

зована схема инжекции в плазменную полость при ионизации электронов из примесного газа, который обладал более высоким порогом ионизации для электронов внутренних оболочек по сравнению с основным газом, при ионизации которого генерировалась кильватерная волна в режиме плазменной полости. Было продемонстрировано увеличение на порядок заряда ускоренных электронов, и снижение угловой расходимости по сравнению с самозахватом в плазменную полость. В дальнейшем инжекция с помощью ионизации была выполнена в работах [77, 78] с двумя газовыми камерами. Первая камера была наполнена легким газом с примесью, вторая содержала только легкий газ. Под воздействием лазерного импульса происходила ионизация, и при генерации кильватерной волны в первой камере в нее инжектировались ионизирующиеся электроны из примесного газа с более высоким потенциалом ионизации для электронов внутренних оболочек. Начальное ускорение происходило в первой камере, которое затем продолжалось во второй камере. В этих работах были соответственно получены квазимоноэнергетические ускоренные пучки электронов с энергиями 0.5 ГэВ и разбросом 5% и 0.8 ГэВ и разбросом 25%. В работе [79] были изучены пучки ускоренных электронов, энергию которых можно было регулировать в диапазоне 0.1–0.4 ГэВ при инжекции в нисходящем градиенте плотности в струе газа и последующем ускорении в капилляре, где создавался радиальный профиль плотности.

В режиме LWFA электроны ускоренные до энергий 200 МэВ при самозахвате наблюдались в работе [3]. Спектр электронов имел температурный вид с плато при высоких энергиях. В 2004-м году сразу в трех работах [65, 80, 81] были получены квазимоноэнергетические пучки электронов с энергиями ~ 100 МэВ. В первых двух работах длина импульса равнялась нескольким длинам плазменной волны, захват происходил при опрокидывании волны, который прекращался, когда амплитуда волны снижалась из-за эффекта нагрузки, обусловленного полем захваченного пучка. В работе [81] захват и ускорение происходило в ре-

жиме пузыря. При этом заряд электронов был выше, чем в предыдущих двух работах, а разброс по энергиям — больше. Электроны с энергией в 1 ГэВ разбросом по энергии 2.5% и зарядом 30 пКл были получены в режиме LWFA в 2006-м г. в работе [82] с помощью тераваттного лазера в газонаполненном капилляре, в котором предварительно создавался газовый разряд. В 2013-м году в работе [83] были получены пучки с энергией 2 ГэВ с разбросом по энергии 10% и зарядом 540 пКл в газовой мишени из гелия без предварительного создания канала плотности в режиме пузыря с помощью петаваттного лазера. Квазиодноэнергетический пучок с энергией 7.8 ГэВ с зарядом 5 пКл удалось получить в работе [84] в 2019-м году с помощью ведения лазерного импульса петаваттного уровня мощности в газонаполненном капилляре, с предварительно созданным в нем каналом плотности. Из-за эффекта нагрузки, а также сложной эволюции лазерного импульса в канале, замозахват начинался и прекращался несколько раз, о чем свидетельствовали пучки электронов с различными пиками по энергии.

Ускорение в плазменной волне имеет свои недостатки, такие как низкий коэффициент полезного действия и низкая частота повторения современных лазерных комплексов [85]. Напряженность лазерного поля может существенно превышать напряженность кильватерной волны, но быстро осциллирующее поперечное лазерное поле сложно применять для ускорения напрямую. Поэтому рассматриваются различные альтернативные схемы нагрева и ускорения электронов, а также различные применения ускоренных электронов. Механизм стохастического нагрева и ускорения при распространении длительного (~ 1 пс) лазерного импульса в докритической плазме, обусловленный действием одновременно лазерного и турбулентных плазменных полей, рассматривался в работах [86, 87]. В работе [88] было показано, что электроны можно нагреть и ускорить при интерференции нескольких лазерных импульсов и их взаимодействии с резкой границей мишени без участия кильватерных волн. Ускорение в

этом случае состоит из двух фаз: медленного стохастического нагрева, за которым следует резонансный набор энергии при прямом ускорении под действием одного из лазерных импульсов. Угловое распределение электронов, ускоренных полем остро сфокусированного лазерного импульса, использовалось для оценки пиковой интенсивности отдельных импульсов [89]. Прямое лазерное ускорение в плазменных каналах с азимутальным квазистатическим магнитным полем в докритической плазме впервые рассматривалось в работах [90, 91]. Недавно согласованные инъекция и прямое лазерное ускорение были продемонстрированы численно и экспериментально в работе [92] при взаимодействии фемтосекундного лазерного импульса с тонкой пленкой с толщиной ~ 16 мкм, которую предварительно испаряли наносекундным предимпульсом. Лазерно-плазменные ускорители рассматриваются в качестве ярких источников широкополосного излучения в рентгеновском диапазоне, которое генерируется во время бетатронных колебаний электронов, ускоряемых в режиме пузыря [93, 94], или при прямом ускорении при каналированном распространении лазерного импульса в докритической плазме [95].

3. Ускорение и применение поляризованных сгустков заряженных частиц

Эксперименты в области физики высоких энергий с пучками электронов и позитронов, ускоренных до энергий в ТэВ-диапазоне, могут привести к революционным открытиям и новому пониманию фундаментальных взаимодействий природы, структуры материи, пространства и времени [96, 97]. Точные измерения, с помощью которых конечные состояния в результате взаимодействия частиц, как правило, полностью реконструируемы, делают доступным для анализа многочисленный наблюдаемый массив величин, таких как массы, полные сечения рассеяния, а также энергетические и угловые распределения [98]. Все

это стало возможным благодаря высокой светимости при известной и настраиваемой энергии пучка, однако максимальная отдача от проведенного эксперимента возможна только при использовании поляризованных пучков частиц, которые уже стали ценным инструментом для строгих испытаний Стандартной модели, диагностики новой физики и поиска новых частиц [8, 99].

В настоящее время большинство исследовательских ускорителей электронов и позитронов используют пучки с заданной спин-поляризацией P , включая такие установки, как электрон-позитронный коллайдер ВЭПП-4 (Встречный Электронно-Позитронный Пучок) с $P \sim 70\%$ в ИЯФ СО РАН, Новосибирск, Россия; ускоритель PETRA (Positron-Electron Tandem Ring Accelerator) с $P \sim 80\%$ в DESY, Гамбург, Германия; ускоритель ELSA (Electron Stretcher Accelerator) с $P \sim 72.5\%$ для электронов с энергией около 2 ГэВ в городе Бонн, Германия и многие другие [98, 100]. Дифференциальные сечения рассеяния характерных реакций, которые существенно зависят от начальной поляризации сталкиваемых частиц, для пучков электронов и позитронов с поперечной (относительно направления ускорения пучка) поляризацией P_1 и P_2 в системе координат центра масс могут быть записаны как [100, 101]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{\tilde{r}_e^2}{16\gamma^2}\beta_\mu [2 - \beta_\mu^2 \sin^2 \theta (1 - |P_1||P_2| \cos(2\phi))], \quad (17)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(e^+e^- \rightarrow e^+e^-) = \frac{\tilde{r}_e^2}{16\gamma^2} \left(\frac{3 + \cos^2 \theta}{1 - \cos \theta} \right)^2 \left[1 + \frac{|P_1||P_2| \sin^4 \theta}{(3 + \cos^2 \theta)^2} \cos(2\phi) \right], \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma) &= \frac{\tilde{r}_e^2}{4\gamma^2 (1 - \beta_e^2 \cos^2 \theta)} \times \\ &\times [1 + \cos^2 \theta + |P_1||P_2| \sin^2 \theta \cos(2\phi)], \end{aligned} \quad (19)$$

где \tilde{r}_e — классический радиус электрона, β_e, β_μ — безразмерные скорости электронов и мюонов соответственно, θ — угол рассеяния, ϕ — азимутальный угол вокруг оси распространения пучка, при этом положение с $\phi = 0$ параллельно направлению поляризации, т. е. вертикальному.

В большинстве ускорителей протонов в ускорительное кольцо вводится поляризованный пучок частиц из внешнего инжектора, а сохранение желаемой поляризации в процессе ускорения обеспечивается с помощью так называемых Сибирских змеек и спиновых ротаторов [10, 100]. Для ультрарелятивистских пучков электронов и позитронов возможна иная схема. Такие пучки испускают синхротронное излучение и при длительном движении в однородном магнитном поле могут поляризоваться против поля в случае ускорения электронов, или по полю, если речь идет о позитронах. Этот эффект обусловлен зависимостью вероятности радиационного перехода с переворотом спина от начальной ориентации спина и впервые был предсказан Соколовым и Терновым в 1963 году [102]. Анализ кинетики процесса радиационной поляризации показал, что поляризация неполяризованного вначале пучка нарастает экспоненциально как [9, 100, 102, 103]

$$P(t) = P_{st}(1 - \exp(-t/\tau_{pol})), \quad (20)$$

где τ_{pol} – некоторое характерное время поляризации, а асимптотическое значение $P_{st} = 8\sqrt{3}/15 \simeq 92.376\%$. Характерное время самополяризации τ_{pol} зависит от величины магнитного поля и энергии частиц и может составлять сотни часов для некоторых установок, например, для ВЭПП-4 это время составляет порядка 70 минут, а для большого электрон-позитронного коллайдера (Large Electron-Positron collider, LEP) — около 16 часов. При этом в накопительном кольце существует достаточно много различных эффектов, приводящих к деполяризации пучка, например, явления стохастической и динамической, возникающей при прохождении спином резонансов, деполяризации [100, 104].

Возможность создания на основе лазерно-плазменных методов ускорения альтернативных источников высокоэнергетических частиц побудила интерес к исследованию динамики поляризации пучков в кильватерном поле в плазме. При помощи метода частиц в ячейке (Particle-In-Cell, PIC) были получены ре-

зультаты по генерации килоамперных электронных пучков с поляризацией до 88% и энергией около 1 ТэВ [105], а также с использованием кода QUICKPIC [106] проведено исследование динамики деполяризации для пучков с конечной энергией до 70 ТэВ и деполяризацией около 0.12% в режиме LWFA [107].

Для того, чтобы ускорять частицы до энергий в сотни ТэВ и вплоть до нескольких ТэВ, обсуждаются различные схемы, включающие в себя многостадийность. Можно было бы представить себе гораздо более короткий и дешевый по сравнению с LEP электрон-позитронный коллайдер, состоящий из соединенных ускоряющих ступеней, обеспечивающих прирост энергии около 10 ТэВ каждая. Для линейного ускорителя, генерирующего частицы с энергией около 1 ТэВ, потребуется около 100 таких ступеней. Каждая ступень может состоять из предварительно сформированного плазменного канала длиной не более метра с плотностью электронов плазмы около 10^{17} см⁻³, а кильватерное поле будет генерироваться лазерным импульсом с энергией около 30 Дж и длительностью ~ 100 фс в умеренно нелинейном режиме [6]. Эксперименты уже показывают возможность двухстадийного ускорения [7, 108].

Альтернативные схемы предполагают ускорение частиц до энергий в сотни ТэВ за одну ускорительную стадию. Теоретические исследования показывают, что возможно получить электроны с энергией около 100 ТэВ в кильватерном поле мультипетаваттного лазерного импульса в плазменном канале длиной 25 м при умеренно нелинейном режиме ускорения [109]. Частицы с энергией ТэВ-диапазона потенциально могут быть получены с помощью нового метода лазерно-плазменного ускорения без дефазировки (Dephasingless Laser Wake Field Acceleration, DLWFA), базирующегося на использовании комбинации явления сферической абберации с новой цилиндрически-симметричной эшелонной оптикой для пространственно-временного структурирования лазерного импульса [110]. Проект AWAKE (Advanced Proton Driven Plasma Wakefield Acceleration Experiment), активно разрабатывающийся в настоящее время в CERN, пред-

полагает использование для генерации кильватерного поля в плазме высокоэнергетического протонного сгустка с энергией в сотни ГэВ, что также дает возможность генерировать электронные и позитронные сгустки с энергией в несколько сотен ГэВ (вплоть до 1 ТэВ) за одну ускорительную стадию [111].

В данной работе динамика поляризации и других характеристик электронных и позитронных сгустков исследуется при параметрах, характерных для многостадийного ускорителя до энергией ТэВ-диапазона с использованием большого числа отдельных стадий и различных режимов лазерно-плазменного ускорения.

Глава 1

Модель лазерно-плазменного ускорения поляризованного электрона

Спин является фундаментальным свойством частицы наравне с её массой и зарядом и в экспериментах по физике высоких энергий существенным образом влияет на сечение взаимодействия пучков частиц [8], которое зависит от поляризации, определяемой средним вектором спина частиц пучка. Исследования с использованием поляризованных пучков частиц позволяют, к примеру, проводить прецизионные тесты стандартной модели [8, 112].

В данной главе описывается построение модели для расчёта прецессии спина электрона при его ускорении в поле кильватерной волны, генерируемой лазерным импульсом в плазменном канале. Получено аналитическое описание эволюции компонент спина в постоянных заданных полях, соответствующих средним значениям полей при ускорении частиц в первой стадии многостадийного лазерно-плазменного коллайдера. Проведен анализ динамики прецессии спина одного электрона в зависимости от фазы инжекции и начальной энергии при самосогласованном расчете генерации кильватерного поля. Определены параметры, при которых спин электрона минимально отклоняется от начального значения в течение всего процесса ускорения. Результаты самосогласованного численного моделирования сопоставляются с теоретическими оценками для ускорения в постоянных полях.

1.1. Генерация кильватерных волн в плазме и уравнения движения частицы

При взаимодействии лазерного импульса с разреженной плазмой электроны под действием силы высокочастотного давления смещаются относительно ионов. Возникающие таким образом колебания электронной плотности приводят к образованию кильватерной волны, в поле которой возможно ускорение электронов до высокой энергии. В данной работе рассматривается ускорение электронов в кильватерном поле, образованном при прохождении короткого высокоинтенсивного лазерного импульса вдоль оси цилиндрически симметричного плазменного канала с нарастающей в радиальном направлении концентрацией плазмы. При этом численное моделирование трехмерных нелинейных кильватерных волн проводилось с помощью кода LAPLAC [113], в основе которого лежит решение системы гидродинамических уравнений, усредненных на периоде колебаний лазерного импульса и описывающих динамику холодной, релятивистской, идеальной электронной жидкости, совместно с уравнениями Максвелла [41, 114, 115]:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla(n\mathbf{v}) = 0, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = e\mathbf{E} - mc^2 \nabla \gamma_{pl}, \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -4\pi ne\mathbf{v} - \frac{c^2}{e} \nabla \times \nabla \times \mathbf{p}, \quad (1.3)$$

$$\gamma_{pl} = \sqrt{1 + \frac{p^2}{m^2 c^2} + \frac{|a|^2}{2}}, \quad \mathbf{v} = \frac{\mathbf{p}}{m\gamma_{pl}}, \quad (1.4)$$

и уравнением, определяющем эволюцию нормированной комплексной огибающей лазерного импульса $a = eE_L/(mc\omega)$ [114]:

$$\left(\frac{2i\omega}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} + 2ik \frac{\partial}{\partial z} - \Delta_{\perp} \right) a = \frac{\omega_p^2}{c^2} \left(\frac{n}{N_0 \gamma_{pl}} - 1 \right) a, \quad (1.5)$$

здесь c — скорость света, n , \mathbf{p} , \mathbf{v} — концентрация, импульс и скорость электронов плазмы, e , m — их заряд и масса, N_0 — начальная концентрация электронов на оси плазменного канала, $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 N_0/m}$ — плазменная частота, ω , $k = \omega/c$ — частота и волновое число лазерного импульса, \mathbf{E} — медленно меняющаяся на масштабах ω^{-1} и k^{-1} напряженность электрического поля, Δ_{\perp} — поперечная часть оператора Лапласа. Комплексная амплитуда лазерного поля \mathbf{E}_L связана с высокочастотным электрическим полем лазерного импульса $\tilde{\mathbf{E}}$ соотношением

$$\tilde{\mathbf{E}} = \text{Re}(\mathbf{E}_L e^{-i(\omega t - kz)}). \quad (1.6)$$

Используя безразмерные переменные

$$\xi = k_p(z - ct), \quad \zeta = k_p z, \quad \boldsymbol{\rho} = k_p \mathbf{r}_{\perp}, \quad k_p = \frac{\omega_p}{c}, \quad \tau = \omega_p t, \quad (1.7)$$

перепишем уравнение (1.5) с учётом цилиндрической симметрии в форме [113, 116]:

$$\left\{ 2i \frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{k_p}{k} \left(\Delta_{\perp \rho} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \zeta \partial \xi} \right) \right\} a = \frac{k_p \nu}{k \gamma_{pl}} a, \quad (1.8)$$

где $\nu = n/N_0$, а $\Delta_{\perp \rho} = (1/\rho) \partial/\partial \rho (\rho \partial/\partial \rho)$. Нелинейный релятивистский отклик плазмы ν/γ_{pl} можно выразить через скалярную функцию (потенциал) $\Phi = \gamma_{pl} - p_z/(mc)$:

$$\frac{\nu}{\gamma_{pl}} = \frac{\nu_0 + \Delta_{\perp} \Phi}{1 + \Phi}, \quad (1.9)$$

здесь $\nu_0 = n_0/N_0$; $n_0 = n_0(\rho, \zeta)$ — начальное распределение плотности электронов, а кильватерный потенциал Φ нормирован на mc^2/e . В квазистатическом приближении [29], в случае широкого (по сравнению со скинковой длиной $1/k_p$) лазерного импульса из системы (1.1)–(1.4) можно получить уравнение для потенциала [116]:

$$\left\{ (\Delta_{\perp \rho} - \nu_0) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - \frac{\partial \ln \nu_0}{\partial \rho} \frac{\partial^3}{\partial \rho \partial \xi^2} + \nu_0 \Delta_{\perp \rho} \right\} \Phi - \frac{\nu_0^2}{2} \left\{ 1 - \frac{1 + |a|^2/2}{(1 + \Phi)^2} \right\} = \nu_0 \Delta_{\perp \rho} \frac{|a|^2}{4}. \quad (1.10)$$

Теперь запишем уравнения движения электрона под действием сил F_z и F_r [113, 117]:

$$\frac{dq_z}{d\tau} = F_z(\xi, \rho), \quad (1.11)$$

$$\frac{d\mathbf{q}_\perp}{d\tau} = \mathbf{F}_r(\xi, \rho), \quad (1.12)$$

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \frac{q_z}{\gamma} - 1, \quad (1.13)$$

$$\frac{d\rho}{d\tau} = \frac{\mathbf{q}_\perp}{\gamma}, \quad (1.14)$$

здесь силы, действующие на электрон, определяются через Φ как

$$F_z = E_z = \frac{\partial\Phi}{\partial\xi}, \quad F_r = E_r - B_\phi = \frac{\partial\Phi}{\partial\rho}, \quad (1.15)$$

компоненты электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{B} поля нормированы на $mc\omega_p/e$, $\mathbf{F}_r = \{F_x, F_y\} = F_r\{\cos\phi, \sin\phi\}$, а $q_z, \mathbf{q}_\perp = \{q_x, q_y\}$ — продольная и поперечные компоненты безразмерного импульса электрона $\mathbf{q} = \mathbf{p}_e/(mc)$, $\phi = \arctan(y/x)$ — угол, характеризующий положение электрона и $\gamma = \sqrt{1 + q_z^2 + q_\perp^2}$ — релятивистский фактор ускоряемого электрона. Для позитронов силы в уравнениях (1.11) и (1.12) будут иметь обратный знак.

1.2. Прецессия спина заряженной частицы в кильватерном поле

Для нерелятивистской частицы прецессия её спина описывается следующим уравнением:

$$\frac{d\mathbf{s}}{dt} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} = -\frac{ge}{2mc}\mathbf{B} \times \mathbf{s}, \quad (1.16)$$

здесь $\boldsymbol{\mu}$ — магнитный момент частицы, связанный с её спином, \mathbf{B} — внешнее магнитное поле, $g \simeq 2.002\,322\,8$ — g -фактор, e и m — заряд и масса частицы соответственно, а \mathbf{s} — вектор спина. Есть несколько способов обобщения этого

уравнения на релятивистский случай. Остановимся на квазиклассическом подходе [100], основанном на преобразованиях Лоренца. Рассмотрим частицу, движущуюся со скоростью \mathbf{v}_e и гамма-фактором $\gamma = 1/\sqrt{1 - v_e^2/c^2}$ под действием электрического и магнитного поля в лабораторной системе отсчёта. Траектория такой частицы определяется силой Лоренца:

$$\frac{d\mathbf{p}_e}{dt} = e(\mathbf{E} + \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B}), \quad (1.17)$$

где $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{v}_e/c$, а $\mathbf{p}_e = m\gamma\mathbf{v}_e$. Используя равенства $d\mathbf{p}_e/dt = \gamma^3 mc d\boldsymbol{\beta}/dt$ и $\gamma^2 \boldsymbol{\beta} d\boldsymbol{\beta}/dt = e/(mc\gamma)\mathbf{E}\boldsymbol{\beta}$, несложно показать, что (1.17) приводит к уравнению относительно $\boldsymbol{\beta}$:

$$\frac{d\boldsymbol{\beta}}{dt} = \frac{e}{mc\gamma}(\mathbf{E} - (\mathbf{E}\boldsymbol{\beta})\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B}). \quad (1.18)$$

Выберем теперь помимо лабораторной системы 'L' две другие системы отсчёта: систему 'C' такую, что частица в ней покоится, и инерциальную систему 'Г', движущуюся со скоростью $\mathbf{v}_e|_{t=0}$ (Рис.1.1). Начала координат всех трёх систем совпадают в момент $t = 0$, при этом преобразования Лоренца от лабораторной системы отсчёта к системам 'C' и 'Г' осуществляются с помощью релятивистского фактора γ . Так как спин \mathbf{s} является внутренним свойством частицы, то он таким образом определен для системы 'C'.

Спустя бесконечно малый промежуток времени $t = dt$ частица повернётся на угол

$$d\alpha = \frac{\boldsymbol{\beta} \times d\boldsymbol{\beta}}{\beta^2} = \frac{\boldsymbol{\beta} \times \dot{\boldsymbol{\beta}}}{\beta^2} dt, \quad (1.19)$$

что является кинематическим эффектом. Из уравнения движения в заданных внешних электрических и магнитных полях, получим:

$$\frac{\boldsymbol{\beta} \times \dot{\boldsymbol{\beta}}}{\beta^2} = -\frac{e}{mc\gamma} \left[\mathbf{B}_\perp - \frac{\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E}}{\beta^2} \right], \quad (1.20)$$

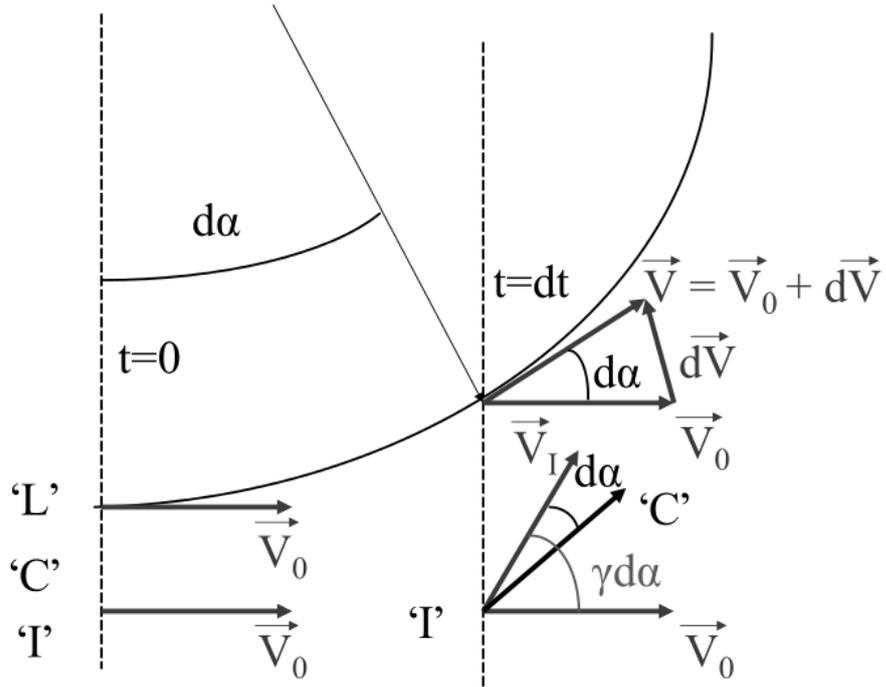


Рис. 1.1. Иллюстрация преобразований из лабораторной системы отсчёта 'L' в систему покоя частицы 'C'.

используя разложение вектора магнитного поля на продольную и поперечную к скорости частицы \mathbf{v} составляющие:

$$\mathbf{B}_{\parallel} = \frac{(\mathbf{B}\boldsymbol{\beta})\boldsymbol{\beta}}{\beta^2}, \quad \mathbf{B}_{\perp} = \mathbf{B} - \mathbf{B}_{\parallel} = \frac{\boldsymbol{\beta} \times (\mathbf{B} \times \boldsymbol{\beta})}{\beta^2}. \quad (1.21)$$

Определим теперь с помощью преобразований Лоренца магнитное поле в системе 'C' в момент $t = 0$ как

$$(\mathbf{B})_C = \gamma[\mathbf{B}_{\perp} - \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E}] + \mathbf{B}_{\parallel}, \quad (1.22)$$

тогда изменение спина в системе 'Γ' за время $d\tau = dt/\gamma$ в соответствии с (1.16)

$$(d\mathbf{s})_I = -\frac{ge}{2mc}(\mathbf{B})_C \times \mathbf{s}d\tau. \quad (1.23)$$

Для того, чтобы найти изменение спина в системе покоя частицы, необходимо учесть вращение системы 'C' относительно 'Γ' на некий угол $d\phi$. Найдём

этот угол, последовательно рассмотрев движение 'С' относительно 'Г' и лабораторной системы отсчёта. Заметим, что 'С' (при $t = 0$) повернута на угол $-d\alpha$ относительно скорости $\mathbf{v}_e + d\mathbf{v}_e$ частицы в момент $t = dt$. Вместе с тем, в инерциальной системе 'Г' и скорость, и система покоя поворачиваются в γ раз быстрее, чем в лабораторной системе отсчёта (Рис.1.1). Тогда

$$d\phi = \gamma d\alpha - d\alpha = (\gamma - 1)d\alpha, \quad (1.24)$$

а изменение спина с учётом (1.19) и (1.23) запишется как

$$d\mathbf{s} = (\mathbf{s})_I - d\phi \times \mathbf{s} = - \left[\frac{ge}{2mc\gamma} (\mathbf{B})_C \times \mathbf{s} + \frac{\gamma - 1}{\beta^2} (\boldsymbol{\beta} \times \dot{\boldsymbol{\beta}}) \times \mathbf{s} \right] dt. \quad (1.25)$$

Это выражение содержит два слагаемых, определяющих прецессию вектора \mathbf{s} . Первое описывает поворот спина магнитным полем, а второе вращение возникает непосредственно из релятивистской кинематики, и было впервые описано Л. Томасом в 1927 году в [118].

Формулу (1.25) можно представить в виде:

$$\frac{d\mathbf{s}}{dt} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{s}, \quad \boldsymbol{\Omega} = -\boldsymbol{\mu} \frac{(\mathbf{B})_C}{\gamma} + \boldsymbol{\omega}_T, \quad (1.26)$$

где $\boldsymbol{\omega}_T$ — вектор прецессии Томаса и

$$\boldsymbol{\omega}_T = -\frac{\gamma - 1}{\beta^2} \boldsymbol{\beta} \dot{\boldsymbol{\beta}} = -\frac{\gamma^2}{\gamma + 1} \boldsymbol{\beta} \times \dot{\boldsymbol{\beta}}. \quad (1.27)$$

Стоит отметить, что прецессия Томаса будет существовать и в том случае, когда ускорение частицы $\dot{\mathbf{v}}$ обусловлено гравитационными или другими силами неэлектромагнитной природы.

Преобразуем $\boldsymbol{\Omega}$ с помощью (1.20) и (1.22):

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{e}{mc} \left[-\frac{g}{2\gamma} \mathbf{B}_{\parallel} + \left(1 - \frac{1}{\gamma} - \frac{g}{2} \right) \mathbf{B}_{\perp} + \left(\frac{g}{2} - \frac{\gamma}{\gamma + 1} \right) \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E} \right]. \quad (1.28)$$

Разлагая теперь g на "аномальную" и "нормальную" части, а именно $g = 2(1 + a_m)$, где a_m — аномальный магнитный момент, найдём другое, широко

используемое выражение для $\boldsymbol{\Omega}$:

$$\boldsymbol{\Omega} = -\frac{e}{mc} \left[\frac{1+a_m}{\gamma} \mathbf{B}_{\parallel} + \left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) \mathbf{B}_{\perp} - \left(a_m + \frac{1}{\gamma+1} \right) \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E} \right]. \quad (1.29)$$

Уравнение, описывающие прецессию спина релятивистской частицы, в котором не используется представление магнитного поля как суммы продольной и поперечной компонент, было получено В. Баргманом, Л. Мишелем и В. Телегди в 1959 году и опубликовано в [119] в форме:

$$\frac{d\mathbf{s}}{dt} = -\frac{e}{mc} \left[\left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) \mathbf{B} - \frac{a_m \gamma}{\gamma+1} (\boldsymbol{\beta} \mathbf{B}) \boldsymbol{\beta} - \left(a_m + \frac{1}{\gamma+1} \right) \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E} \right] \times \mathbf{s}, \quad (1.30)$$

в литературе упоминается как Т-ВМТ уравнение. Необходимо подчеркнуть, что в (1.30) спин \mathbf{s} определен в системе покоя частицы, а все остальные величины, включая поля \mathbf{E} и \mathbf{B} , в лабораторной системе отсчёта. Кроме того, преобразования Лоренца выполнялись в предположении, что спин не влияет на траекторию частицы. Иначе говоря, Т-ВМТ уравнение справедливо, когда действующие на частицу силы Штерна-Герлаха ($\sim \nabla(\boldsymbol{\mu} \mathbf{B})$) малы по сравнению с силой Лоренца [100].

На основании уравнения (1.30) запишем в декартовых координатах систему дифференциальных уравнений, описывающих прецессию спина электрона с $v_{e,x}, v_{e,y} \ll v_{e,z} \simeq c$, движущегося в полях $\mathbf{E} = \{E_x, E_y, E_z\}$ и $\mathbf{B} = \{B_x, B_y, 0\}$:

$$\frac{ds_x}{dt} = -\frac{e}{mc} \left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) (B_y - E_x) s_z, \quad (1.31)$$

$$\frac{ds_y}{dt} = \frac{e}{mc} \left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) (B_x + E_y) s_z, \quad (1.32)$$

$$\frac{ds_z}{dt} = \frac{e}{mc} \left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) [(B_y - E_x) s_x - (B_x + E_y) s_y], \quad (1.33)$$

здесь с учётом $\beta_z \simeq 1$ и $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} \gg 1$ предполагается, что $a_m + 1/(\gamma+1) \simeq a_m + 1/\gamma$, аномальный магнитный момент электрона $a_m \simeq 0.001\,161\,4$.

Пользуясь тем, что магнитное поле в цилиндрически симметричном плазменном канале является азимутальным $\mathbf{B} = B_{\phi} \mathbf{e}_{\phi}$, а электрическое поле содержит только продольную и поперечную компоненты $\mathbf{E} = E_r \mathbf{e}_r + E_z \mathbf{e}_z$, запишем в

безразмерных величинах (1.7) в декартовых координатах систему дифференциальных уравнений, описывающих прецессию спина электрона в кильватерном поле:

$$\frac{ds_x}{d\tau} = s_z \left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) F_r \cos \phi, \quad (1.34)$$

$$\frac{ds_y}{d\tau} = s_z \left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) F_r \sin \phi, \quad (1.35)$$

$$\frac{ds_z}{d\tau} = - \left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) F_r [s_x \cos \phi + s_y \sin \phi]. \quad (1.36)$$

Таким образом (1.8)–(1.15), (1.34)–(1.36) и (1.15) представляют замкнутую систему уравнений, описывающую процесс ускорения поляризованного электрона в поле кильватерной волны, генерируемой лазерным импульсом в плазменном канале.

В данной работе моделирование проводилось путём численного решения уравнений (1.11)–(1.15) и (1.34)–(1.36) в безразмерных координатах (ζ, ξ, ρ) , определённых в (1.7):

$$\frac{dq_z}{d\zeta} = \frac{1}{\beta_z} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}, \quad \frac{dq_x}{d\zeta} = \frac{1}{\beta_z} \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \cos \phi, \quad \frac{dq_y}{d\zeta} = \frac{1}{\beta_z} \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \sin \phi, \quad (1.37)$$

$$\frac{d\xi}{d\zeta} = 1 - \frac{1}{\beta_z}, \quad \frac{dx}{d\zeta} = \frac{q_x}{q_z}, \quad \frac{dy}{d\zeta} = \frac{q_y}{q_z}, \quad (1.38)$$

$$\frac{ds_x}{d\zeta} = \frac{s_z}{\beta_z} \left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \cos \phi, \quad (1.39)$$

$$\frac{ds_y}{d\zeta} = \frac{s_z}{\beta_z} \left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \sin \phi, \quad (1.40)$$

$$\frac{ds_z}{d\zeta} = - \frac{1}{\beta_z} \left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} [s_x \cos \phi + s_y \sin \phi], \quad (1.41)$$

где $\beta_z = q_z/\gamma$. Силы самосогласованно рассчитывались с помощью уравнений (1.8)–(1.10) в коде LAPLAC, а в случае постоянных полей принимали заданные значения.

1.3. Динамика характеристик электрона, ускоряемого в постоянном заданном поле

Рассмотрим движение релятивистского электрона под действием постоянного ускоряющего поля и линейной фокусирующей силы

$$F_z = E_{acc}, \quad F_r = \alpha |\mathbf{x}_\perp|, \quad (1.42)$$

здесь $\mathbf{x}_\perp = \{x, y\}$ определяет положение электрона в плоскости перпендикулярной направлению его ускорения и нормируется на k_p . Начальную скорость частицы определим таким образом, чтобы её продольная компонента была много больше поперечной. Тогда гамма-фактор электрона запишется как $\gamma = \gamma_0 + E_{acc}\tau$, где $\gamma_0 = \gamma(\tau = 0)$, а уравнение осцилляций \mathbf{x}_\perp будет иметь вид [120]:

$$(\gamma_0 + E_{acc}\tau) \ddot{\mathbf{x}}_\perp(\tau) + \gamma_0 \dot{\mathbf{x}}_\perp(\tau) + \alpha \mathbf{x}_\perp(\tau) = 0. \quad (1.43)$$

Аналитическое решение этого уравнения получено в приближении [107]

$$\frac{\sqrt{|\alpha|\gamma_0}}{E_{acc}} \gg 1 \quad (1.44)$$

и записано в форме:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_\perp(\tau) = & \mathbf{x}_{\perp 0} \left(\frac{\gamma_0}{\gamma(\tau)} \right)^{1/4} \cos \left[\frac{2\sqrt{|\alpha|}}{E_{acc}} (\sqrt{\gamma} - \sqrt{\gamma_0}) \right] + \\ & \mathbf{q}_{\perp 0} \frac{1}{(\alpha^2 \gamma \gamma_0)^{1/4}} \sin \left[\frac{2\sqrt{|\alpha|}}{E_{acc}} (\sqrt{\gamma} - \sqrt{\gamma_0}) \right], \end{aligned} \quad (1.45)$$

здесь $\mathbf{x}_{\perp 0} = \{x_0, y_0\}$ и $\mathbf{q}_{\perp 0}$ — начальное положение и импульс электрона соответственно.

Система уравнений (1.34)–(1.36) прецессии спина для частицы в цилиндрической системе координат, привязанной к начальному положению электрона, выглядит следующим образом [107]:

$$\frac{ds_r}{d\tau} = s_z \left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) F'_r + s_\phi \dot{\phi}, \quad (1.46)$$

$$\frac{ds_z}{d\tau} = -s_r \left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) F'_r, \quad (1.47)$$

$$\frac{ds_\phi}{d\tau} = -s_r \dot{\phi}, \quad (1.48)$$

где $\dot{\phi} \equiv d\phi/d\tau$, $F'_r = F_r(|x_0| \cos \phi + |y_0| \sin \phi) / \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$, спин \mathbf{s} нормирован на свою абсолютную величину, и таким образом может принимать значения от -1 до 1, а $s_r^2 + s_\phi^2 + s_z^2 = 1$. При выполнении условия $|\mathbf{x}_{\perp 0}| \sqrt{|\alpha| \gamma_0} \gg |\mathbf{P}_{\perp 0}|$ траекторию электрона можно считать практически плоской, следовательно $ds_\phi/d\tau \ll 1$ и компонента спина s_ϕ сохраняется. В этом случае запишем выражение, описывающее изменение s_z компоненты спина, следующее из системы (1.46)–(1.48):

$$s_z(\tau) = \sqrt{1 - s_{\phi 0}^2} \sin \left[-\int_0^t \left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) F'_r dt + \arctan \left(\frac{s_{z0}}{s_{r0}} \right) \right]. \quad (1.49)$$

В [107] путём разложения интеграла в (1.49) получена приближенная аналитическая формула для $s_z(\tau)$:

$$s_z[\gamma(\tau)] = \sqrt{1 - s_{\phi 0}^2} \sin \left[-r'_0 \Lambda + \arctan \left(\frac{s_{z0}}{s_{r0}} \right) \right], \quad (1.50)$$

$$\Lambda = (1 + a_m \gamma) \left(\frac{\alpha^2 \gamma_0}{\gamma^3} \right)^{1/4} \sin \left[\frac{2\sqrt{|\alpha|}}{E_{acc}} (\sqrt{\gamma} - \sqrt{\gamma_0}) \right] \quad (1.51)$$

здесь $r'_0 = (x_0|x_0| + y_0|y_0|) / \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$, которая достоверно описывает прецессию s_z при выполнении неравенства:

$$\frac{3E_{acc}}{4a_m \sqrt{|\alpha|} (\gamma \gamma_0^5)^{1/4}} \ll 1. \quad (1.52)$$

Несложно заметить, что условие (1.52) при заданных постоянных ускоряющих и фокусирующих полях выполняется тем лучше, чем больше γ и γ_0 . В связи с этим для аналитической оценки прецессии при небольших γ_0 и γ , когда параметр (1.52) становится порядка единицы:

$$\frac{3E_{acc}}{4a_m \sqrt{|\alpha|} (\gamma \gamma_0^5)^{1/4}} \sim 1, \quad (1.53)$$

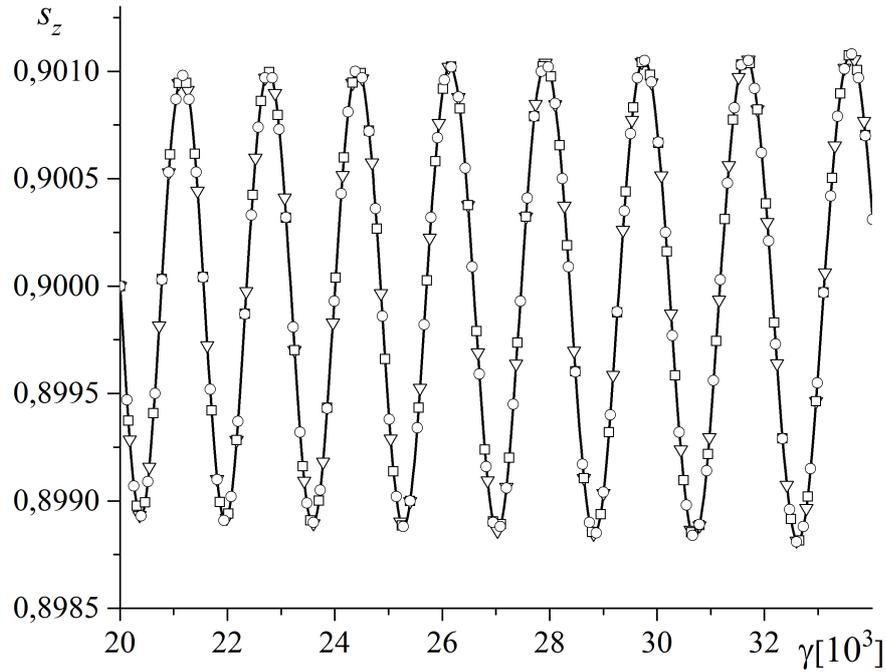


Рис. 1.2. Динамика изменения s_z компоненты спина электрона по мере его ускорения в полях (1.42) при $E_{acc} = 0.475$, $\alpha = -0.075$, $\gamma_0 = 2 \cdot 10^4$. Чёрная сплошная линия с треугольниками иллюстрирует результаты численного решения уравнений (1.37)–(1.41), линия и круги — графическое представление формулы (1.50), а линия и квадраты — формулы (1.54) при тех же параметрах.

необходимо учитывать дополнительные слагаемые в разложении интеграла из (1.49), что приводит к формуле [121]

$$s_z[\gamma(\tau)] = \sqrt{1 - s_{\phi 0}^2} \sin \left[-r'_0 \Lambda - \frac{r'_0 3 E_{acc}}{4 \gamma_0} \times \right. \\ \left. \times \left(1 - \left(\frac{\gamma_0}{\gamma} \right)^{5/4} \cos \left[\frac{2\sqrt{|\alpha|}}{E_{acc}} (\sqrt{\gamma} - \sqrt{\gamma_0}) \right] \right) + \arctan \left(\frac{s_{z0}}{s_{r0}} \right) \right]. \quad (1.54)$$

Определим деполяризацию электрона как модуль отклонение вектора спина от некоторого начального значения \mathbf{s}_0 , взятый с обратным знаком:

$$-|\Delta \mathbf{s}(\tau)| = -|\mathbf{s}(\tau) - \mathbf{s}_0|. \quad (1.55)$$

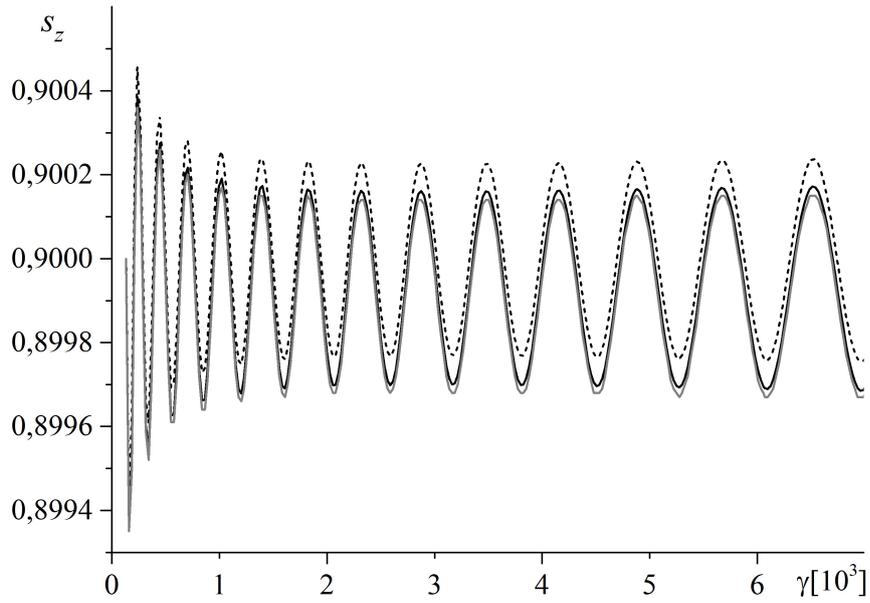


Рис. 1.3. Серая сплошная линия иллюстрирует результаты моделирования (1.37)–(1.41), пунктирная линия — графическое представление формулы (1.50), а черная сплошная линия — формулы (1.54) при $E_{acc} = 0.475$, $\alpha = -0.075$, $\gamma_0 = 132$.

Раскладывая выражение (1.50) по степеням Λ ($\Lambda \ll 1$ для типичных параметров лазерно-плазменного ускорения вплоть до энергий в несколько ТэВ) [107]:

$$s_z(\tau) = s_{z0} + s_{r0}r'_0\Lambda(\tau) - \frac{s_{z0}r'^2_0\Lambda(\tau)^2}{2} + O(\Lambda(\tau)^3), \quad (1.56)$$

можно получить приближенное значение формулы для огибающей деполяризации [121]:

$$-|\Delta\mathbf{s}(\tau)|_{env} = -a_m r'_0 \sqrt{1 - s_{\phi 0}^2} [\alpha^2 \gamma_0 (\gamma_0 + E_{acc} \tau)]. \quad (1.57)$$

Для тестирования численной реализации модели (1.37)–(1.41) были проведены расчеты для ускоряющего поля $E_{acc} = 0.475$ и линейной фокусирующей силы с $\alpha = -0.075$, что соответствует средним величинам полей, действующим на частицу с радиусом $r_{e,\perp}(\zeta)$ при умеренно нелинейном режиме ускорения:

$$E_{acc} = \bar{F}_z = \frac{1}{k_p L_{acc}} \int_{\zeta=0}^{k_p L_{acc}} F_z(r_{e,\perp}(\zeta), \zeta) d\zeta, \quad (1.58)$$

где L_{acc} — длина ускорения, а α получен путем аналогичного усреднения коэффициентов линейного приближения фокусирующей силы, действующей на частицу вблизи оси канала. Начальное положение электрона определялось как $\mathbf{x}_{\perp 0} = \{0.15, 0.2\}$, а $\mathbf{s}_0 = \{0.279, -0.335, 0.9\}$ в декартовых координатах, соответствующая радиальная компонента спина в цилиндрической системе координат, привязанной к начальному положению электрона, $s_{r0} = 0.1$. На Рис. 1.2 представлены результаты моделирования для электрона с $\gamma_0 = 2 \cdot 10^4$ в сравнении со значениями формулы (1.50) при тех же параметрах. Как видно из Рис. 1.2, для заданных начальных условий данные, полученные с помощью моделирования, практически совпадают с аналитическими значениями, что позволяет сделать вывод о корректности численной реализации. Следует также подчеркнуть, что частота колебаний компоненты спина s_z соответствует частоте бетатронных колебаний электрона, что является следствием формул (1.45), (1.50) и (1.54).

Формула (1.54) в пределе большого γ_0 переходит в (1.50), что показано на Рис. 1.2. Различия между значениями этих аналитических формул проиллюстрированы на Рис. 1.3 для электрона с $\gamma_0 = 132$, что является характерной энергией инжекции частицы в первую стадию лазерно-плазменного коллайдера. Заметим, что результаты моделирования при этих параметрах хорошо согласуются с (1.54).

1.4. Динамика характеристик электрона в кильватерном поле, генерируемом лазерным импульсом в плазменном канале

Рассмотрим процесс ускорения поляризованного электрона в поле кильватерной волны, сгенерированной лазерным импульсом при прохождении вдоль оси цилиндрически симметричного плазменного канала с параболическим про-

филом плотности в перпендикулярной к оси плоскости [42]:

$$n_0 = N_0 \left(1 + \frac{r^2}{R_{ch}^2} \right), \quad (1.59)$$

здесь R_{ch} — характерный радиальный размер канала. Распространение лазерного импульса и строение кильватерного потенциала были описаны с помощью численного решения уравнений (1.8)–(1.10) в коде LAPLAC для гауссова импульса

$$a(\xi, \rho, \zeta = 0) = a_0 \exp \left(-\frac{\rho^2}{\rho_L^2} - \left(\frac{\xi - \xi_{L0}}{\xi_L} \right)^2 \right) \quad (1.60)$$

в момент вхождения в канал, с $\lambda = 0.8$ мкм, шириной $r_L = \rho_L k_p^{-1} = 89.13$ мкм, длительностью $t_L = \xi_L \omega_p^{-1} = 56$ фс, $\xi_L = 1, \xi_{L0} = 7$ и интенсивностью $I = 4.28 \cdot 10^{18}$ Вт/см², и характеристик канала $R_{ch} = 305.1$ мкм, $N_0 = 10^{17}$ см⁻³. На Рис. 1.4а и Рис. 1.4б изображена огибающая лазерного импульса a , потенциал Φ и ускоряющая сила F_z в начале и в конце ускорения, а также схематично обозначены положения электрона с различными ξ_0 в момент инжекции, на Рис. 1.4в и Рис. 1.4г показано изменение распределения фокусирующей силы F_r в зависимости от расстояния до оси и ξ . Из Рис. 1.4 видно, что силы, действующие на ускоряемый электрон, не являются постоянными как из-за эволюции самого лазерного импульса при его распространении в канале, так и из-за смещения электрона относительно кильватерной волны.

Пусть теперь электрон с $\gamma_0 = 132$ инжектирован в точку $\xi = 3.2$, на расстоянии $r'_0 = 0.25$ от оси, с $\mathbf{x}_{\perp 0} = \{0.15, 0.2\}$ и соответствующему этому положению $\phi_0 = 0.927$, с $\mathbf{s}_0 = \{0.279, -0.335, 0.9\}$. Сравним в этом случае прецессию компоненты s_z , заданную аналитической формулой (1.54) для среднего значения сил, действующих на частицу в течение ускорения, и данные, полученные при моделировании в непостоянных полях. Как видно из Рис. 1.5, значения (1.54) и данные численного решения уравнений (1.37)–(1.41) существенно отличаются,

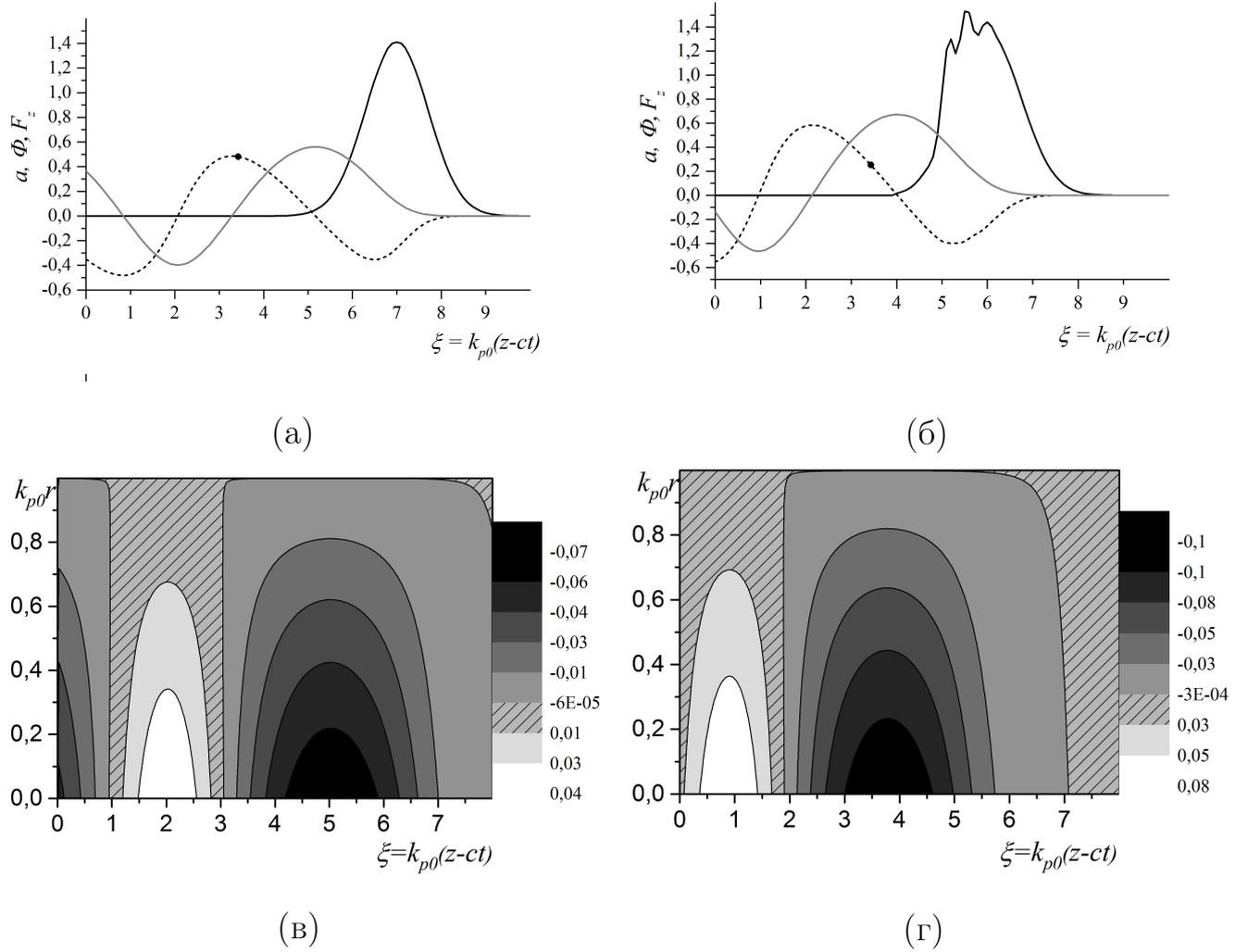


Рис. 1.4. Значения безразмерной огибающей лазерного импульса $a(\xi, \zeta, \rho = 0) = eE_0/(m\omega_p)$ — черная сплошная линия, кильватерного потенциала Φ — серая сплошная линия, ускоряющей силы F_z — пунктирная линия на оси канал в начале ускорения электрона (а) и в конце ускорения (б) в зависимости от ξ , точка схематично показывает положение электрона с $\xi_0 = 3.2$. На (в) и (г) показано двумерное распределение фокусирующей силы F_r по ρ и ξ в начале и конце ускорения соответственно.

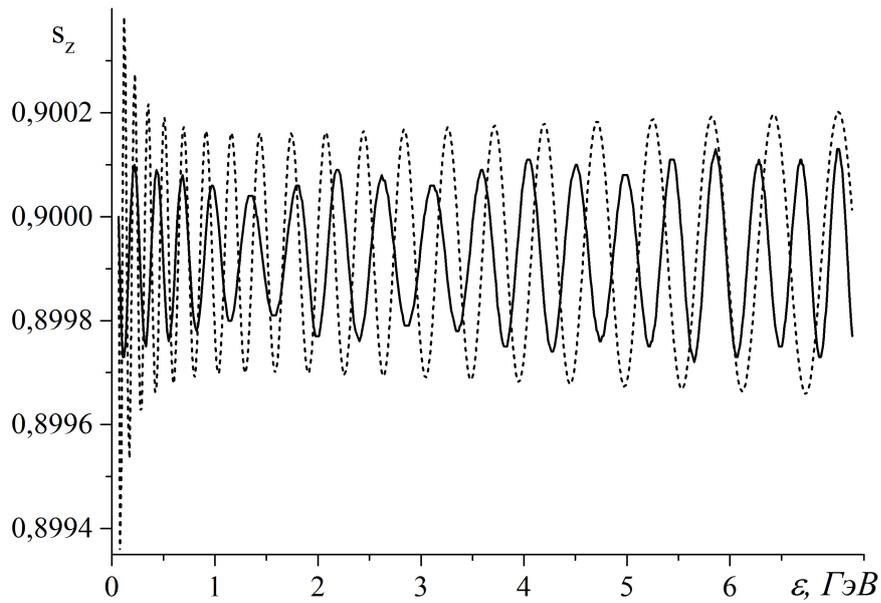


Рис. 1.5. Чёрная сплошная кривая иллюстрирует результаты численного расчёта s_z для полей из Рис. 1.4, пунктирная — графическое представление формулы (1.54) для средних значений полей, действующих на частицу.

таким образом, исследование деполяризации электрона при лазерно-плазменном ускорении требует численных расчётов.

Деполяризация электрона исследовалась в зависимости от его энергии ε_{inj} , положения r'_0 и фазы ξ_0 в момент инжекции. Для всех наборов параметров длина ускорения составляла 50.42 см. Рассматривались два предельных случая: 1) $\varepsilon_{inj} = \gamma_{ph} m c^2$; 2) $\varepsilon_{inj} \gg \gamma_{ph} m c^2$, где γ_{ph} соответствует фазовой скорости кильватерной волны. На Рис. 1.6 изображены огибающие деполяризации электрона с начальной энергией 67.5 МэВ, которая соответствует $\gamma_{ph} = 132$, для его различных исходных положений r'_0 и фаз ξ_0 , а на Рис. 1.7 огибающие деполяризации для электрона с начальной энергией 10.2 ГэВ для тех же параметров, что и на Рис. 1.6.

Зависимость деполяризации от r'_0 , которая следует из формулы (1.57), отчетлива видна как на Рис. 1.6, так и на Рис. 1.7. Отдельный интерес представ-

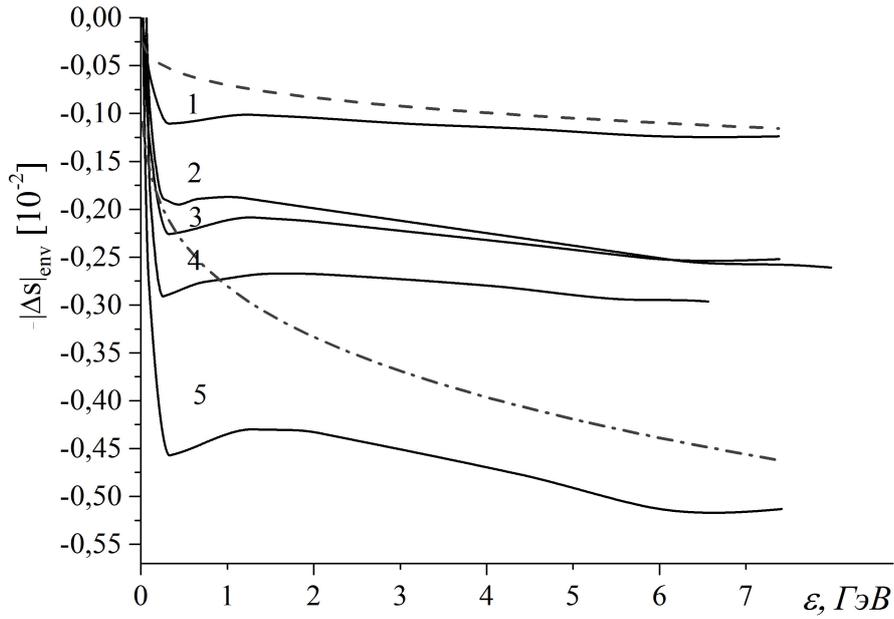


Рис. 1.6. Огибающая деполяризации электрона с начальной энергией 67.5 МэВ как функция его энергии при $r'_0 = 0.125, \xi_0 = 3.2$ (1), $r'_0 = 0.25, \xi_0 = 3.0$ (2), $r'_0 = 0.25, \xi_0 = 3.2$ (3), $r'_0 = 0.25, \xi_0 = 3.4$ (4) и $r'_0 = 0.5, \xi_0 = 3.2$ (5). Пунктирные и штрихпунктирные кривые — значения аналитической формулы (1.57) для параметров, отвечающих кривым 1 и 5 соответственно. Длина ускорения во всех случаях составляла 50.42 см.

ляет конечная величина деполяризации для электрона с различными значениями ξ_0 . Из формулы (1.57) следует, что деполяризация частицы увеличивается вместе с γ и зависит от величины фокусирующей силы через $|\alpha|$. Рис. 1.4 показывает, что максимальная ускоряющая сила действует на электрон с $\xi_0 = 3.0$, а наибольшая фокусирующая сила на электрон с $\xi = 3.4$, этот факт приводит к тому, что минимальная величина деполяризации в конечном итоге достигается для электрона с $\xi_0 = 3.2$, что отражено на Рис. 1.6 и Рис. 1.7.

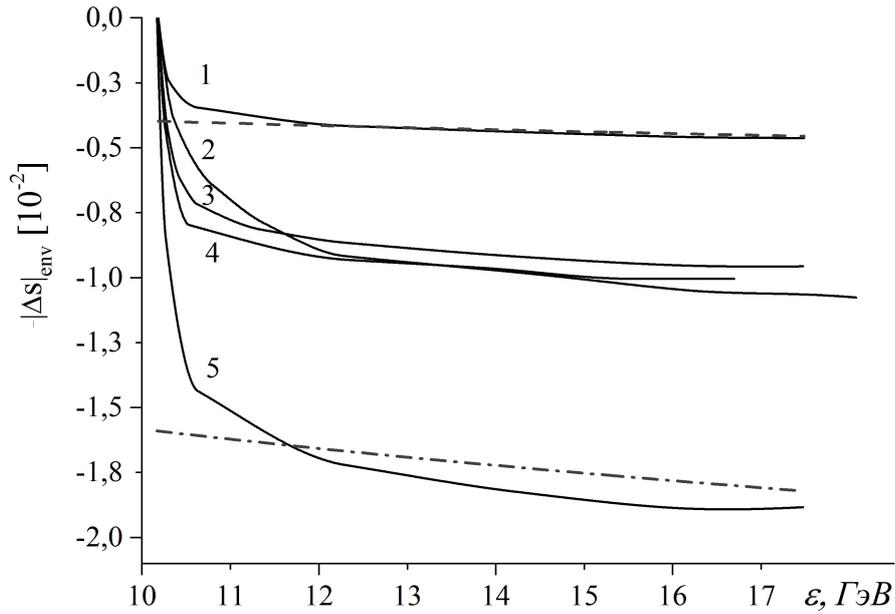


Рис. 1.7. Огибающая деполяризации электрона с начальной энергией 10.2 ГэВ (β) как функция его энергии при $r'_0 = 0.125, \xi_0 = 3.2$ (1), $r'_0 = 0.25, \xi_0 = 3.0$ (2), $r'_0 = 0.25, \xi_0 = 3.2$ (3), $r'_0 = 0.25, \xi_0 = 3.4$ (4) и $r'_0 = 0.5, \xi_0 = 3.2$ (5). Пунктирные и штрихпунктирные кривые — значения аналитической формулы (1.57) для параметров, отвечающих кривым 1 и 5 соответственно. Длина ускорения во всех случаях составляла 50.42 см.

1.5. Выводы

В данной главе построена модель для самосогласованного моделирования прецессии спина электрона, ускоряемого в полях кильватерной волны, генерируемой мощным фемтосекундным лазерным импульсом в плазменном канале [121]. В приближении постоянной ускоряющей силы и линейной фокусирующей силы получены аналитические зависимости, позволяющие оценить процесс деполяризации электрона в первой стадии многостадийного лазерно-плазменного коллайдера.

С помощью разработанной и протестированной численной реализации модели была исследована динамика прецессии спина релятивистского электрона

в зависимости от начальной энергии электрона и фазы его инжекции в кильватерную волну. Было показано, что величина конечной деполяризация пропорциональна начальному расстоянию от электрона до оси ускорения и зависит фазы инжекции, при этом её минимальное значение достигается при инжекции в окрестность максимума ускоряющей силы.

Глава 2

Многостадийное ускорение заряженных частиц

Новый тип ускорителей на основе лазерно-плазменных методов (Laser-Plasma Acceleration, LPA) может найти широкое применение в экспериментах по физике высоких энергий, для которых необходимы моноэнергетические пучки заряженных частиц с энергией в ТэВ диапазоне, малым эмиттансом и заданной спин-поляризацией [107]. Одна из схем электрон-позитронного коллайдера на основе LPA, позволяющая получать частицы с подобными характеристиками, предполагает объединение около 100 отдельных ускорительных ступеней с набором энергии около 10 ГэВ на каждой из них [6]. Двухстадийные ускорительные схемы [108] обсуждаются для таких приложений, как лазер на свободных электронах, новейший детектор для физики высоких энергий или рентген с фазовым контрастом, где также требуются пучки частиц высокого качества с энергией около 5 ГэВ [15–17].

Ускорение частиц в несколько этапов предполагает многократный процесс инжекции и вывода пучка частиц из ускорительных стадий, что может негативно повлиять на поляризацию и другие характеристики частиц. Исследование процесса деполяризации особенно важно при многокаскадном ускорении до больших энергий, поскольку при экспериментах по физике высоких энергий сечение рассеяния частиц зависит от ориентации спинов в пучке, а характерная оценка деполяризации должна составлять не более 0.1-0.2% для частиц с энергией около 1 ТэВ [8, 100].

В данной главе изучается механизм роста эмиттанса в поперечном сечении пучка электронов (слайсовый эмиттанс) в кильватерном поле, генерируемом релятивистским фемтосекундным лазерным импульсом в плазменном канале, при умеренно нелинейном режиме ускорения до энергии около 8 ГэВ, а так-

же предлагаются способы минимизации роста величины слайсового эмиттанса, что может быть полезно как для создания лазера на свободных электронах, так и при планировании экспериментов с многостадийным ускорением, в которых требуются частицы с энергией в сотни ГэВ и малым эмиттансом. Отдельные разделы посвящены сравнительному анализу ускорения электронных и позитронных сгустков при различных режимах, а также исследованию процесса плавного ввода пучка электронов в ускорительную стадию и вывода из нее с минимизацией роста как эмиттанса, так и деполяризации.

2.1. Динамика слайсового эмиттанса электронного сгустка при ускорении в кильватерном поле

Рассмотрим ускорение моноэнергетических слайсовых электронных сгустков с начальной энергией $E_{inj} = 67.5$ МэВ в умеренно нелинейном режиме с параметрами, описанными в первой главе, без учета силы радиационного трения, так как при энергиях порядка 10 ГэВ её влияние на процесс ускорения сгустка мало [13, 14]. Все частицы были инжектированы в окрестность максимума ускоряющей силы с одинаковой продольной координатой ξ и имели гауссово поперечное распределение с различными характерными радиусами и импульсами. В одном случае все сгустки имели одинаковый начальный радиус $r_b = r_i = 2.1$ мкм ($r_b k_p = 0.125$) и различные эмиттансы $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = \{0.1; 0.34; 0.82\}$ мм мрад, где $\varepsilon_{x,n} = \varepsilon_{y,n} = \varepsilon_n/2$, в другом – все сгустки имели одинаковый начальный эмиттанс $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = 0.34$ мм мрад и различные радиусы $r_i = \{1; 2.1; 4.2\}$ мкм. Параметры $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = 0.34$ мм мрад и $r_i = r_{bm} = 2.1$ мкм являются согласованными по фокусирующей силе в точке инжекции [122, 123], что приводит к практически полному отсутствию осцилляций радиуса сгустка, вызванных бетатронными колебаниями частиц. Модулирующие медленные (относительно бетатронных) колебания радиуса обусловлены нелинейной динамикой лазерного импульса в канале, и,

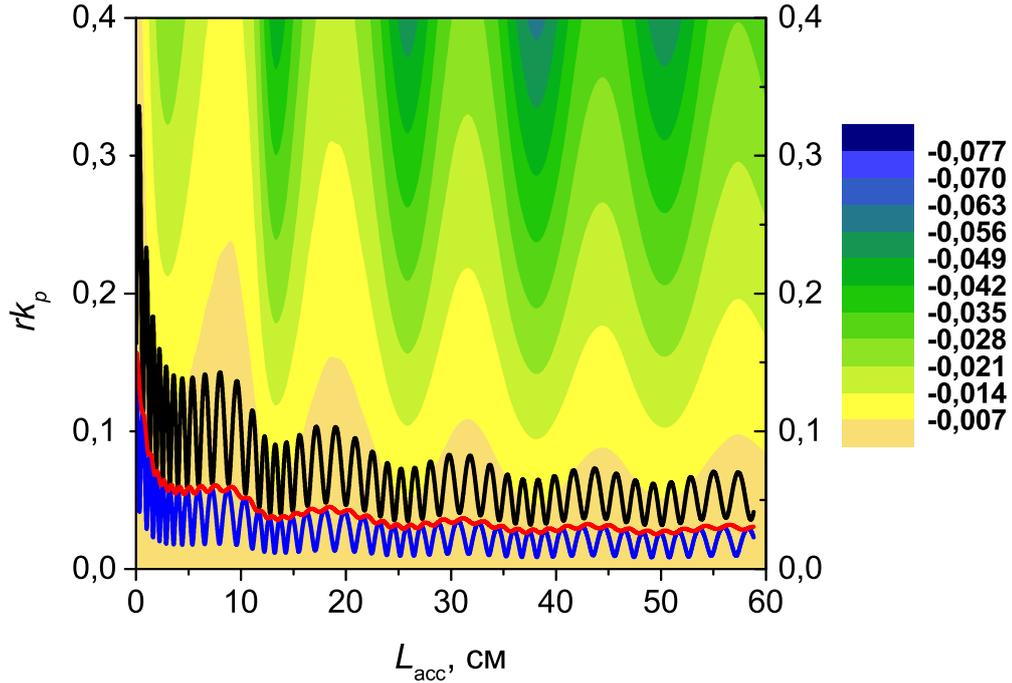


Рис. 2.1. Линии отображают зависимость среднего радиуса пучков электронов с начальным радиусом $r_b = 2.1$ мкм и энергией $E_{inj} = 67.5$ МэВ от длины ускорения. Уровнями показано двумерное распределение величины фокусирующей силы в зависимости от расстояние до оси ускорения. Синяя кривая соответствует случаю ускорения пучка с несогласованным начальным эмиттансом $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = 0.1$ мм мрад; красная кривая – пучка с согласованным начальным эмиттансом $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = 0.34$ мм мрад; черная кривая – пучка с несогласованным начальным эмиттансом $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = 0.82$ мм мрад.

как следствие, нестационарностью фокусирующих ($F_r = \partial\phi/\partial\rho = \alpha(\rho, \xi, \zeta)\rho$) и ускоряющих ($F_z = F_z(\rho, \xi, \zeta)$) сил (Рис. 2.1, 2.2). Величина среднеквадратичного радиуса при этом уменьшается с ростом энергии и её изменение при известной динамике безразмерной бетатронной частоты Ω , нормированной на ω_p , можно описать как [123]:

$$r_b = r_i \left[\frac{\gamma_0 \Omega_0}{\gamma(\zeta) \Omega(\zeta)} \right]^{1/2}, \quad (2.1)$$

где Ω_0 и γ_0 начальные значения бетатронной частоты и гамма-фактора электронов.

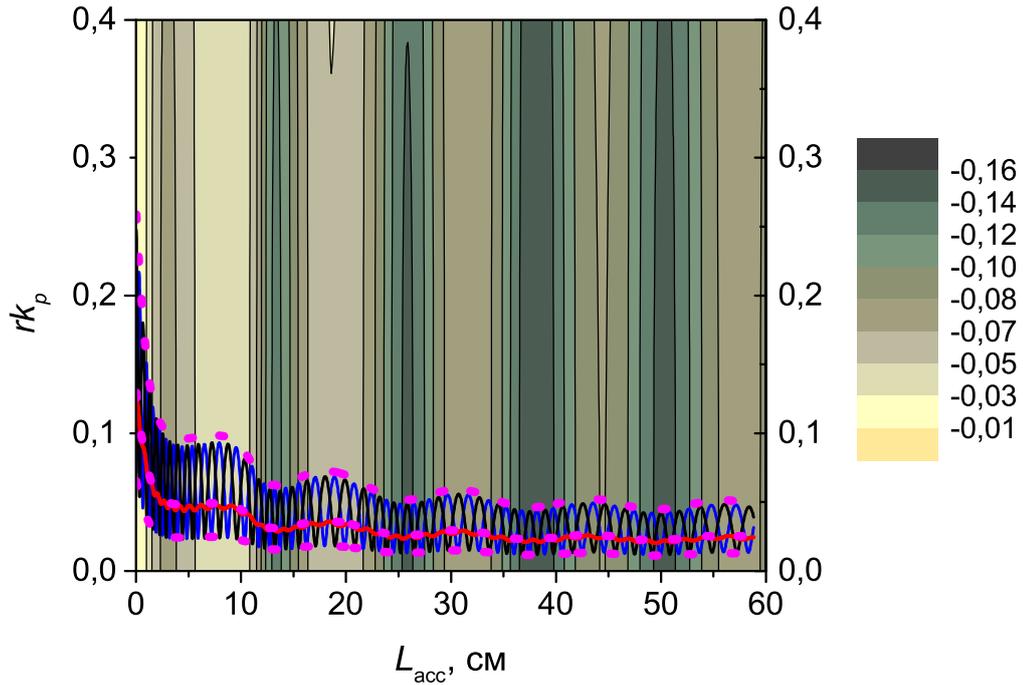


Рис. 2.2. Линии отображают зависимость среднего радиуса пучков электронов с начальным эмиттансом $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = 0.34$ мм мрад и энергией $E_{inj} = 67.5$ МэВ от длины ускорения. Уровнями показано двумерное распределение параметра α фокусирующей силы в зависимости от расстояние до оси ускорения. Синяя кривая соответствует случаю ускорения пучка с несогласованным начальным радиусом $r_b = 1$ мкм; красная кривая – пучка с согласованным начальным радиусом $r_b = 2.1$ мкм; черная кривая – пучка с несогласованным начальным радиусом $r_b = 4.2$ мкм; розовый пунктир – значения аналитической формулы (2.1) для различных $r_i = \{1; 2.1; 4.2\}$ мкм.

В остальных несогласованных случаях радиус будет осциллировать в коридоре, определяемом r_i и r_{bm}^2/r_i ($r_{bm}^2 = \varepsilon_n^{(0)}/(k_p \gamma_0 \Omega_0)$) [122] (Рис.2.1, 2.2), нижняя и верхняя огибающие колебаний при этом будут изменяться как (2.1) с соответствующим $r_i = \{r_i; r_{bm}^2/r_i\}$. На Рис. 2.2 пунктирные линии показывает динамику (2.1) радиуса согласованного сгустка с $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = 0.34$ мм мрад и $r_i = 2.1$ мкм и огибающих несогласованных сгустков с таким же эмиттансом, но $r_i = \{1; 4.2\}$ мкм. Динамика Ω для (2.1) была взята на расстоянии $0.1/k_p$ от

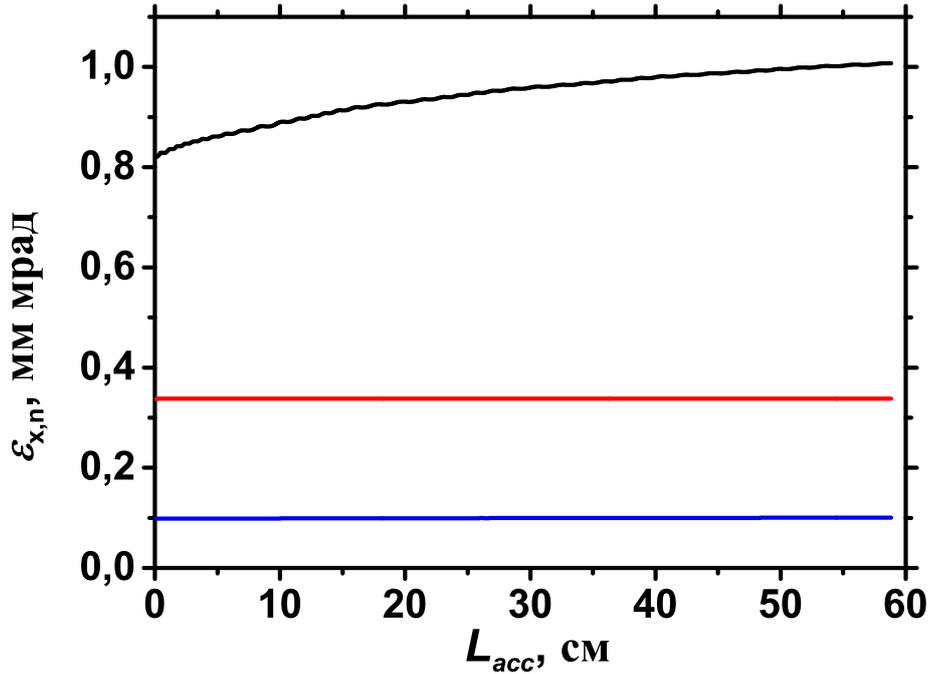


Рис. 2.3. Зависимость эмиттанса пучков электронов с начальным радиусом $r_b = 2.1$ мкм и энергией $E_{inj} = 67.5$ МэВ от длины ускорения. Синяя кривая соответствует случаю ускорения пучка с несогласованным начальным эмиттансом $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = 0.1$ мм мрад; красная кривая – пучка с согласованным начальным эмиттансом $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = 0.34$ мм мрад; черная кривая – пучка с несогласованным начальным эмиттансом $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = 0.82$ мм мрад.

оси из результатов самосогласованного моделирования с параметрами, описанными выше.

Слайсовый эмиттанс электронного сгустка при адиабатическом изменении ускоряющих и фокусирующих полей в линейной фокусирующей силе и постоянной по радиусу ускоряющей силе должен сохраняться как в согласованном, так и в несогласованном случаях [124]. Однако, как показывают Рис. 2.3 и Рис. 2.4, наблюдается рост слайсового эмиттанса практически во всех несогласованных случаях, что означает возникновение перемешивания фаз колебаний электронов сгустка и нарушение одного или нескольких условий, описанных выше.

На Рис. 2.5 показана динамика эмиттанса слайсового электронного сгустка с начальными параметрами $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = 0.82$ мм мрад и $r_b = 2.1$ мкм как в различных

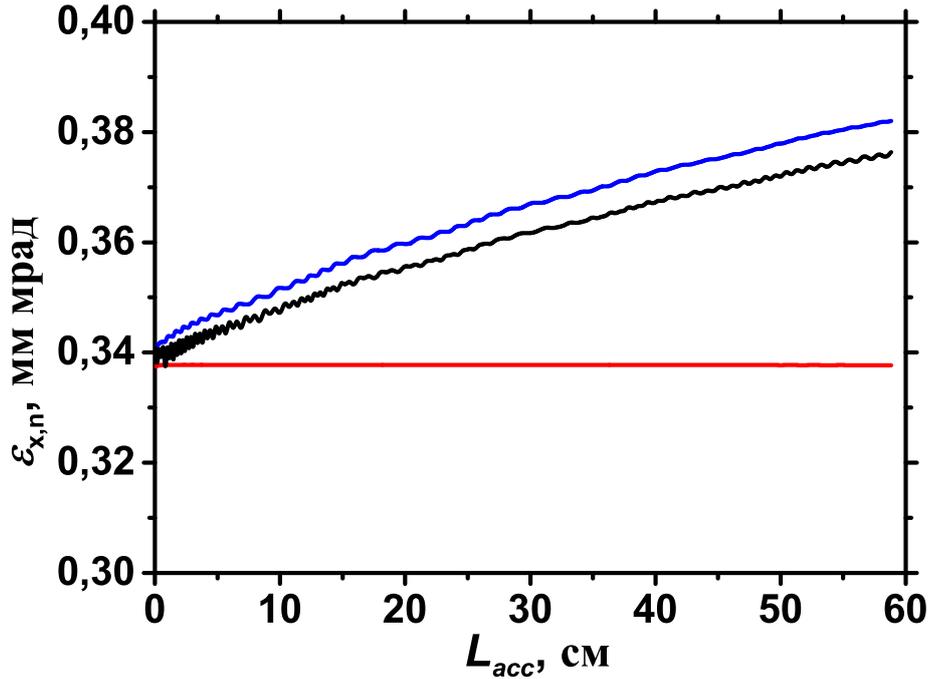


Рис. 2.4. Зависимость эмиттанса пучков электронов с начальным эмиттансом $\epsilon_{x,n}^{(0)} = 0.34$ мм мрад и энергией $E_{inj} = 67.5$ МэВ от длины ускорения. Синяя кривая соответствует случаю ускорения пучка с несогласованным начальным радиусом $r_b = 1$ мкм; красная кривая – пучка с согласованным начальным радиусом $r_b = 2.1$ мкм; черная кривая – пучка с несогласованным начальным радиусом $r_b = 4.2$ мкм.

модельных полях, так и при самосогласованном моделировании. Синяя кривая соответствует случаю ускорения сгустка под действием постоянной однородной ускоряющей силы и линейной фокусирующей силы, характерные значения которых получены путем усреднения сил, действующих на отдельные частицы, на всей длине кильватерного ускорения. Красная кривая показывает динамику эмиттанса в однородной постоянной ускоряющей силе и нелинейной постоянной фокусирующей силе, значение которой на разном расстоянии от оси было взято при длине ускорения $L_{acc} = 30$ см. В случае, который описывается черной кривой, динамика фокусирующей силы получена из результатов моделирования при указанных выше параметрах, а ускоряющая сила является постоянной

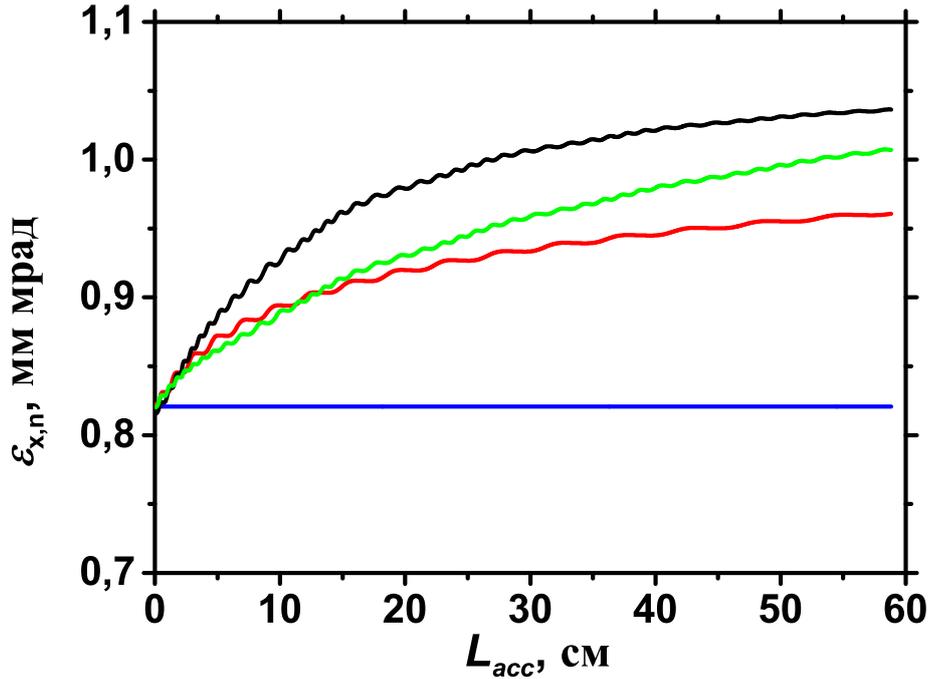


Рис. 2.5. Зависимость эмиттанса сгустка электронов с начальным радиусом $r_b = 2.1$ мкм, энергией $E_{inj} = 67.5$ МэВ и несогласованным начальным эмиттансом $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = 0.82$ мм мрад от длины ускорения при различных фокусирующих и ускоряющих силах. Синяя кривая соответствует линейной стационарной фокусирующей силе и однородной постоянной ускоряющей силе; красная кривая – стационарной нелинейной фокусирующей силе и однородной постоянной ускоряющей силе; черная кривая – нестационарной нелинейной фокусирующей силе и однородной постоянной ускоряющей силе; зеленая кривая – результат самосогласованного моделирования (все силы нестационарны и нелинейны по радиусу).

и однородной. Зеленая кривая показывает динамику эмиттанса в расчетных полях и соответствует черной кривой на Рис. 2.3.

Как видно из Рис. 2.5, наибольший вклад в рост слайсового эмиттанса при заданных параметрах вносит нелинейность фокусирующей силы по радиусу, и механизм перемешивания фаз электронов в слайсе главным образом объясняется отличием значений коэффициента $\alpha = \alpha(\rho, \xi, \zeta)$ фокусирующей силы для частиц на разном расстоянии от оси. Для минимизации влияния этого процесса на рост эмиттанса необходимо инжектировать пучок в окрестность оси с пара-

метрами, обеспечивающими малость $\Delta\alpha$ в процессе ускорения при колебаниях среднеквадратичного радиуса сгустка между $r_b(r_i, \tau)$ и $r_b(r_{bm}^2/r_i, \tau)$ (например, согласованный случай и несогласованный при $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = 0.1$ мм мрад и $r_b = 2.1$ мкм на Рис. 2.1 и Рис. 2.3).

2.2. Динамика поляризованных электронных и позитронных пучков при различных режимах лазерно-плазменного ускорения

Рассмотрим ускорение электронных и позитронных пучков конечной длины в поле кильватерной волны, генерируемой интенсивным лазерным импульсом в плазменном канале с параболическим радиальным профилем плотности плазмы (1.59) [40] в линейном и умеренно нелинейном режимах. В случае линейного режима ускорения лазерный импульс считался согласованным с плазменным каналом, что определялось равенством $R_{ch} = k_p r_L^2/2$, где r_L — радиус лазерного пятна, а $k_p = \omega_p/c$ определяется плотностью N_0 . В таком канале, при условии что мощность лазерного импульса не превышает критическую, лазерный импульс распространяется с практически постоянной амплитудой и генерирует квазистационарное кильватерное поле, потенциал Φ которого в линеаризованном приближении может быть записан как [123, 125]

$$\Phi = \Phi_0 e^{(-\rho^2/\rho_0^2)} \sin \left[\xi + \left(1 - \frac{1}{2\gamma_{ph}^2} \right) \tau \right] \quad (2.2)$$

в безразмерных переменных (1.7), где Φ нормирован на mc^2/e , Φ_0 определяется безразмерной амплитудой a_0 [24], $\rho_0 = k_p r_L / \sqrt{2}$ — характерная ширина плазменной кильватерной волны, а γ_{ph} — гамма-фактор фазовой скорости волны, определяющейся групповой скоростью лазерного импульса. Тогда ускоряющие и фокусирующие силы, действующие на электрон в ускорительной стадии, мо-

гут быть соответственно записаны в следующем виде:

$$F_z = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \Phi_0 e^{(-\rho^2/\rho_0^2)} \cos \left[\xi + \left(1 - \frac{1}{2\gamma_{ph}^2} \right) \tau \right], \quad (2.3a)$$

$$F_r = \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} = -2\Phi_0 \frac{\rho}{\rho_0^2} e^{(-\rho^2/\rho_0^2)} \sin \left[\xi + \left(1 - \frac{1}{2\gamma_{ph}^2} \right) \tau \right], \quad (2.3b)$$

для позитронов соответствующие силы имеют обратный знак.

В случае умеренно нелинейного режима ускорения эволюция безразмерной амплитуды лазерного импульса $a = eE_L/(mc\omega)$ и генерируемого кильватерного поля определяется нелинейным откликом плазмы (1.10) [116]:

$$\left\{ (\Delta_{\perp\rho} - \nu_0) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - \frac{\partial \ln \nu_0}{\partial \rho} \frac{\partial^3}{\partial \rho \partial \xi^2} + \nu_0 \Delta_{\perp\rho} \right\} \Phi - \frac{\nu_0^2}{2} \left\{ 1 - \frac{1 + |a|^2/2}{(1 + \Phi)^2} \right\} = \nu_0 \Delta_{\perp\rho} \frac{|a|^2}{4}, \quad (2.4)$$

Движение отдельных частиц и динамика поляризации их сгустков описывались с помощью релятивистского уравнения Лоренца и уравнения Т-БМТ [119] соответственно, что совместно с уравнениями (2.3) при линейном режиме или с использованием уравнения (1.10) при умеренно нелинейном режиме составляет замкнутую самосогласованную систему уравнений, описывающую процесс ускорения поляризованной заряженной частицы в поле кильватерной волны, генерируемой лазерным импульсом в плазменном канале [121, 126]. Под вектором поляризации сгустка частиц \mathbf{P} в данной работе понимается усредненный по всем спицам отдельных частиц вектор

$$\mathbf{P} = \frac{1}{N_b} \sum_{i=1}^N \mathbf{s}_i, \quad (2.5)$$

где N_b — число частиц в пучке, а величина деполаризация сгустка равняется модулю разницы между начальным \mathbf{P}_0 и текущим \mathbf{P} вектором поляризации,

взятым с обратным знаком:

$$-|\Delta\mathbf{P}| = -|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|. \quad (2.6)$$

2.3. Результаты моделирования линейного режима ускорения электронов и позитронов

Для исследования эволюции характеристик электронных и позитронных пучков с конечной длиной при линейном режиме ускорения параметры лазерного импульса были выбраны следующим образом:

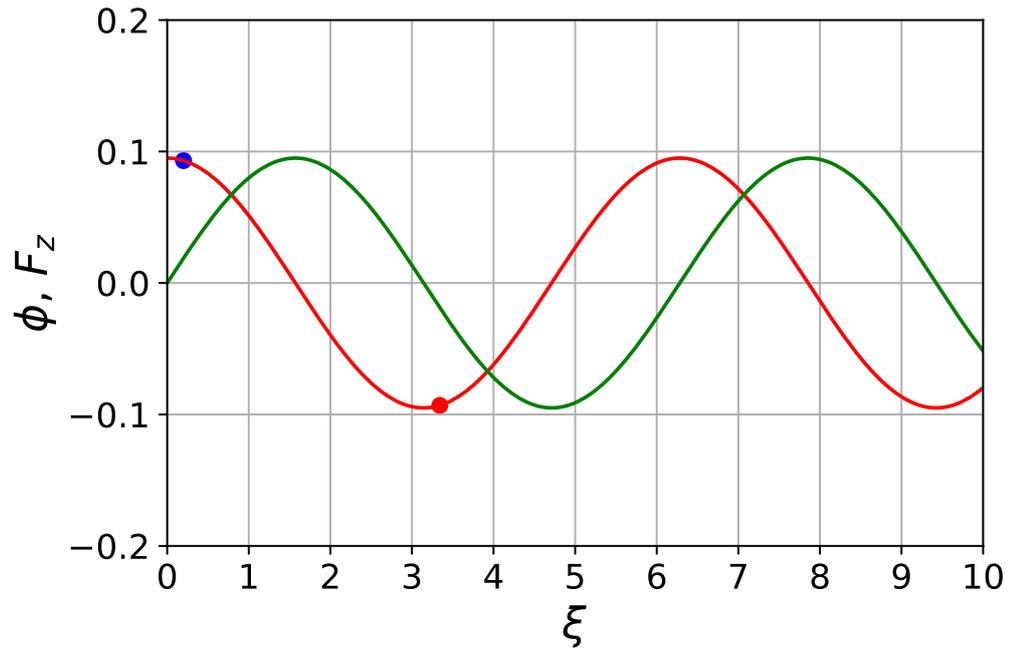
$$a_0 = 0.5, \quad \tau_L = 80 \text{ фс}, \quad r_L = 50 \text{ мкм}, \quad \lambda = 0.8 \text{ мкм} \quad (2.7)$$

где τ_L — длительность (Full Width at Half Maximum, FWHM) лазерного импульса, которая для заданной плотности отвечает резонансному возбуждению кильватерного поля, λ — длина волны импульса. Согласованный радиус плазменного канала [40] составил $R_{ch} = 123$ мкм, а плотность электронов плазмы на оси канала была выбрана таким образом, чтобы соответствующий ей гамма-фактор кильватерной волны $\gamma_{ph} = \omega_0/\omega_p$ был равен 80 и $k_p = 0.0982$ мкм⁻¹. Амплитуда кильватерного потенциала при этом составила $\phi_0 = 0.095$, его характерный радиус $\rho_0 = 3.47$, а длина дефазировки $L_{ph} = \lambda\gamma_{ph}^3 \simeq 41$ см [26], [123].

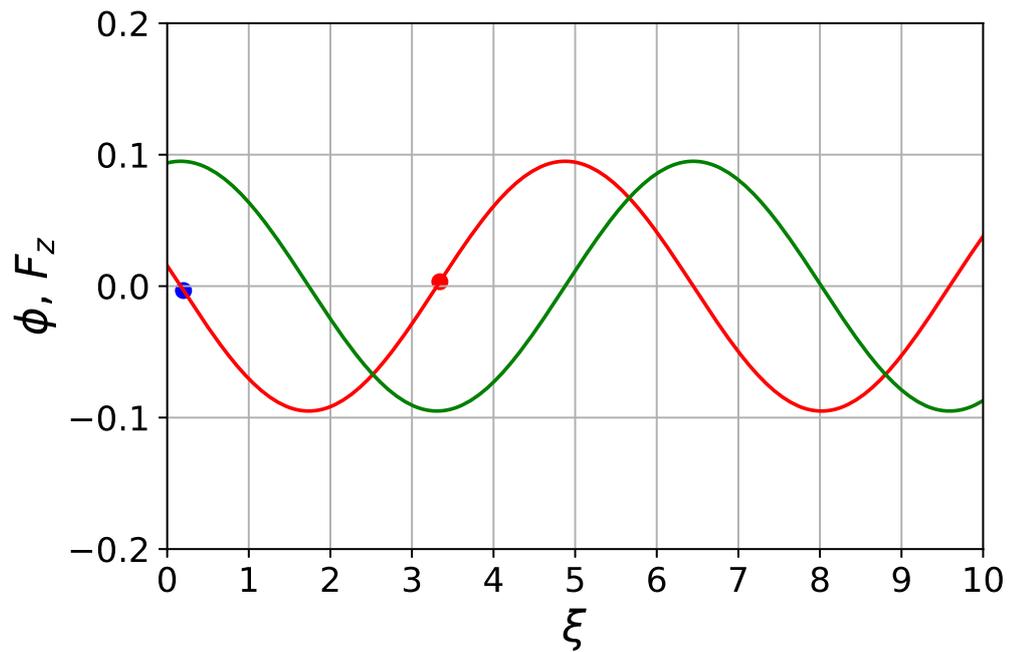
Общие параметры электронного и позитронного сгустков были выбраны следующим образом:

$$E_{inj} = 3.5 \text{ ГэВ}, \quad \sigma_r k_p = 0.212, \quad \sigma_z k_p = 0.1, \quad \varepsilon_{x,n}^{(0)} = 1 \text{ мм мрад}, \quad (2.8)$$

где σ_r и σ_z характерные радиус и длина сгустка, а $\varepsilon_{x,n}^{(0)}$ — начальный нормализованный поперечный эмиттанс. Заданные значения радиуса и эмиттанса отвечают согласованному случаю, при котором начальное значение эмиттанса сохраняется в процессе ускорения под действием заданной постоянной фокусирующей силы [122, 123].



(a)



(б)

Рис. 2.6. Распределение безразмерных кильватерного потенциала ϕ (зеленая линия) и ускоряющей силы F_z , действующей на электроны, (красная линия) на оси плазменного канала в начале (а) и конце (б) линейного режима ускорения частиц. Синими и красными точками обозначено положение электронных и позитронных сгустков соответственно.

Для эффективного захвата и набора энергии частицами их необходимо инжектировать в правильную фазу кильватерного поля. Для электронов значение ускоряющего поля в точке инжекции должно быть отрицательным, а в случае ускорения позитронов фазу инжекции необходимо выбрать таким образом, чтобы величина ускоряющего поля имела противоположный знак. Поскольку фазовая скорость кильватерной волны меньше скорости ускоряющихся ультра-релятивистских частиц, электроны и позитроны в процессе ускорения смещаются относительно кильватерного поля, а действующие на них фокусирующие и ускоряющие силы оказываются нестационарными (Рис. 2.6). Длина ускорения, обеспечивающая максимальный прирост энергии электронного сгустка конечной ширины в ускорительной стадии, равна половине длины дефазировки [26], что для заданных выше параметров составляет около 20 см. Для того, чтобы заряженные частицы набрали максимальную энергию на данном ускорительном этапе, их необходимо инжектировать в окрестность максимума ускоряющей силы. Для центра электронного пучка в заданных параметрах была выбрана фаза $\xi_c^- = 0.2$, для позитронов фаза $\xi_c^+ = 3.34$ (Рис 2.6).

Поскольку в линейном режиме ускоряющие фазы кильватерного потенциала оказываются симметричными и квазистационарными, динамика характеристик электронных и позитронных пучков совпадает. Различия на Рис. 2.7, Рис. 2.8 и Рис. 2.9 объясняются небольшим смещением позитронного пучка в момент инжекции относительно симметричной фазы, в которой был ускорен электронный пучок. Максимальный прирост энергии (Рис. 2.7) на 20 см составил 500 МэВ и для электронов, и для позитронов.

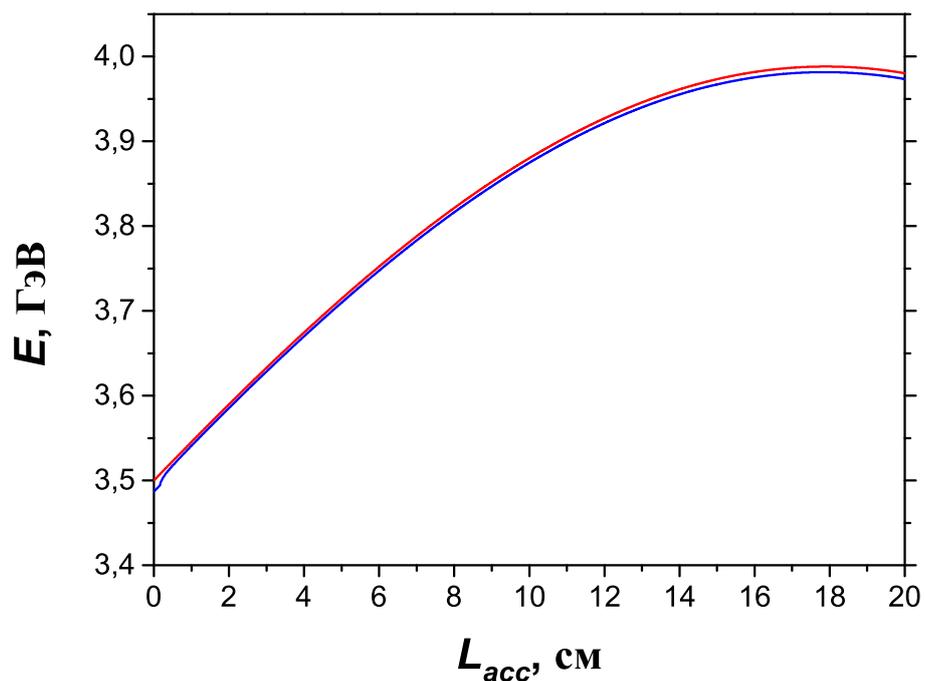


Рис. 2.7. Динамика набора энергии частицами электронного (синии линии) и позитронного (красные линии) пучков в зависимости от длины ускорения при линейном режиме.

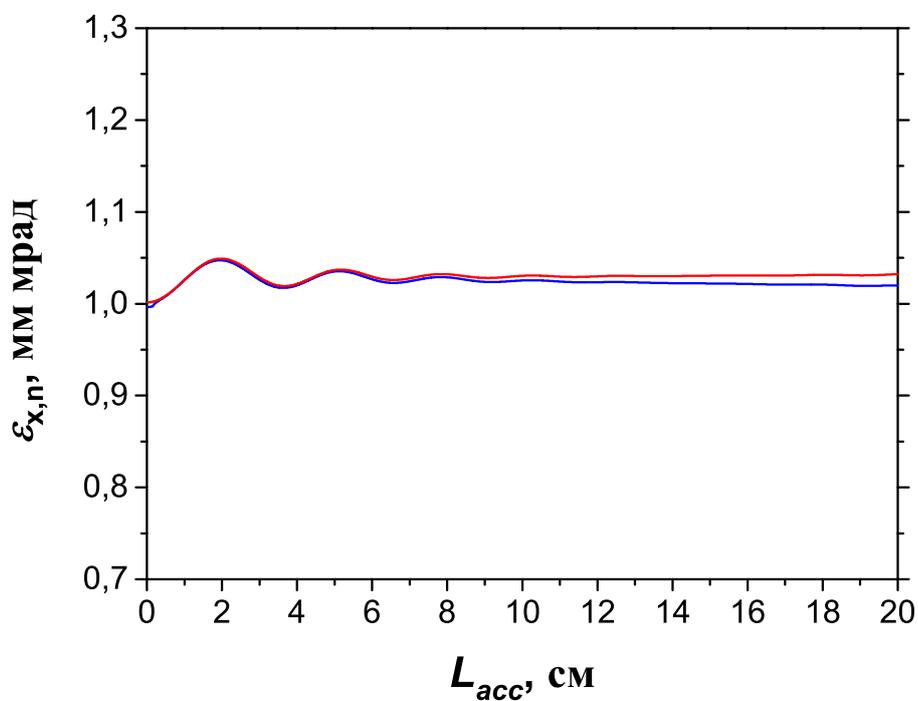


Рис. 2.8. Динамика эмиттанса электронного (синии линии) и позитронного (красные линии) пучков в зависимости от длины ускорения при линейном режиме.

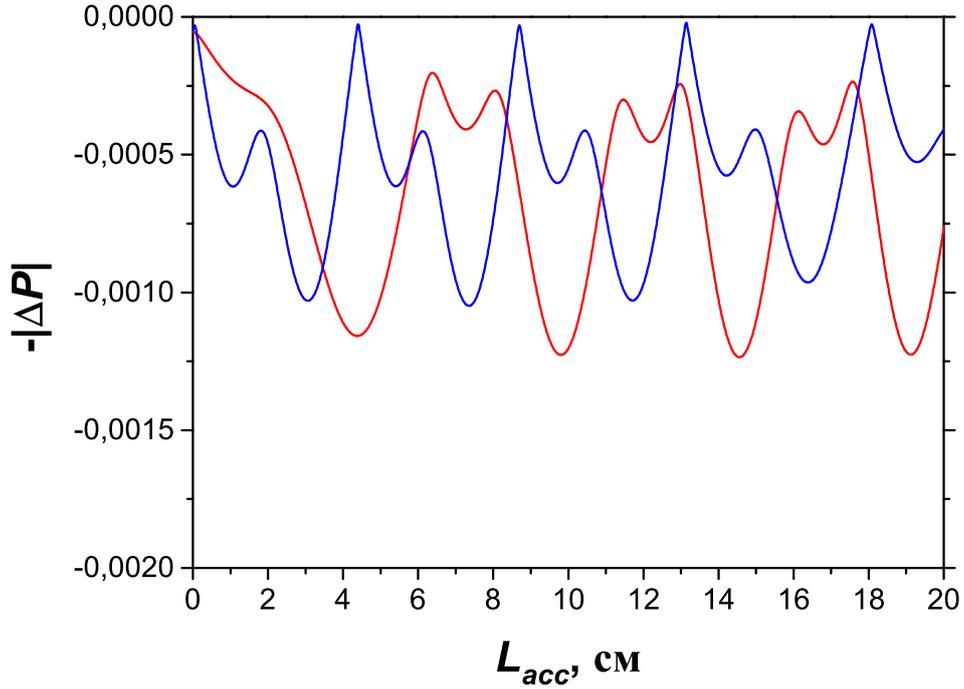


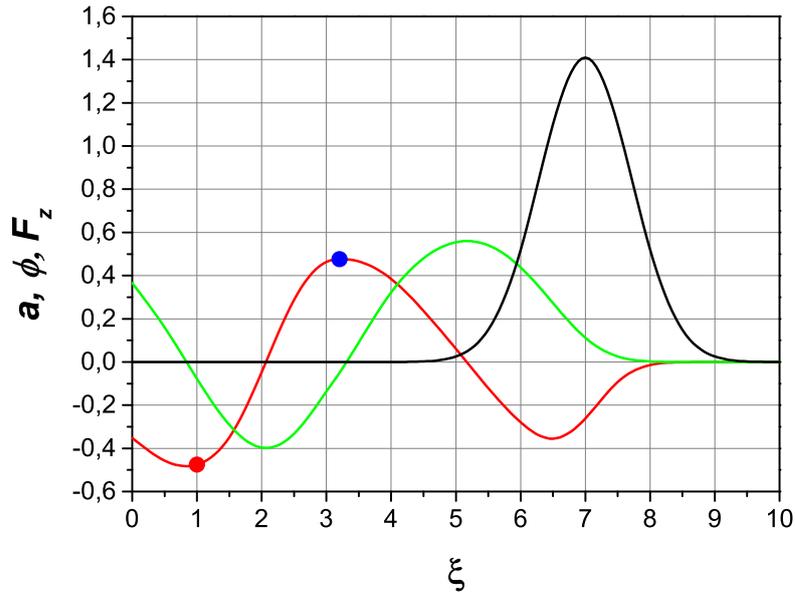
Рис. 2.9. Динамика деполяризации электронного (синие линии) и позитронного (красные линии) пучков в зависимости от длины ускорения при линейном режиме.

2.4. Результаты моделирования умеренно нелинейного режима ускорения электронов и позитронов

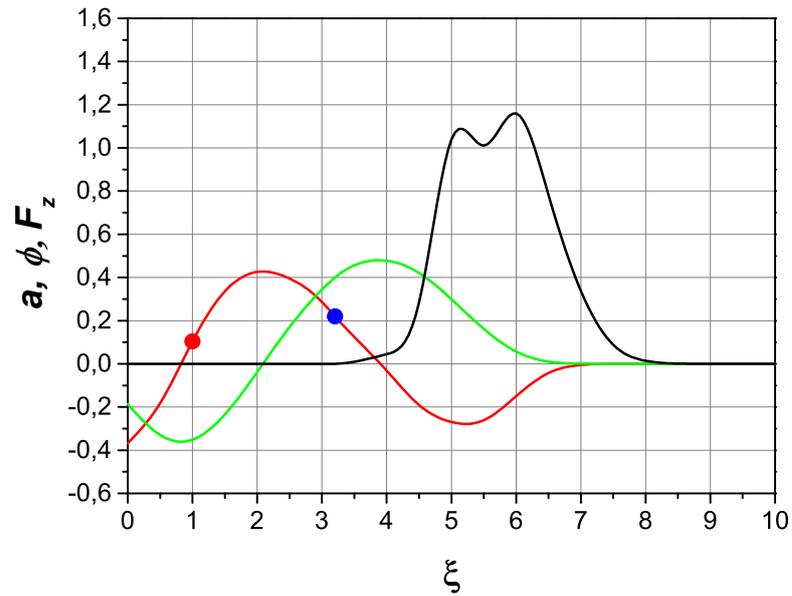
Для умеренно нелинейного режима ускорения заряженных частиц требуется большая (по сравнению с линейным режимом) безразмерная амплитуда лазерного импульса a . При моделировании были взяты следующие параметры:

$$a_0 = 1.4, \quad \tau_L = 56 \text{ фс}, \quad r_L = 89 \text{ мкм}, \quad \lambda = 0.8 \text{ мкм} \quad (2.9)$$

Для компенсации нелинейности длина лазерного импульса была выбрана меньше резонансной [127]. Радиус канала был выбран немногим больше согласованного и составил 305.1 мкм при согласованном радиусе $R_{ch} = 236.34$ мкм для компенсации процессов самофокусировки [128]. Плотность электронов на оси плазменного канала составила $N_0 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$, что соответствует $k_p = 0.0595 \text{ мкм}^{-1}$, $\gamma_{ph} = 132$ и длине дефазировки в линейном пределе $L_{ph} = \lambda \gamma_{ph}^3 \simeq 180 \text{ см}$. Все



(a)



(б)

Рис. 2.10. Распределение безразмерных амплитуды лазерного импульса a (черная линия), кильватерного потенциала ϕ (зеленая линия) и ускоряющей силы F_z , действующей на электроны, (красная линия) на оси плазменного канала в начале (а) и конце (б) умеренно нелинейного режима ускорения частиц. Синими и красными точками обозначено положение электронных и позитронных сгустков соответственно.

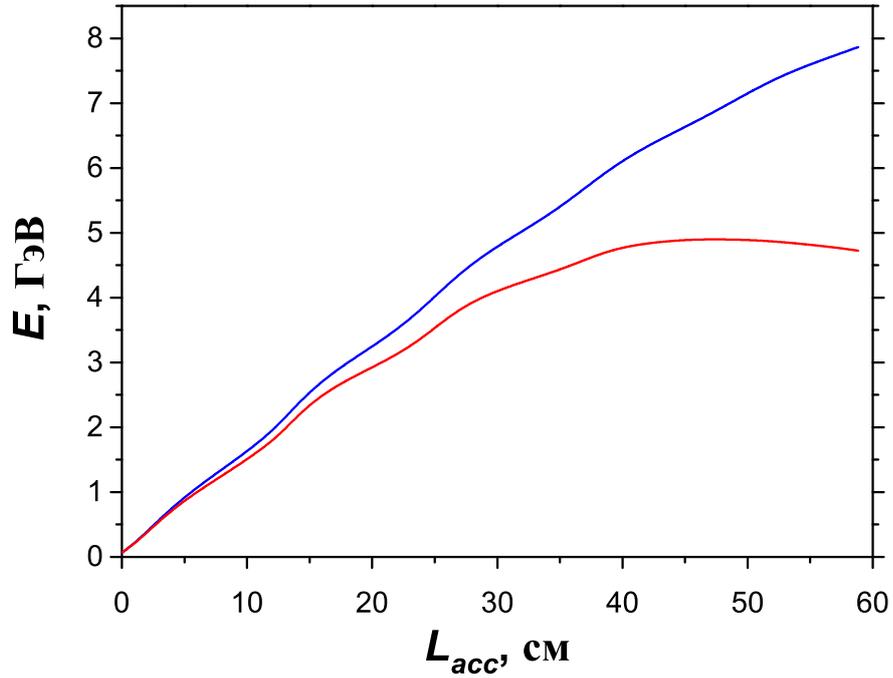


Рис. 2.11. Динамика набора энергии частицами электронного (синие линии) и позитронного (красные линии) пучков в зависимости от длины ускорения при умеренно нелинейном режиме.

начальные параметры, за исключением фазы инжекции ($\xi_c^- = 3.2$, $\xi_c^+ = 1$), электронного и позитронного пучков совпадали:

$$E_{inj} = 67.5 \text{ МэВ}, \quad \sigma_r k_p = 0.212, \quad \sigma_z k_p = 0.03, \quad \varepsilon_{x,n}^{(0)} = 1 \text{ мм мрад}. \quad (2.10)$$

Данные параметры близки к согласованным [122, 123] для величины фокусирующей силы в точке инжекции электронного пучка. В отличие от линейного режима ускорения, в случае умеренно нелинейного режима ускоряющие фазы для электронных и позитронных сгустков отличаются [129]. Генерируемый лазерным импульсом кильватерный потенциал не является симметричным (Рис. 2.10). Это приводит к укорочению ускорительной фазы для позитронов и меньшей по сравнению с электронами величине действующих на них ускоряющих сил. В конце ускорения (Рис. 2.10б) позитроны оказываются в замедляющем поле, в то время как электроны продолжают набирать энергию.

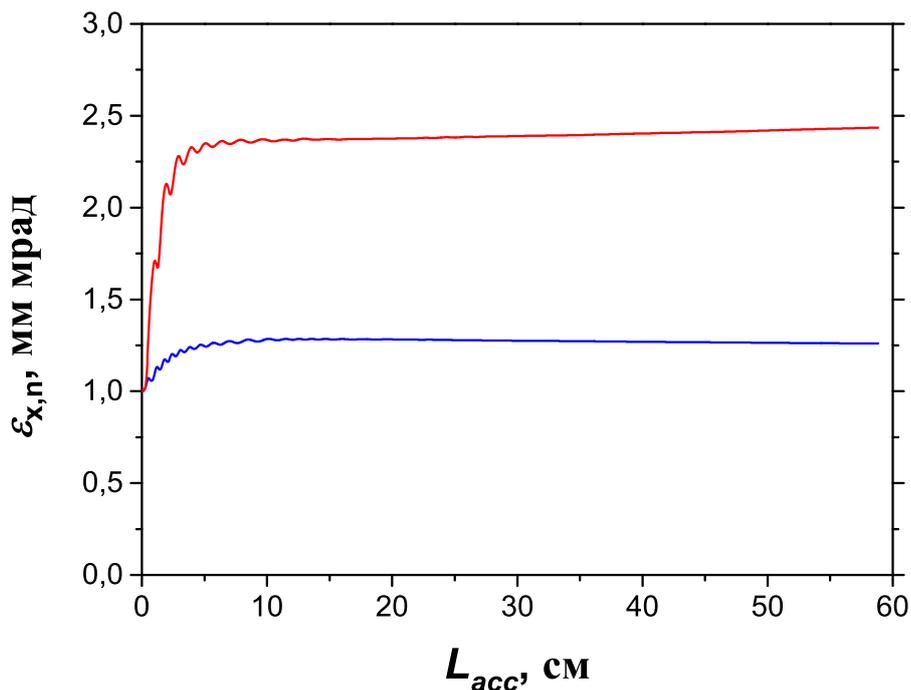


Рис. 2.12. Динамика эмиттанса электронного (синие линии) и позитронного (красные линии) пучков в зависимости от длины ускорения при умеренно нелинейном режиме.

Максимальный набор энергии для позитронов в этом случае составляет около 5 ГэВ на длине 60 см, в то время как электроны на той же длине получают прирост энергии практически в 8 ГэВ (Рис. 2.11), а максимальный набор энергии для них составит около 10 ГэВ на длине в 90 см. Отличия в значениях кильватерного поля в точках инжекции электронов и позитронов означают, что на частицы в начальный момент времени действуют разные по величине ускоряющие и фокусирующие силы. Эти различия отражаются на динамике эмиттансов пучков в процессе ускорения и приводят к значительно большему росту эмиттанса позитронного пучка при одних и тех же начальных параметрах обоих сгустков, поскольку для позитронов эти параметры не являются согласованными (Рис. 2.12). Отличия в динамике деполяризации, которая зависит от эмиттанса и среднего гамма-фактора частиц в пучке [107], не столь значитель-

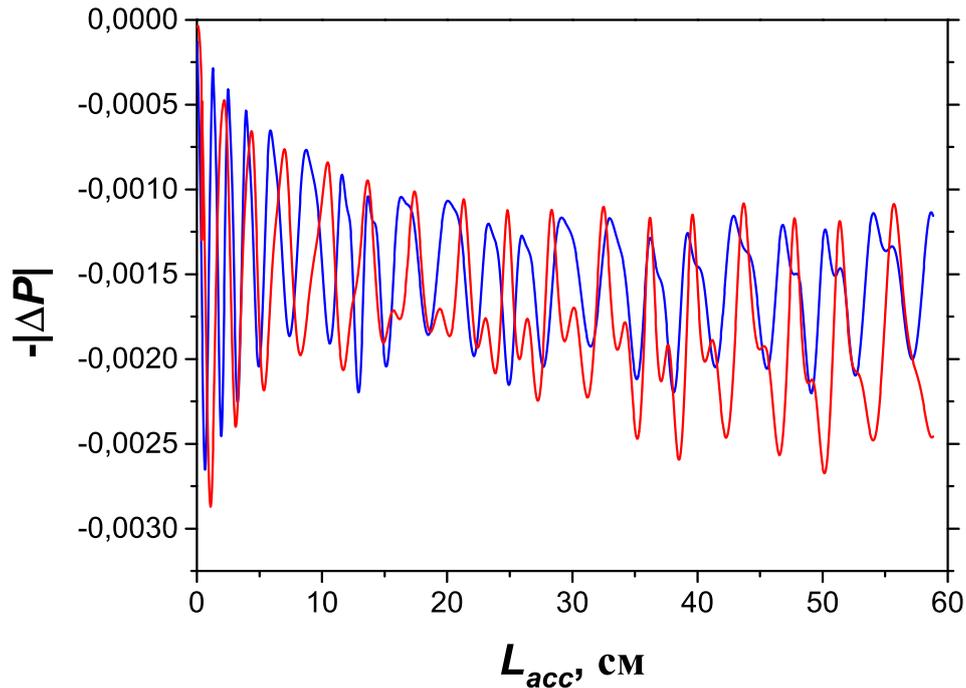


Рис. 2.13. Динамика деполяризации электронного (синие линии) и позитронного (красные линии) пучков в зависимости от длины ускорения при умеренно нелинейном режиме.

ны, поскольку больший рост эмиттанса позитронного пучка компенсируется меньшей по сравнению с электронами набранной энергией (Рис. 2.13).

2.5. Ввод частиц в ускорительную стадию и вывод из нее

Схема многостадийного ускорителя предполагает многократный ввод и вывод электронных сгустков из плазменного канала, а также их транспортировку между ускорительными каскадами. В этом разделе исследуется процесс инжекции и вывода электронов из канала с минимизацией роста их деполяризации и эмиттанса.

При движении слайсового моноэнергетического пучка с нулевым эмиттансом под действием постоянной ускоряющей и линейной фокусирующей сил, описанных в первой главе, приближенное выражение для огибающей деполяризации в зависимости от энергии частиц можно получить, если определить

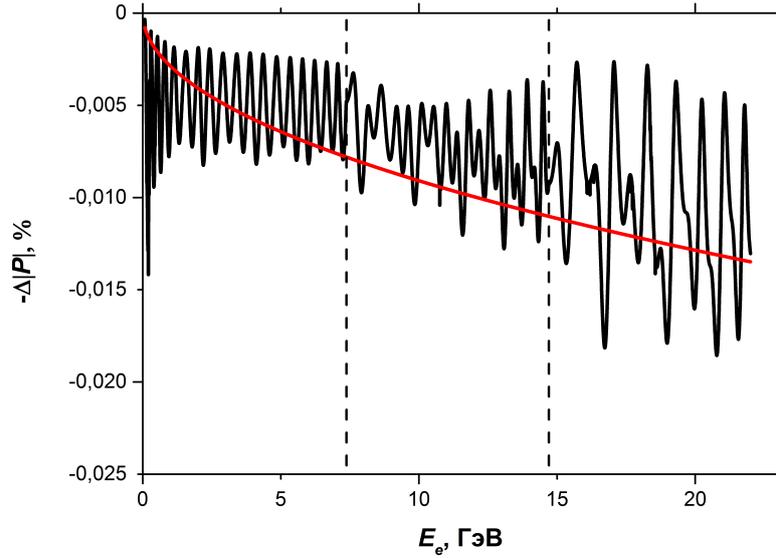


Рис. 2.14. Рост деполяризации в зависимости от набора энергии пучком электронов с начальным поперечным эмиттансом $\epsilon_{x,n} = \epsilon_{y,n} = 1.25$ мм мрад, среднеквадратичным радиусом $r_b = 4.2$ мкм и энергией 67.5 МэВ при ускорения в трех одинаковых последовательных стадиях (черная линия) в сравнении с аналитической зависимостью (2.13) (красная линия).

поляризацию через функцию распределения электронов f_e как

$$\mathbf{P} = \frac{\int f_e s d\rho d\beta ds}{\int f_e d\rho d\beta ds}, \quad (2.11)$$

где распределение частиц в сгустке описывается как

$$f_e = N_b \exp -\frac{2\rho^2}{\sigma_r^2} \delta(\xi - \xi_0) \delta(\boldsymbol{\beta}_\perp) \delta(\beta_z - \beta_{z0}) \delta(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0). \quad (2.12)$$

Тогда с учетом (1.50) и $\Lambda \ll 1$ формула для огибающей деполяризации примет вид [107]:

$$-|\Delta\mathbf{P}| = -\frac{(1 + s_{z0})^2 \sigma_r^2 (\alpha\gamma_0\gamma)^{(1/2)} a_m^2}{8}. \quad (2.13)$$

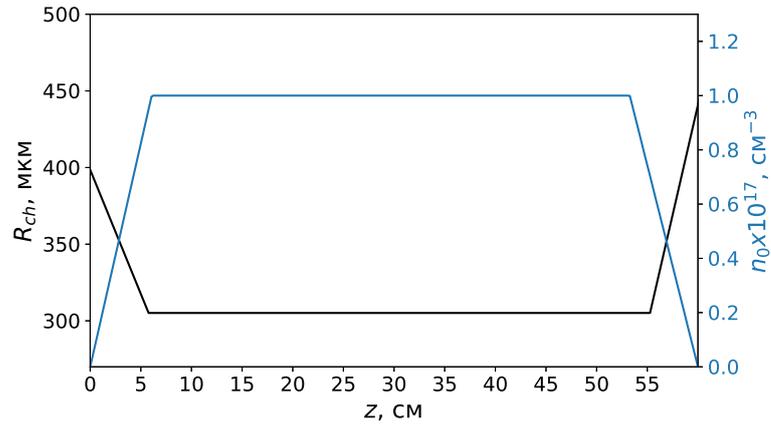
Рассмотрим многостадийное ускорение в умеренно нелинейном режиме плоского электронного сгустка с начальной энергией 67.5 МэВ, поперечным эмиттансом $\epsilon_{x,n} = \epsilon_{y,n} = 1.25$ мм мрад и среднеквадратичным радиусом $r_b = 4.2$ мкм. Предположим, что характеристики сгустка при транспортировке между стадиями сохраняются, и пучок частиц инжектируется в ускорительную фа-

зу следующей стадии с теми параметрами, которыми он обладал после ускорения на предыдущем этапе.

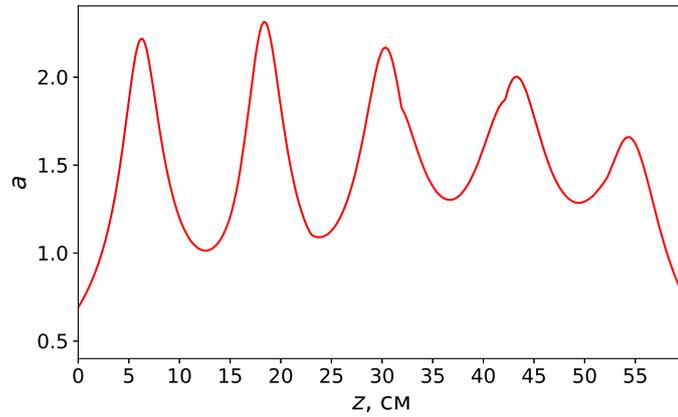
В этом случае электроны сгустка будут испытывать неадиабатическое изменение фокусирующих и ускоряющих сил на границах плазменных каналов на входе в каждую стадию и выходе из них. Такой процесс ускорения в конечном итоге приведет к сильному скачкообразному росту деполяризации (Рис. 2.14) в независимости от выполнения условий согласования параметров сгустка при инжекции в первую стадию, поскольку во всех последующих стадиях пучок окажется несогласованным с силами в точке входа. При этом аналитическая кривая (2.13) достаточно хорошо описывает конечную величину деполяризации после ускорения в первой стадии, однако не может быть использована для оценки скачкообразных изменений деполяризации в последующих стадиях.

Существующие исследования [11,12] показывают, что для обеспечения адиабатического изменения сил и минимизации роста эмиттанса сгустка характерное время изменения полей на входе и выходе из стадии должно в несколько раз превышать период бетатронных колебаний ($\lambda_\beta k_p = 1/\Omega$) частиц в пучке.

Рассмотрим ускорение сгустка поляризованных электронов с конечной длиной в параболическом плазменном канале с плавным входом ($\sim 3\lambda_\beta$) и выходом ($\sim 2\lambda_\beta$). Начальные параметры лазерного импульса были заданы таким образом, что расположение фокальной плоскости при распространении лазерного импульса в вакууме совпадало с началом однородной части канала, а плотность плазмы однородной части канала и характеристики импульса в фокальной плоскости были выбраны в соответствии с умеренно нелинейным режимом ускорения, описанным в предыдущем разделе. Плотность электронов плазмы на оси канала $n_0(\rho, \zeta)$ линейно нарастала на входе до $z = 5.77$ см и линейно убывала на выходе, начиная с $z = 55.27$ см. Радиус канала при этом линейно уменьшался от 398.5 мкм на входе и нарастал на выходе до 460.8 мкм, при-



а)



б)

Рис. 2.15. (а) Радиус плазменного канала (черная линия) и плотность электронов плазмы на оси (синяя линия). (б) Динамика безразмерной амплитуды лазерного импульса a при распространении в канале с плавным входом и выходом. Фокусировка лазерного импульса происходит в точке при $z = 5.27$ см, что совпадает с выходом радиуса канала на постоянное значение. Плато плотности начинается с $z = 5.77$ см.

нимая постоянное значение 305.1 мкм от $z = 5.27$ до $z = 55.27$ (Рис. 2.15а). Динамика лазерного импульса в таком канале отображена на Рис. 2.15б.

Движение отдельных частиц сгустка описывались с помощью релятивистских уравнений Лоренца без учета силы радиационного трения, а динамика спина \mathbf{s} – уравнением Т-БМТ [119] (1.37)–(1.41).

Инжектированный электронный сгусток имел гауссово продольное и поперечное распределение частиц с характерным начальным значением радиуса $r_b = 3.5$ мкм и длины $z_b = 0.5$ мкм и поперечный эмиттанс $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = \varepsilon_{y,n}^{(0)} =$

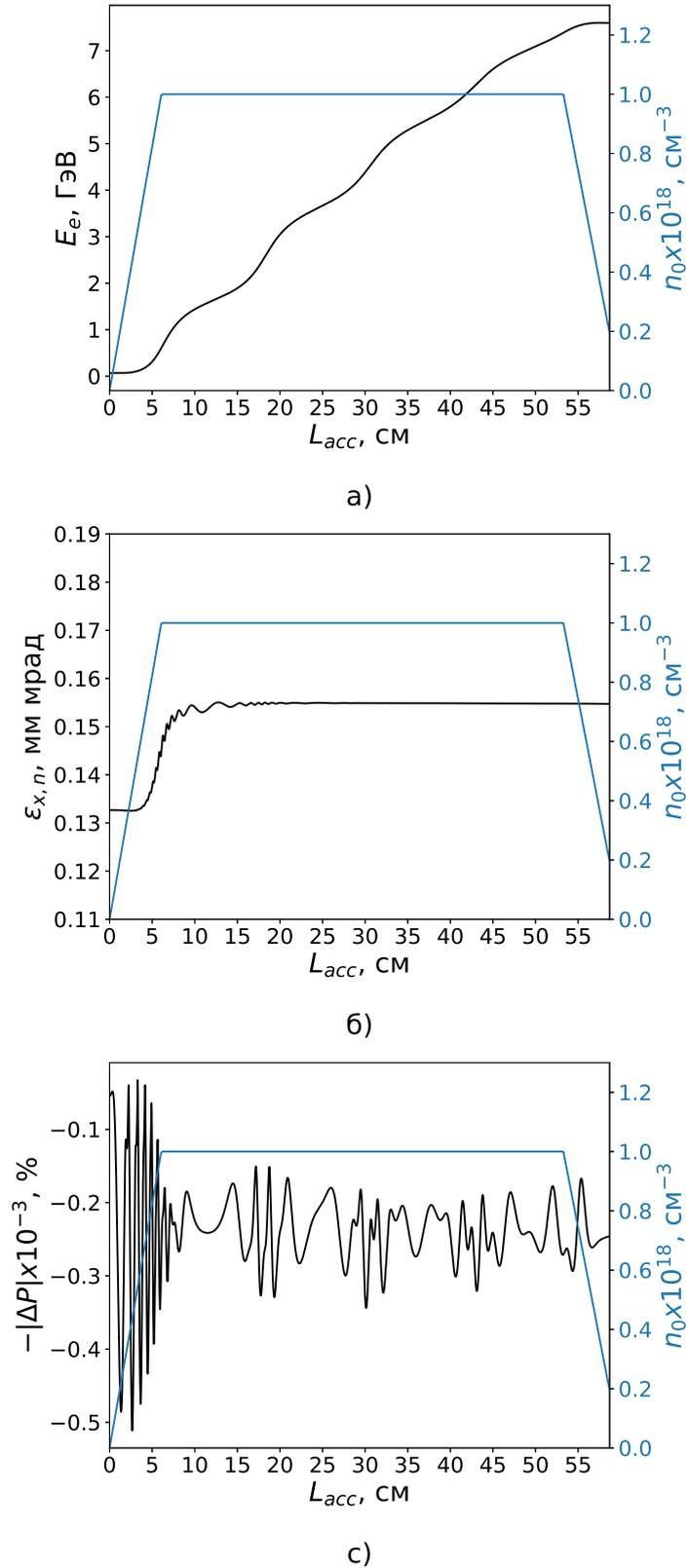
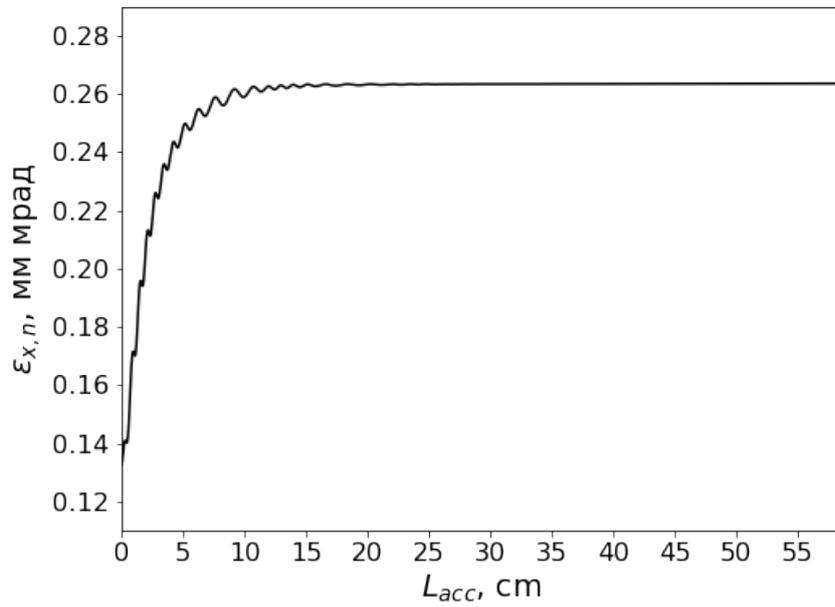
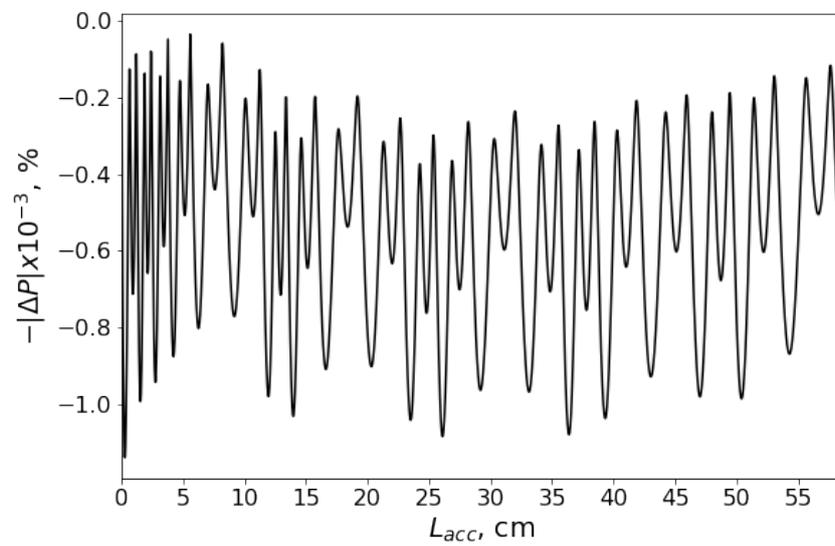


Рис. 2.16. Черным цветом обозначена динамика набора энергии (а), эмиттанса (б) и деполяризации (в) в процессе ускорения пучка электронов с начальной энергией $E_{inj} = 67.5$ МэВ радиусом $r_b = 3.5$ мкм, длиной $z_b = 0.5$ мкм и поперечным эмиттансом $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = 0.132$ мм мрад. Синяя линия соответствует начальному распределению плотности электронов плазмы на оси канала.



(а)



(б)

Рис. 2.17. Зависимость эмиттанса (а) и деполаризации (б) от длины ускорения пучка электронов с начальной энергией $E_{inj} = 67.5$ МэВ радиусом $r_b = 3.5$ мкм, длиной $z_b = 0.5$ мкм и поперечным эмиттансом $\varepsilon_{x,n}^{(0)} = 0.132$ мм мрад в ускорительной стадии с резкой границей.

0.132 мм мрад. Все частицы в момент инжекции обладали одинаковой энергией $E_{inj} = 67.5$ МэВ и направлениями векторов спина $\mathbf{s} = (0.279, -0.335, 0.9)$. Точка инжекции была выбрана таким образом, чтобы при входе сгустка в часть канала с постоянным радиусом частицы попадали в окрестность максимума ускоряющей силы.

За одну ускорительную стадию частицы набрали около 8 ГэВ на 60 см (с учетом входа и выхода из канала). Максимальная абсолютная величина деполяризации и эмиттанс сгустка сохранялись в процессе ускорения и вывода электронов из канала, но испытывали рост на начальных этапах ускорения, что однако не повлияло на конечную величину деполяризации (Рис. 2.16).

Скачкообразное увеличение эмиттанса сгустка на 15% и высокоамплитудные колебания деполяризации на начальных этапах ускорения означают, что требуется более тщательный подбор профиля плотности на входе в канал, однако даже с используемыми параметрами скачок эмиттанса и конечная величина деполяризации уменьшаются в 1.6 и 2.6 раза соответственно по сравнению с ускорением сгустка с такими же параметрами в плазменном канале с резкой границей (Рис. 2.17).

2.6. Выводы

В данной главе рассмотрен ряд вопросов, связанных с сохранением качества поляризованных сгустков электронов в многостадийном лазерно-плазменном ускорителе. При рассмотренных параметрах умеренно нелинейного режима ускорения, подходящего для использования на отдельной стадии многостадийного ускорителя, определен механизм роста слайсового эмиттанса сгустка. Показано, что наибольший вклад в увеличение эмиттанса вносит процесс перемешивания фаз бетатронных колебаний отдельных частиц сгустка вследствие нелинейной зависимости величины фокусирующей силы от радиуса. Для

того, чтобы предотвратить процесс перемешивания фаз в слайсе, необходимо минимизировать изменение параметра фокусирующей силы α на масштабе амплитуды бетатронных колебаний частиц в сгустке, инжектируя пучок в малую окрестность оси ускорения с параметрами, обеспечивающими колебания частиц в области линейности фокусирующей силы [130].

Проведен сравнительный анализ линейного и умеренно нелинейного режимов ускорения электронных и позитронных пучков в одной секции лазерно-плазменного коллайдера. Для заданных параметров сгустков и выбранных фаз инжекции динамика эмиттанса и набор энергии позитронного пучка в случае умеренно нелинейного режима существенно отличается от динамики характеристик электронов. Конечный эмиттанс в случае ускорения позитронов превышает значение эмиттанса электронного сгустка, что обуславливается отличающимися значениями действующих в плазменном канале на частицы сил в разных фазах инжекции. Максимальный набор энергии позитронов равен 5 ГэВ, в то время как электроны на той же длине способны получить прирост в 8 ГэВ, поскольку ускоряющая фаза для электронного пучка оказывается длиннее, а величина ускоряющих сил — больше. Такой эффект не наблюдается при линейном режиме ускорения, поскольку кильватерный потенциал в этом случае симметричен и позволяет ускорять частицы с одинаковой эффективностью, однако темп ускорения оказывается значительно меньше по сравнению с умеренно нелинейным режимом. Динамика деполяризации позитронных и электронных пучков отличается слабо для обоих режимов, несмотря на больший рост эмиттанса позитронного сгустка при умеренно нелинейном режиме ускорения, поскольку этот рост компенсируется меньшей по сравнению с электронами величиной набранной позитронами энергии [126].

Для того, чтобы инжектировать пучок частиц в ускорительную стадию и вывести его из нее после ускорения для последующей транспортировки с сохранением начальных характеристик, необходимо обеспечить адиабатическое изме-

нение кильватерных полей на периоде бетатронных колебаний на входе и выходе из плазменного канала. В данной главе рассматривалось ускорение поляризованных электронов в канале с линейным нарастанием плотности электронов на оси канала и одновременным уменьшением его радиуса на входе в ускорительную стадию, и линейным уменьшением плотности с одновременным увеличением радиуса на выходе из стадии. При рассмотренных параметрах максимальная абсолютная величина поляризации сохраняется в процессе ускорения и вывода пучка, испытывая колебания в момент ввода пучка в стадию. Эмиттанс пучка скачкообразно увеличивается на 15% на начальных этапах ускорения и сохраняется в процессе вывода частиц из канала, что означает необходимость более тщательного подбора профиля плотности на входе в канал [130]. Несмотря на высокоамплитудные колебания деполяризации и рост эмиттанса при входе в ускорительную стадию, подобранные параметры позволяют уменьшить в несколько раз рост эмиттанса и деполяризации по сравнению с ускорением в стадии с резкой границей плазмы.

Глава 3

Влияние синхротронного излучения на динамику частиц в лазерно-плазменном ускорителе

При лазерно-плазменном ускорении с энергиями частиц в ТэВ-диапазоне на динамику характеристик сгустка могут оказывать значительное влияние различные эффекты, связанные с бетатронным излучением частицы [13,14,120,122,131]. В первом разделе этой главы предложена модель для расчета динамики прецессии спина электрона при ускорении в кильватерных полях, которые генерируются лазерным импульсом в отдельной ускорительной стадии коллайдера, с учетом влияния излучения. Эта модель учитывает синхротронное излучение путем добавления силы торможения в форме Ландау-Лифшица в уравнения движения электронов. Для оценки влияния синхротронного излучения на темп набора энергии и на прецессию спина электронов, ускоряемых в многостадийном коллайдере, рассмотрено ускорение одного электрона в заданных полях с постоянной одинаковой ускоряющей силой и различными фокусирующими силами, характерными для лазерно-плазменного ускорения [14]. Сначала изучается ускорение под действием заданных постоянных сил, величины которых соответствуют средним значениям сил, полученным из результатов самосогласованного моделирования умеренно нелинейного режима LWFA [21]. Для сравнения также приведена эволюция характеристик излучающих электронов, движущихся под действием фокусирующей силы, характерной для сильно нелинейного режима (bubble-режим) ускорения [21,132]. Далее в этом разделе исследовано влияние синхротронного излучения на динамику поляризации электронного пучка на одном этапе LWFA при самосогласованном учете нелинейной динамики распространения лазерного импульса и генерации им кильватерных плазменных полей.

Второй раздел посвящен исследованию процесса ускорения поляризованного электрона до энергии в несколько ТэВ в модельных полях, характерных для умеренно нелинейного и сильно нелинейного режимов, с учетом влияния не только силы радиационного трения, но и эффектов, обусловленных взаимодействием спина электрона с полем излученного фотона. Динамика спина в этом случае описывалась с помощью квазиклассического обобщенного Т-БМТ уравнения [103, 104].

3.1. Ускорение электронов в кильватерных полях с учетом тормозящей силы

Для описания влияния синхротронного излучения на процесс кильватерного ускорения отдельного электрона сгустка использовалась сила торможения в форме Ландау-Лифшица [13, 133]:

$$\mathbf{F}_{rad} = -\frac{2\tilde{r}_e}{3c} \frac{\tilde{F}_\perp^2}{m_e^2 c^2} \gamma \mathbf{p}, \quad (3.1)$$

где $\mathbf{p} = \{\mathbf{p}_\perp, p_z\}$ — импульс электрона, γ — гамма-фактор электрона, $\tilde{r}_e \simeq 3 \times 10^{-13}$ см — классический электронный радиус, \tilde{F}_\perp — размерная фокусирующая сила, действующая на электрон при ускорении.

Так как в случае LWFA сила Лоренца много больше сил Штерна-Герлаха [107], влиянием динамики спина на движение электронов можно пренебречь. В этом случае система уравнений в безразмерных переменных (ξ, ζ, ρ) для эволюции траектории, импульса и прецессии спина излучающего электрона пучка, полученная путем объединения уравнения Т-БМТ, записанного в безразмерных координатах (1.7), релятивистского уравнения Лоренца и силы (3.1), имеет следующий вид [14]:

$$\frac{d\mathbf{q}_\perp}{d\zeta} = \frac{1}{\beta_z} \left(\mathbf{F}_\perp - \frac{2}{3} r_e \gamma \mathbf{F}_\perp^2 \mathbf{q}_\perp \right), \quad (3.2)$$

$$\frac{dq_z}{d\zeta} = \frac{1}{\beta_z} \left(F_z - \frac{2}{3} r_e \gamma \mathbf{F}_\perp^2 q_z \right), \quad (3.3)$$

$$\frac{d\mathbf{x}_\perp}{d\zeta} = \frac{\mathbf{q}_\perp}{q_z}, \quad (3.4)$$

$$\frac{d\xi}{d\zeta} = 1 - \frac{1}{\beta_z}, \quad (3.5)$$

$$\frac{d\mathbf{s}_\perp}{d\zeta} = \frac{s_z}{\beta_z} \left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) \mathbf{F}_\perp, \quad (3.6)$$

$$\frac{ds_z}{d\zeta} = -\frac{1}{\beta_z} \left(a_m + \frac{1}{\gamma} \right) (\mathbf{F}_\perp \cdot \mathbf{s}_\perp), \quad (3.7)$$

где $\mathbf{s} = \{\mathbf{s}_\perp, s_z\}$ — спин отдельного электрона в сгустке, нормированный на абсолютную величину спина электрона, $\mathbf{q} = \{\mathbf{q}_\perp, q_z\} = \mathbf{p}/(m_e c)$ — безразмерный импульс электрона, $\beta = \mathbf{v}/c$ — безразмерная скорость электрона, $\mathbf{x}_\perp = \{x, y\}$ — безразмерные поперечные координаты, $\mathbf{F}_\perp = \{F_\perp \cos \phi, F_\perp \sin \phi\}$, $\phi = \arctan(y/x)$ и $r_e = \tilde{r}_e k_p$.

Для оценки влияния радиационного трения на поляризацию и лазерно-плазменное ускорение пучка электронов сначала рассматривалась динамика характеристик одного электрона, движение которого происходило в заданных постоянных полях и описывалось уравнениями (3.2)–(3.7). На Рис. 3.1 изображен процесс набора энергии излучающим и неизлучающим электроном, который движется под действием безразмерной ускоряющей силы $F_z = 0.47$ и различных фокусирующих сил $F_\perp = \alpha \rho = -0.075\rho$ или $F_\perp = -0.5\rho$, нормированных на $m_e c \omega_p$ при $\omega_p \cong 17.84$ ТГц, что соответствует фоновой плотности электронов плазмы $N_0 = 10^{17}$ см⁻³. Значение $\alpha = -0.5$ соответствует большой фокусирующей силе при ускорении электронов в bubble-режиме [21, 122], а $\alpha = -0.075$ — средней фокусирующей силе, определенной аналогично (1.58), действующей на частицы в умеренно нелинейном режиме ускорения с параметрами, определенными ниже. Начальный спин электрона $\mathbf{s}_0 = \{0.279, -0.334, 0.9\}$ в декартовых координатах, начальное поперечное положение электрона $\mathbf{x}_{\perp 0} = \{0, 0.5\}$, $\mathbf{q}_{\perp 0} = 0$ и $\gamma_0 = 1000$ [107]. Рис. 3.1 демонстрирует, что излучающий электрон,

движущийся под действием большой фокусирующей силы с $\alpha = -0.5$, ускоряется до меньшей энергии, по сравнению с неизлучающим, а потери энергии при ускорении до ~ 300 ГэВ составляют 5%. Для того, чтобы оценить отношение силы радиационного трения $F_{rad\ z} = -2r_e/3\alpha^2\rho^2\gamma p_z$ к ускоряющей силе $F_z = 0.47$, действующих на ускоренный до 300 ГэВ электрон, воспользуемся приближенной формулой для описания траектории неизлучающего электрона с $\mathbf{q}_{\perp 0} = 0$ в постоянных полях [107, 120]:

$$\mathbf{x}_{\perp} = \mathbf{x}_{\perp 0} \left(\frac{\gamma_0}{\gamma} \right)^{1/4} \cos \left[\frac{2\sqrt{|\alpha|}}{F_z} (\sqrt{\gamma} - \sqrt{\gamma_0}) \right], \quad (3.8)$$

тогда $\rho \leq |x_{\perp 0}| (\gamma_0/\gamma)^{1/4}$ и

$$\left| \frac{F_{rad\ z}}{F_z} \right| \approx \frac{2r_e}{3F_z} \alpha^2 \rho^2 \gamma^2 \leq \frac{2r_e}{3F_z} \alpha^2 x_{\perp 0}^2 \sqrt{\gamma_0} \gamma^{3/2} \approx 0.23 \quad (3.9)$$

при $\gamma \sim p_z$ и $\alpha = -0.5$. Зависимость деполяризации излучающего и неизлучающего электрона от времени ускорения $\omega_p t$ при $\alpha = -0.5$ показана на Рис. 3.2а. Из этого рисунка видно, что деполяризация слабее для излучающего электрона, набирающего меньшую энергию, при этом аналитическая кривая деполяризации, полученная с помощью формулы (1.57) для неизлучающего электрона, хорошо описывает поведение деполяризации излучающей частицы с энергией до 300 ГэВ. Формула (1.57) показывает функциональную зависимость деполяризации от радиуса осцилляций частицы и ее энергии. В соответствии с этой зависимостью излучающий электрон деполяризуется меньше по сравнению с неизлучающим, поскольку набирает меньшую энергию и осциллирует с меньшей амплитудой. В случае $\alpha = -0.075$ практически нет отличий в значениях набираемой энергии излучающим и неизлучающим электроном вплоть до ~ 3.8 ТэВ (см. Рис. 3.1), что соответствует оценке $|F_{rad\ z}/F_z| \approx 0.23$. Как демонстрирует Рис. 3.2б, влияние синхротронного излучения на величину деполяризации частиц в случае относительно малых фокусирующих сил также проявляется на-

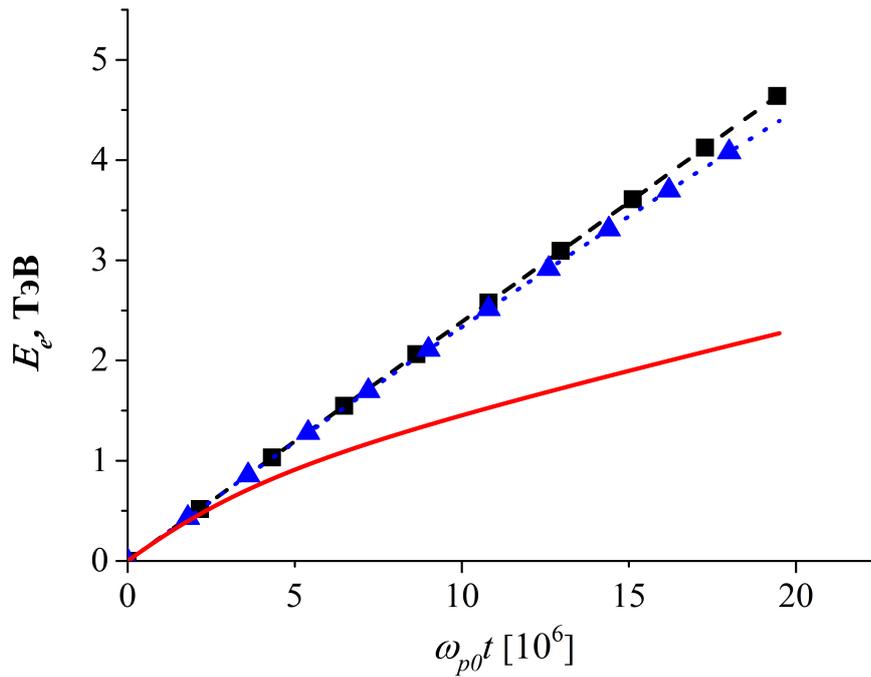
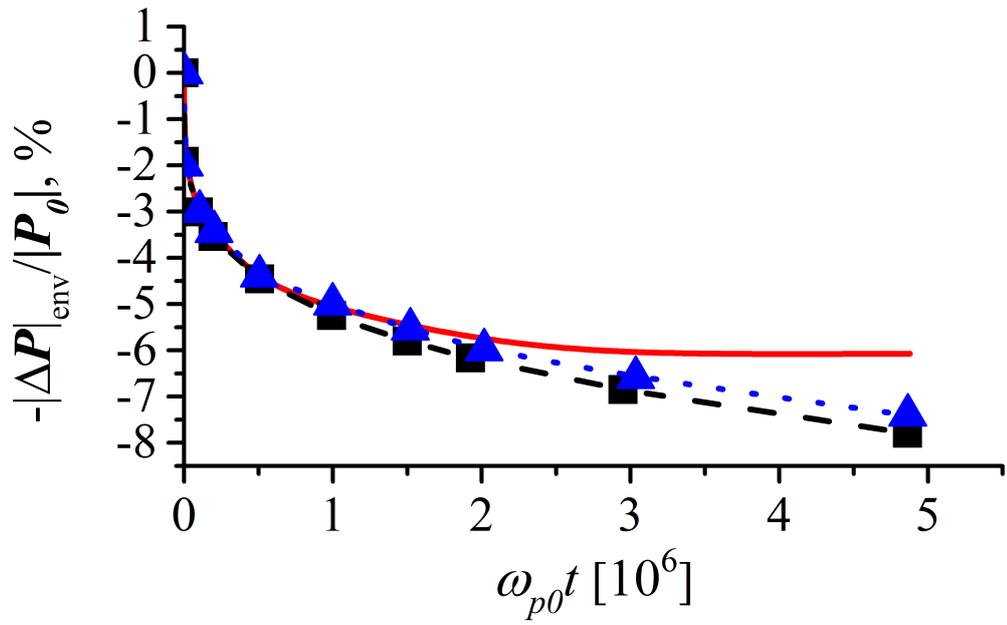


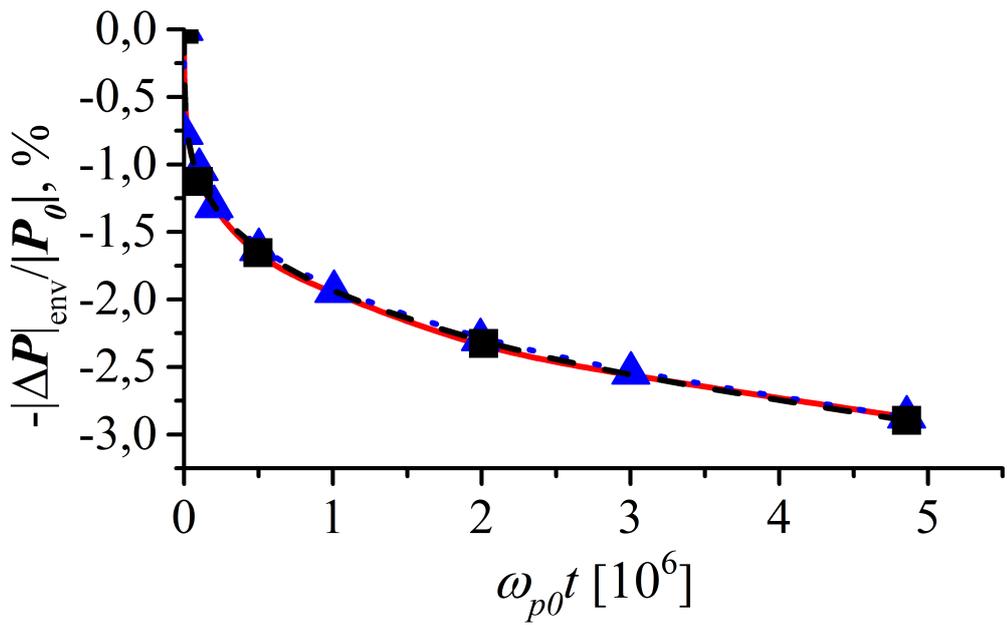
Рис. 3.1. Динамика ускорения электрона под действием постоянных сил: ускоряющей $F_z = 0.47$ и фокусирующей $F_{\perp} = \alpha\rho$. Зависимость от времени ускорения энергии электрона без учета синхротронного излучения электрона (штриховой пунктир и квадраты); с учетом синхротронного излучения: $\alpha = -0.075$ (точечный пунктир и треугольники) и $\alpha = -0.5$ (сплошная линия).

чиная с энергий около 3.8 ТэВ, а в случае сил, характерных для bubble-режима, влияние становится существенным для частиц с энергией порядка 300 ГэВ.

Исследование ускорения пучка поляризованных электронов при самосогласованном описании нелинейной динамики лазерного импульса и генерируемых им ускоряющих и фокусирующих кильватерных плазменных полей проводилось с помощью системы уравнений (1.8)–(1.10) при следующих параметрах лазерного импульса: радиус фокального пятна гауссового импульса, сфокусированного на вход плазменного канала, $r_L = 89.13\mu\text{м}$, длительность $\tau_L = 56$ фс, длина волны $\lambda = 0.8\mu\text{м}$, интенсивность $I_L = 4.28 \cdot 10^{18}$ Вт/см² (безразмерная амплитуда $a_0 = 1.414$) и мощность $P_L = 534$ ТВт. Плотность плазмы на оси предварительно сформированного канала (1.59) и его радиус равны $N_0 = 10^{17}$



(a)



(б)

Рис. 3.2. Эволюция деполяризации электрона, движущегося под действием постоянных сил: ускоряющей $F_z = 0.47$ и фокусирующей $F_{\perp} = \alpha\rho$; с учетом (сплошная линия) и без учета (сплошная линия и квадраты) излучения при $\alpha = -0.5$ (а) и $\alpha = -0.075$ (б). Сплошной линией и треугольниками на рисунках (а) и (б) изображена огибающая аналитического значения деполяризации (1.57).

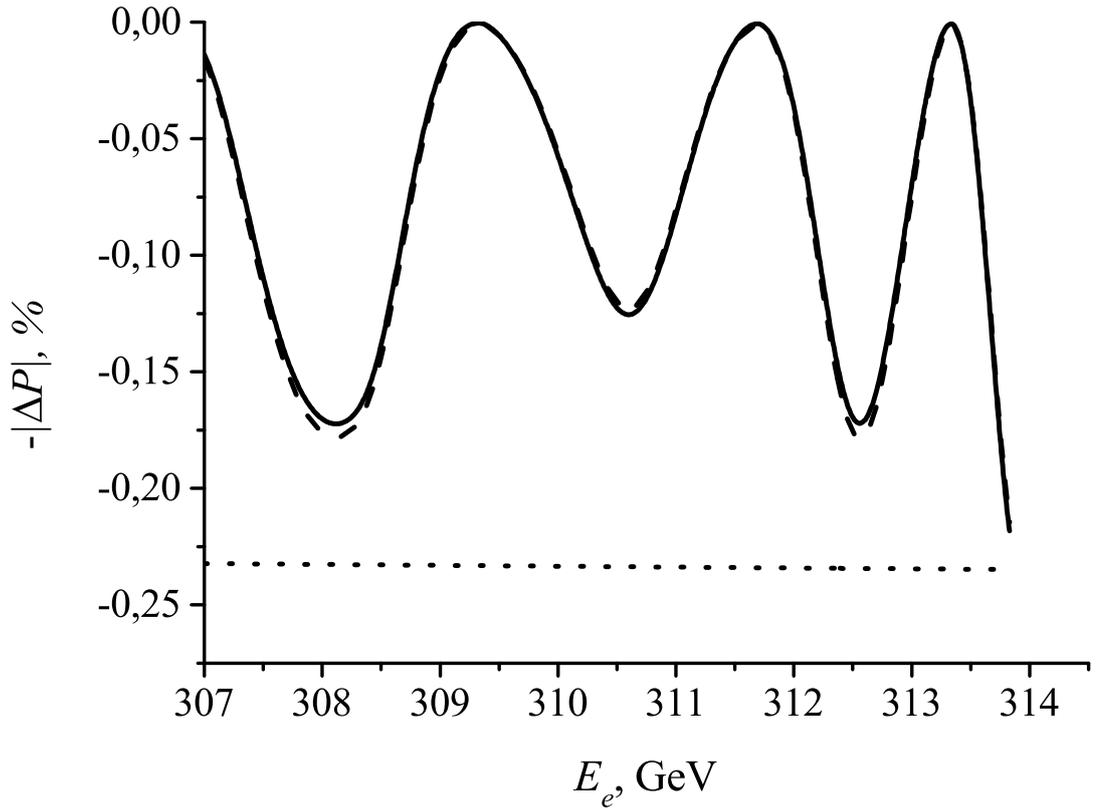


Рис. 3.3. Динамика деполяризации электронного пучка для одной ускорительной стадии LWFA в случае излучающих электронов (сплошная линия), и когда излучение не учитывается (штриховой пунктир). Точечным пунктиром показано теоретическое предсказание деполяризации (2.13) для средней ускоряющей силы $F_z = 0.47$ и $\alpha = -0.075$ для средней фокусирующей силы.

см^{-3} и $R_{ch} = 305.1$ мкм соответственно, $k_p = 0.0595$ мкм $^{-1}$ [134]. Внешне инжектированный пучок поляризованных электронов имел гауссово цилиндрически симметричное распределение в поперечном направлении и нулевой разброс в продольном направлении. Сгусток электронов с начальной характерной поперечной шириной $\sigma_r/k_p = 4.2$ мкм, поляризацией $\mathbf{P}_0 = \{0.279, -0.334, 0.9\}$, нормализованным эмиттансом $\varepsilon_n = 2.5$ мм мрад и числом электронов в пучке $N_b = 10^5$ был инжектирован с энергией $E_{inj} = 306.6$ ГэВ в окрестность максимума ускоряющей силы ($\xi_{max} = 3.0$, $\xi_{inj} = 3.2$) [135]. Такие характеристики сгустка характерны для ~ 30 стадии лазерно-плазменного коллайдера. Для заданных параметров средние на длине ускорения $L_{acc} \cong 0.5$ м силы, действу-

ющие на пучок электронов, равны $\bar{F}_z = 0.47$ и $\bar{F}_r = -0.075\rho$. Полученная в результате самосогласованных расчетов динамика деполяризации в соответствии с проведенным выше анализом практически не отличается для излучающих и неизлучающих электронов пучка, а верхняя граница деполяризации может быть предсказана с помощью формулы (2.13) (см. Рис. 3.3).

Таким образом, в данном разделе исследовано влияние синхротронного излучения на деполяризацию электрона при его ускорении под действием различных фокусирующих сил. Динамика характеристик электрона описывалась с помощью численного решения уравнений модели (3.2)–(3.7). Показано, что радиационное трение, снижающее поперечный и продольный импульсы электрона, приводит к заметному уменьшению деполяризации при движении электрона с энергией, превышающей 300 ГэВ в сильных фокусирующих полях, характерных для bubble-режима ускорения, и значительно снижает при этом темп набора энергии. Аналитическая оценка деполяризации электрона (1.57), не учитывающая потери на излучение, находится в хорошем согласии с численными расчетами для частицы, движущейся в относительно слабых фокусирующих полях, и для ускоряемой частицы, движущихся под действием сильных фокусирующих полей, если ее конечная энергия не превышает 300 ГэВ. Показано, что синхротронное излучение практически не влияет на поляризацию и темп набора энергии при ускорении электронов вплоть до 3.8 ТэВ в полях, характерных для умеренно нелинейного режима лазерно-плазменного ускорения. Результаты самосогласованного моделирования движения электронного сгустка в кильватерном поле лазерного импульса показывают, что на отдельной стадии лазерно-плазменного коллайдера влиянием силы радиационного трения можно пренебречь.

3.2. Эффект радиационной поляризации при ускорении электронов в кильватерных полях

При длительной циркуляции неполяризованных электронов в поле накопительного кольца их спины в результате синхротронного излучения ориентируются в направлении против магнитного поля. Этот эффект самополяризации релятивистских заряженных частиц при продолжительном движении в однородном постоянном магнитном поле впервые был предсказан А.А. Соколовым и И.М. Терновым в 1963 году [102], а кинетика этого процесса определяется характерным временем поляризации [103, 104, 136]:

$$\tau_{pol} = \frac{10^{-7} \text{ с}}{E_e [\text{ГэВ}]^2 E_{acc} [\text{ТВ/м}]^3}. \quad (3.10)$$

Для электронов с энергией от $\tilde{E}_e = 500$ ГэВ до 2 ТэВ в ускоряющем поле порядка $\tilde{E}_{acc} = 100$ ГэВ/м время (3.10) лежит в диапазоне от 400 до 25 пс, а время взаимодействия частицы с полем при ускорении от 500 МэВ до 4 ТэВ многократно превышает эти значения и составляет около 13 мкс, поэтому в случае многостадийного ускорения целесообразно исследовать не только влияние силы торможения на деполяризацию, но и вклад от радиационной поляризации.

Характерное время радиационной поляризации (3.10) в безразмерном виде можно записать как

$$\frac{1}{T} = \frac{5\sqrt{3}}{8} \frac{\tilde{\alpha} \hbar^2 k_p^2}{m^2 c^2} \gamma^5 |\dot{\mathbf{v}}|^3, \quad (3.11)$$

где $\tilde{\alpha}$ – постоянная тонкой структуры, \hbar – приведённая постоянная Планка, $\dot{\mathbf{v}} = d\mathbf{v}/dt$.

Вероятность квантового перехода электрона с изменением проекции спина при излучении фотона может быть записана для произвольного магнитного поля [103, 104] как

$$W = \frac{1}{T} \left(1 - \frac{2}{9} (\mathbf{s}\boldsymbol{\beta})^2 + \frac{8\sqrt{3}}{15|\dot{\boldsymbol{\beta}}|} (\mathbf{s}, \boldsymbol{\beta} \times \dot{\boldsymbol{\beta}}) \right), \quad (3.12)$$

при условии что $\gamma \gg 1$ и поле $\tilde{\mathbf{B}}$ меняется слабо на траектории частицы за характерное время излучения t_r [104]:

$$\frac{|\dot{\tilde{\mathbf{B}}}|t_r}{|\tilde{\mathbf{B}}|} \ll 1, \quad \frac{|\dot{\mathbf{v}}|t_r}{c} \sim \frac{1}{\gamma}. \quad (3.13)$$

Тогда динамика вектора \mathbf{s} в безразмерных величинах с учетом взаимодействия с полем излученного фотона и уравнений (3.2)–(3.7) будет иметь следующий вид [103, 104]:

$$\frac{d\mathbf{s}}{d\tau} = \mathbf{s} \times (a\mathbf{B}_R + \mathbf{B}_E) - \frac{1}{T} \left(\mathbf{s} - \frac{2}{9}(\mathbf{s}\boldsymbol{\beta})\mathbf{s} + \frac{8}{5\sqrt{3}|\mathbf{F} - \boldsymbol{\beta}(\mathbf{F}\boldsymbol{\beta})|}\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{F} \right) \quad (3.14)$$

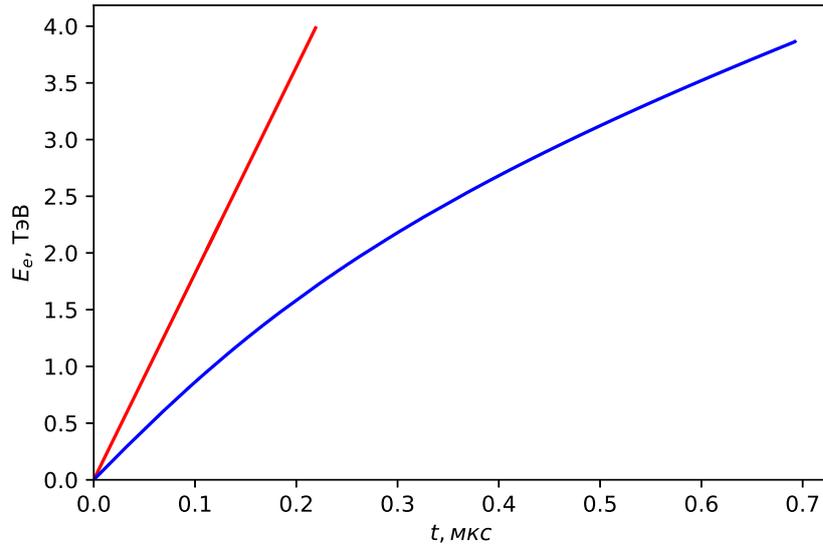
$$\mathbf{B}_E = \mathbf{B} + \frac{1}{1 + 1/\gamma}\mathbf{E} \times \boldsymbol{\beta}, \quad (3.15)$$

$$\mathbf{B}_R = \gamma \left(\mathbf{B} - \frac{\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\beta}\mathbf{B})}{1 + 1/\gamma} - \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E} \right), \quad (3.16)$$

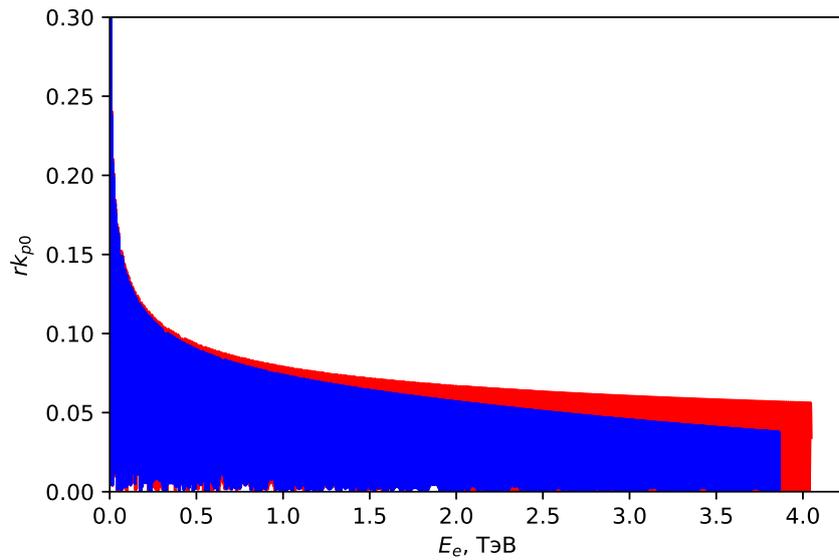
где $\mathbf{F} = \nabla\Phi + \mathbf{F}_{rad}$ [13, 14, 133].

Рассмотрим теперь ускорение электрона до энергии около 4 ТэВ в модельных полях, характерных для различных режимов лазерно-плазменного ускорения, с линейной по радиусу фокусирующей силой $F_r = \alpha\rho$ и постоянной однородной ускоряющей силой F_z с учетом силы радиационного трения в форме Ландау-Лифшица. В начальный момент времени электрон находился на расстоянии $0.5/k_p$ от оси (характерное расстояние от оси до электрона в сгустке) с нулевым поперечным импульсом, спином $\mathbf{s} = (0.279, -0.335, 0.9)$ и энергией $E_{inj} = 67.5$ МэВ.

В первом случае положим $\alpha = -0.5$, а $F_z = 2$, что соответствует движению частицы в максимуме ускоряющего поля, генерируемого в bubble-режиме в результате распространения лазерного импульса с $a_0 = 4$, интенсивностью $I_L \simeq 3.5 \times 10^{19}$ Вт/см², мощностью $P_L \sim 2.5$ ПВт, размером пятна $r_L = 67$ мкм и длиной волны $\lambda = 0.8$ мкм в плазменном канале с плотностью на оси $n_0 = 10^{17}$ см⁻³ [21]. Градиент ускоряющего поля при этом равен 60 ГэВ/м, а характерное время самополяризации (3.10) для электрона с энергией около

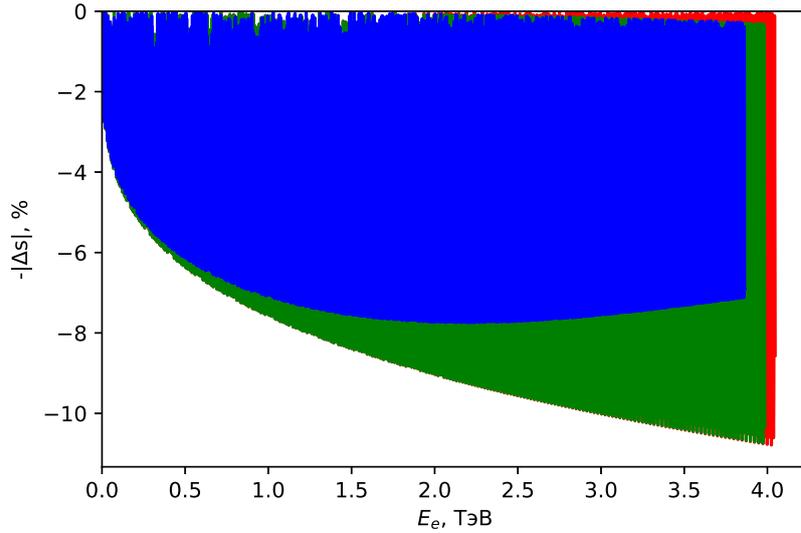


(a)

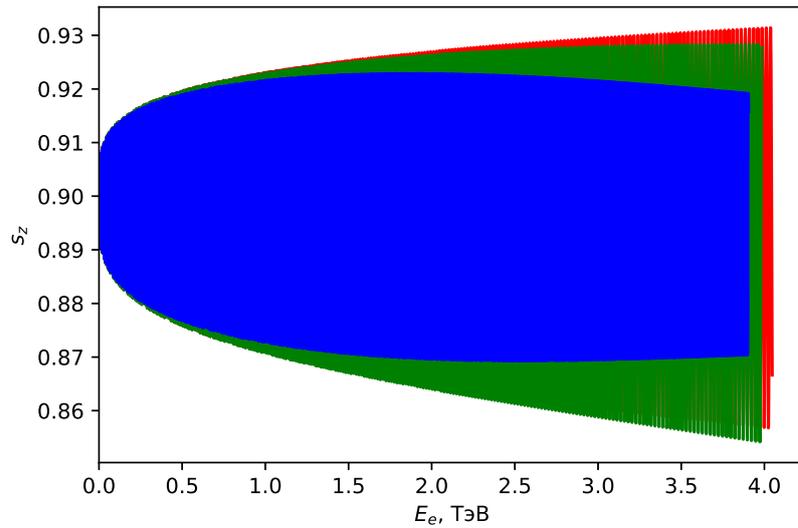


(б)

Рис. 3.4. Динамика набора энергии (а) и зависимость расстояния до оси от набранной энергии (б) для электрона с начальной энергией $E_{inj} = 67.5$ МэВ и продольной компонентой спина $s_z = 0.9$, инжектированного на расстоянии $0.5/k_p$ от оси с нулевым поперечным импульсом, в модельном bubble-режиме ускорения. Синяя кривая соответствует ускорению с учетом силы радиационного трения и эффекта радиационной поляризации, а красная кривая – без учета эффектов, связанных с синхротронным излучением.



(а)



(б)

Рис. 3.5. Зависимость деполяризации частицы (а) и прецессии компоненты спина s_z (б) от набранной энергии для электрона с начальной энергией $E_{inj} = 67.5$ МэВ и продольной компонентой спина $s_z = 0.9$, инжектированного на расстоянии $0.5/k_p$ от оси с нулевым поперечным импульсом, в модельном bubble-режиме ускорения. Синяя кривая соответствует ускорению с учетом силы радиационного трения и эффекта радиационной поляризации. Зеленая кривая — ускорение с учетом эффекта радиационной поляризации и без учета силы радиационного трения, а красная кривая — без учета эффектов, связанных с синхротронным излучением.

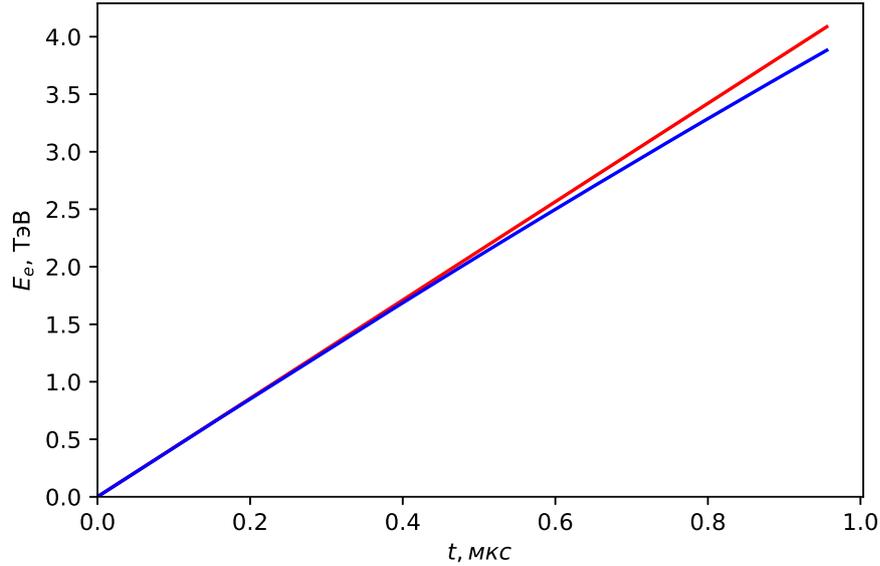
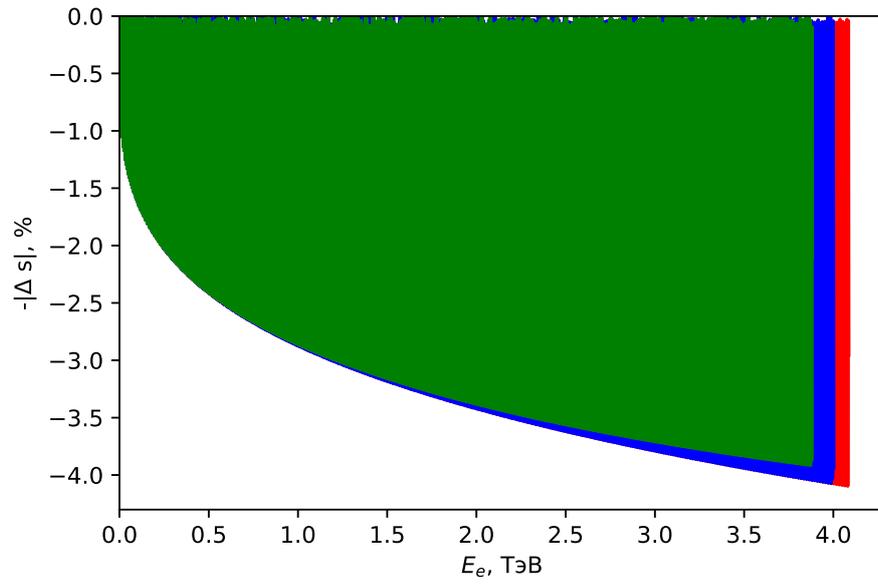
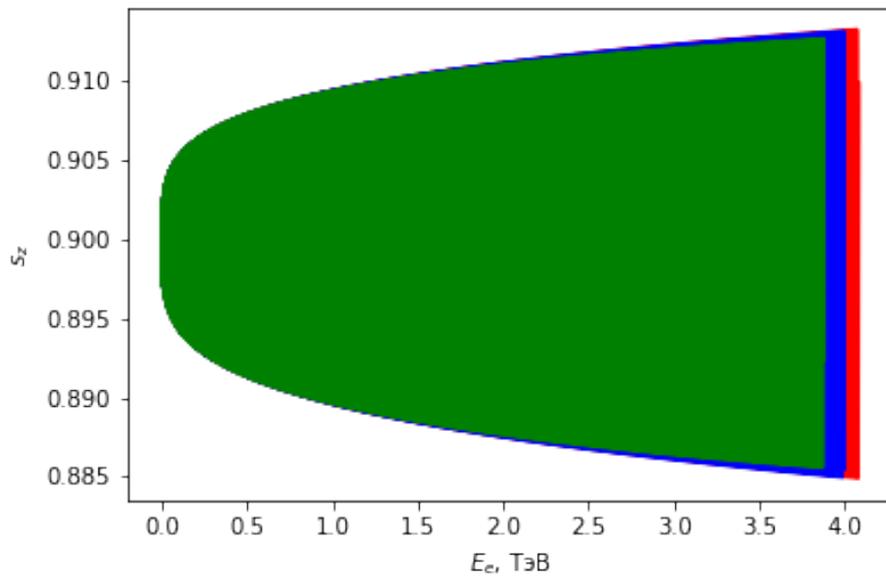


Рис. 3.6. Динамика набора энергии для электрона с начальной энергией $E_{inj} = 67.5$ МэВ и продольной компонентой спина $s_z = 0.9$, инжектированного на расстоянии $0.5/k_p$ от оси с нулевым поперечным импульсом, в модельном умеренно нелинейном режиме ускорения. Синяя кривая соответствует ускорению с учетом силы радиационного трения и эффекта радиационной поляризации, а красная кривая – без учета эффектов, связанных с синхротронным излучением.

1 ТэВ составит около 0.5 нс. Время ускорения частицы до энергии около 4 ТэВ в отсутствии силы радиационного трения составило около 0.2 мкс, а с учетом синхротронного излучения 0.7 мкс (Рис. 3.4а). Как видно из Рис. 3.5а, несмотря на малость характерного времени самополяризации относительно времени ускорения частицы, вклад от радиационной поляризации в заданных параметрах приводит только к незначительному снижению уровня верхней границы огибающей деполяризации, а наибольшее влияние оказывает сила радиационного трения, которая приводит к уменьшению абсолютной величины конечной деполяризации примерно в 1.5 раза. Поправка к Т-БМТ уравнению приводит к незначительному затуханию продольной компоненты спина s_z , начиная с энергий около 2 ТэВ (Рис. 3.5б).



(a)



(б)

Рис. 3.7. Зависимость характеристик электрона от набранной энергии (см. Рис. 3.5) в модельном умеренно нелинейном режиме ускорения.

При умеренно нелинейном режиме ускорения, описанном в предыдущих разделах, средние ускоряющие и фокусирующие силы в несколько раз слабее сил, действующих на частицу в bubble-режиме. Характерная фокусирующая сила имеет коэффициент $\alpha \simeq -0.075$, $F_z \simeq 0.47$, а градиент ускоряющего поля равен 14 ГэВ/м. Соответствующее время самополяризации в таких полях для электрона с энергией 1 ТэВ составит около 36 нс, а время ускорения до 4 ТэВ будет около 1 мкс (Рис. 3.6). Однако по результатам моделирования влияние радиационной поляризации в этом случае оказывается пренебрежимо мало, при этом сила радиационного трения незначительно уменьшает величину деполяризации и амплитуду колебаний компоненты спина s_z , начиная с 2 ТэВ (Рис. 3.7).

3.3. Выводы

В этой главе исследовано влияние синхротронного излучения на деполяризацию электронов при ускорении в кильватерных плазменных полях, генерируемых коротким высокоинтенсивным лазерным импульсом. Динамика характеристик электронов и кильватерного поля самосогласованно описывалась с помощью численного решения уравнений модели (1.8)–(1.10), (1.15), (3.2)–(3.5) и (3.14)–(3.16). Показано, что радиационное трение, снижающее поперечный и продольный импульсы электрона, приводит к заметному уменьшению деполяризации при движении электрона в сильных фокусирующих полях, характерных для bubble-режима ускорения, и значительно снижает при этом темп набора энергии. Аналитическая оценка деполяризации пучка (2.13), не учитывающая потери на излучение, находится в хорошем согласии с численными расчетами для частиц, движущихся в относительно слабых фокусирующих полях, характерных для умеренно нелинейного режима. Показано, что в этом случае син-

хротронное излучение практически не влияет на поляризацию и темп набора энергии при ускорении электронов вплоть до нескольких ТэВ [14, 130].

Так как расчетное характерное время радиационной поляризации τ_{pol} (3.10) для электронов с энергией порядка 1 ТэВ в кильватерных полях оказывается на несколько порядков меньше времени ускорения частицы, в данной главе исследовалось также влияние эффекта Соклова-Тернова на динамику поляризации. Для этого в модель было включено обобщенное Т-БМТ уравнения, учитывающего вклад от взаимодействия спина с полем излученного фотона. Как показывают результаты расчетов, несмотря на относительную малость τ_{pol} , общий вклад от этого эффекта в процесс деполяризации оказывается незначительным как для умеренно нелинейного, так и для сильно нелинейного режимов [130].

Заключение

1. С помощью разработанной и протестированной модели была проанализирована динамика прецессии спина электрона, ускоряемого в поле кильватерной волны, генерируемой мощным фемтосекундным лазерным импульсом в плазменном канале, в зависимости от начальной энергии электрона и фазы его инжекции. Показано, что величина деполяризации электрона прямо пропорциональна расстоянию до оси канала и зависит от фазы инжекции, а минимальная деполяризация достигается при инжекции электрона в окрестность максимума ускоряющей силы.
2. Исследовано влияние нелинейности и нестационарности фокусирующих и ускоряющих сил, действующих на пучок электронов при лазерно-плазменном ускорении в умеренно нелинейном режиме, на динамику слайсового эмиттанса. Показан основной механизм роста эмиттанса и определены ограничения на начальные параметры сгустка частиц для минимизации влияния этого механизма.
3. Показаны основные различия процессов ускорения позитронов и электронов в линейном и умеренно нелинейном режимах лазерно-плазменного ускорения. При характерных параметрах умеренно нелинейного режима ускорительная фаза кильватерного поля для позитронов укорачивается и максимальный прирост энергии уменьшается по сравнению с электронами. Величина фокусирующей силы, действующей на частицы в точке инжекции в окрестность максимума ускоряющего поля, отличается для позитронных и электронных сгустков, что приводит к необходимости индивидуального подбора начальных согласованных параметров пучков. В случае ускорения в линейном режиме динамика характеристик сгустков

не отличается. Величина деполяризации позитронных и электронных пучков одинакова при равной длине ускорения в обоих режимах.

4. Изучены оптимальные параметры ввода и вывода частиц из ускорительного каскада, позволяющие сохранить качество сгустка. Показано, что ускорение сгустка частиц в плазменном канале с линейным изменением радиуса и плотности на входе и выходе позволяет в несколько раз уменьшить рост эмиттанса и деполяризации по сравнению с ускорением в канале с резкой границей.
5. Показано, что синхротронное излучение практически не влияет на поляризацию и темп набора энергии при ускорении электронов в полях, характерных для умеренно нелинейного режима лазерно-плазменного ускорения. При движении электрона под действием сил, характерных для сильно нелинейного режима, радиационное трение приводит к уменьшению конечной величины деполяризации на $\sim 33\%$ при ускорении до 4 ТэВ за счет уменьшения поперечного и продольного импульсов электрона, а также существенно снижает темп набора энергии и увеличивает время ускорения до 4 ТэВ в 3.5 раза.
6. Рассмотрено ускорение поляризованных частиц в модельных полях, характерных для умеренно нелинейного и сильно нелинейного режимов ускорения, с учетом вклада от радиационной поляризации. Динамика поляризации оценивалась с помощью обобщенного Т-БМТ уравнения, учитывающего квантовые эффекты, обусловленные взаимодействием спина электрона с полем излученного фотона. С помощью моделирования показано что, несмотря на то что расчетное характерное время радиационной поляризации для электрона в кильватерных полях оказывается на несколько порядков меньше времени многостадийного лазерно-плазменного ускорения

частицы от 500 МэВ до 4 ТэВ, общий вклад от этого эффекта в процесс деполяризации оказывается незначительным для обоих рассматриваемых режимов.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах [14–18,121,126, 130, 135].

Список литературы

1. Tajima T., Dawson J. M. Laser electron accelerator // *Phys. Rev. Lett.* 1979. Vol. 43, no. 4. P. 267.
2. Nakajima K. Recent progress on laser acceleration // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A: Accel. Spectrom. Detect. Assoc. Equip.* 2000. Vol. 455, no. 1. P. 140–147.
3. Malka V., Fritzler S., Lefebvre E. et al. Electron acceleration by a wake field forced by an intense ultrashort laser pulse // *Science*. 2002. Vol. 298, no. 5598. P. 1596–1600.
4. Modena A., Najmudin Z., Dangor A. E. et al. Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma waves // *Nature*. 1995. Vol. 377, no. 6550. P. 606–608.
5. Gonsalves A. J., Nakamura K., Daniels J. et al. Petawatt Laser Guiding and Electron Beam Acceleration to 8 GeV in a Laser-Heated Capillary Discharge Waveguide // *Phys. Rev. Lett.* 2019. Vol. 122. P. 084801.
6. Leemans W., Esarey E. Laser-driven plasma-wave electron accelerators // *Phys. Today*. 2009. Vol. 62, no. 3. P. 44–49.
7. Steinke S., Van Tilborg J., Benedetti C. et al. Multistage coupling of independent laser-plasma accelerators // *Nature*. 2016. Vol. 530, no. 7589. P. 190–193.
8. Moortgat-Pick G., Abe T., Alexander G. et al. Polarized positrons and electrons at the linear collider // *Phys. Rep.* 2008. Vol. 460, no. 4. P. 131–243.
9. Шатунов Ю. М. Пучки поляризованных частиц в ускорителях и накопителях. 2015.
10. Mane S., Shatunov Y. M., Yokoya K. Siberian Snakes in high-energy accelerators // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 2005. Vol. 31, no. 9. P. R151.
11. Tomassini P., Rossi A. Matching strategies for a plasma booster // *Plasma Phys. Controlled Fusion*. 2015. Vol. 58, no. 3. P. 034001.

12. Li X., Chancé A., Nghiem P. A. P. Preserving emittance by matching out and matching in plasma wakefield acceleration stage // *Phys. Rev. Accel. Beams*. 2019. Vol. 22, no. 2. P. 021304.
13. Kostyukov I. Y., Nerush E., Litvak A. Radiative damping in plasma-based accelerators // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. 2012. Vol. 15, no. 11. P. 111001.
14. Пугачёва Д. В., Андреев Н. Е. Влияние синхротронного излучения на динамику прецессии спина электрона в процессе лазерно-плазменного ускорения // *Квантовая электроника*. 2018. Т. 48, № 4. С. 291–294.
15. Walker P. A., Alesini P. D., Alexandrova A. S. et al. Horizon 2020 EuPRAXIA design study // *J. Phys. Conf. Ser.* Vol. 874. 2017. P. 012029.
16. Weikum M. K., Akhter T., Alesini P. D. et al. EuPRAXIA – a compact, cost-efficient particle and radiation source // *AIP Conf. Proc.* Vol. 2160. 2019. P. 040012.
17. Assmann R. W., Weikum M. K., Akhter T., et al. EuPRAXIA Conceptual Design Report // *Eur. Phys. J. Spec. Top.* 2020. Vol. 229. P. 3675–4284.
18. Weikum M. K., Akhter T., Alesini D. et al. Status of the Horizon 2020 EuPRAXIA conceptual design study // *J. Phys. Conf. Ser.* Vol. 1350. 2019. P. 012059.
19. Ахиезер А. И., Половин Р. В. Теория волнового движения электронной плазмы // *ЖЭТФ*. 1956. Т. 30. С. 915.
20. Dawson J., Oberman C. High-frequency conductivity and the emission and absorption coefficients of a fully ionized plasma // *Phys. Fluids*. 1962. Vol. 5, no. 5. P. 517–524.
21. Esarey E., Schroeder C., Leemans W. Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators // *Rev. Mod. Phys.* 2009. Vol. 81, no. 3. P. 1229.
22. Coffey T. Breaking of large amplitude plasma oscillations // *Phys. Fluids*. 1971. Vol. 14, no. 7. P. 1402–1406.

23. Katsouleas T., Mori W. Wave-breaking amplitude of relativistic oscillations in a thermal plasma // *Phys. Rev. Lett.* 1988. Vol. 61, no. 1. P. 90.
24. Горбунов Л. М., Кирсанов В. И. Возбуждение плазменных волн пакетом электромагнитного излучения // *ЖЭТФ.* 1987. Т. 93. С. 509–518.
25. Sprangle P., Joyce G., Esarey E., Ting A. Laser wakefield acceleration and relativistic optical guiding // *AIP Conf. Proc.* / American Institute of Physics. Vol. 175. 1988. P. 231–239.
26. Андреев Н. Е., Горбунов Л. М. Лазерно-плазменное ускорение электронов // *УФН.* 1999. Т. 169, № 1. С. 53–58.
27. Буланов С. В., Кирсанов В. И., Сахаров А. С. Возбуждение ультрарелятивистских ленгмюровских волн импульсом электромагнитного излучения // *Письма в ЖЭТФ.* 1989. Т. 50, № 4. С. 176–178.
28. Berezhiani V., Murusidze I. Relativistic wake-field generation by an intense laser pulse in a plasma // *Phys. Lett. A.* 1990. Vol. 148, no. 6-7. P. 338–340.
29. Sprangle P., Esarey E., Ting A. Nonlinear theory of intense laser-plasma interactions // *Phys. Rev. Lett.* 1990. Vol. 64, no. 17. P. 2011.
30. Sprangle P., Esarey E., Ting A. Nonlinear theory of intense laser-plasma interactions // *Phys. Rev. Lett.* 1990. Vol. 64, no. 17. P. 2011.
31. Steinhauer L. C., Ahlstrom H. G. Propagation of coherent radiation in a cylindrical plasma column // *Phys. Fluids.* 1971. Vol. 14, no. 6. P. 1109–1114.
32. Sun G.-Z., Ott E., Lee Y., Guzdar P. Self-focusing of short intense pulses in plasmas // *Phys. Fluids.* 1987. Vol. 30, no. 2. P. 526–532.
33. Андреев Н. Е., Горбунов Л. М., Кирсанов В. И. и др. Резонансное возбуждение кильватерных волн лазерным импульсом в плазме // *Письма в ЖЭТФ.* 1992. Т. 55, № 10. С. 551–555.
34. Antonsen Jr T., Mora P. Self-focusing and Raman scattering of laser pulses in tenuous plasmas // *Phys. Rev. Lett.* 1992. Vol. 69, no. 15. P. 2204.

35. Litvak A. Finite-amplitude wave beams in a magnetoactive plasma // Sov. Phys. JETP. 1970. Vol. 30, no. 344. P. 166.
36. Max C. E., Arons J., Langdon A. B. Self-modulation and self-focusing of electromagnetic waves in plasmas // Phys. Rev. Lett. 1974. Vol. 33, no. 4. P. 209.
37. Sprangle P., Esarey E. Interaction of ultrahigh laser fields with beams and plasmas // Phys. Fluids B. 1992. Vol. 4, no. 7. P. 2241–2248.
38. Andreev N., Kirsanov V., Pogosova A., Gorbunov L. Laser wakefield accelerator in a plasma pipe with self-modulation of the laser pulse // Sov. Phys. JETP. 1994. Vol. 60. P. 713.
39. Esarey E., Krall J., Sprangle P. Envelope analysis of intense laser pulse self-modulation in plasmas // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 72, no. 18. P. 2887.
40. Andreev N. E., Kirsanov V. I., Gorbunov L. M. Stimulated processes and self-modulation of a short intense laser pulse in the laser wake-field accelerator // Phys. Plasmas. 1995. Vol. 2. P. 2573–2582.
41. Andreev N. E., Gorbunov L. M., Kirsanov V. I. et al. Structure of the wake field in plasma channels // Phys. Plasmas. 1997. Vol. 4, no. 4. P. 1145–1153.
42. Andreev N., Chizhonkov E., Frolov A., Gorbunov L. On laser wakefield acceleration in plasma channels // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A: Accel. Spectrom. Detect. Assoc. Equip. 1998. Vol. 410, no. 3. P. 469–476.
43. Bulanov S., Pegoraro F., Pukhov A. Two-dimensional regimes of self-focusing, wake field generation, and induced focusing of a short intense laser pulse in an underdense plasma // Phys. Rev. Lett. 1995. Vol. 74, no. 5. P. 710.
44. Sakharov A., Kirsanov V. Theory of Raman scattering for a short ultrastrong laser pulse in a rarefied plasma // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 49, no. 4. P. 3274.
45. Antonsen Jr T., Mora P. Self-focusing and Raman scattering of laser pulses in tenuous plasmas // Phys. Fluids B. 1993. Vol. 5, no. 5. P. 1440–1452.
46. Shvets G., Wurtele J. Instabilities of short-pulse laser propagation through plasma channels // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 73, no. 26. P. 3540.

47. Krall J., Ting A., Esarey E., Sprangle P. Enhanced acceleration in a self-modulated laser wake-field accelerator // *Phys. Rev. E*. 1993. Vol. 48, no. 3. P. 2157.
48. Andreev N., Gorbunov L., Kirsanov V. et al. The theory of laser self-resonant wake field excitation // *Phys. Scr.* 1994. Vol. 49, no. 1. P. 101.
49. Mora P., Antonsen Jr T. M. Electron cavitation and acceleration in the wake of an ultraintense, self-focused laser pulse // *Phys. Rev. E*. 1996. Vol. 53, no. 3. P. R2068.
50. Pukhov A., Meyer-ter Vehn J. Laser wake field acceleration: the highly non-linear broken-wave regime // *Appl. Phys. B*. 2002. Vol. 74, no. 4. P. 355–361.
51. Kostyukov I., Pukhov A., Kiselev S. Phenomenological theory of laser-plasma interaction in “bubble” regime // *Phys. Plasmas*. 2004. Vol. 11, no. 11. P. 5256–5264.
52. Gordienko S., Pukhov A. Scalings for ultrarelativistic laser plasmas and quasi-monoenergetic electrons // *Phys. Plasmas*. 2005. Vol. 12, no. 4. P. 043109.
53. Pukhov A., Jansen O., Tueckmantel T. et al. Field-reversed bubble in deep plasma channels for high-quality electron acceleration // *Phys. Rev. Lett.* 2014. Vol. 113, no. 24. P. 245003.
54. Schroeder C. B., Esarey E., Benedetti C., Leemans W. Control of focusing forces and emittances in plasma-based accelerators using near-hollow plasma channels // *Phys. Plasmas*. 2013. Vol. 20, no. 8. P. 080701.
55. Esarey E., Sprangle P., Krall J., Ting A. Self-focusing and guiding of short laser pulses in ionizing gases and plasmas // *IEEE J. Quantum Electron.* 1997. Vol. 33, no. 11. P. 1879–1914.
56. Leemans W., Clayton C., Mori W. et al. Experiments and simulations of tunnel-ionized plasmas // *Phys. Rev. A*. 1992. Vol. 46, no. 2. P. 1091.
57. Strickland D., Mourou G. Compression of amplified chirped optical pulses // *Opt. Commun.* 1985. Vol. 55, no. 6. P. 447–449.

58. Hamster H., Sullivan A., Gordon S. et al. Subpicosecond, electromagnetic pulses from intense laser-plasma interaction // *Phys. Rev. Lett.* 1993. Vol. 71, no. 17. P. 2725.
59. Marques J., Geindre J., Amiranoff F. et al. Temporal and spatial measurements of the electron density perturbation produced in the wake of an ultrashort laser pulse // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76, no. 19. P. 3566.
60. Siders C., Le Blanc S., Fisher D. et al. Laser wakefield excitation and measurement by femtosecond longitudinal interferometry // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76, no. 19. P. 3570.
61. Durfee III C., Milchberg H. Light pipe for high intensity laser pulses // *Phys. Rev. Lett.* 1993. Vol. 71, no. 15. P. 2409.
62. Milchberg H., Clark T., Durfee III C. et al. Development and applications of a plasma waveguide for intense laser pulses // *Phys. Plasmas.* 1996. Vol. 3, no. 5. P. 2149–2155.
63. Gonsalves A., Rowlands-Rees T., Brooks B. et al. Transverse interferometry of a hydrogen-filled capillary discharge waveguide // *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 98, no. 2. P. 025002.
64. Nakamura K., Nagler B., Tóth C. et al. GeV electron beams from a centimeter-scale channel guided laser wakefield accelerator // *Phys. Plasmas.* 2007. Vol. 14, no. 5. P. 056708.
65. Geddes C., Toth C., Van Tilborg J. et al. High-quality electron beams from a laser wakefield accelerator using plasma-channel guiding // *Nature.* 2004. Vol. 431, no. 7008. P. 538–541.
66. Borisov A., Borovskiy A., Korobkin V. et al. Observation of relativistic and charge-displacement self-channeling of intense subpicosecond ultraviolet (248 nm) radiation in plasmas // *Phys. Rev. Lett.* 1992. Vol. 68, no. 15. P. 2309.
67. Krushelnick K., Ting A., Moore C. et al. Plasma channel formation and guiding during high intensity short pulse laser plasma experiments // *Phys. Rev. Lett.*

1997. Vol. 78, no. 21. P. 4047.
68. Kostyukov I., Nerush E., Pukhov A., Seredov V. A multidimensional theory for electron trapping by a plasma wake generated in the bubble regime // *New J. Phys.* 2010. Vol. 12, no. 4. P. 045009.
 69. Kostyukov I., Nerush E., Pukhov A., Seredov V. Electron self-injection in multidimensional relativistic-plasma wake fields // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 103, no. 17. P. 175003.
 70. Coverdale C., Darrow C., Decker C. et al. Propagation of intense subpicosecond laser pulses through underdense plasmas // *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 74, no. 23. P. 4659.
 71. Nakajima K., Fisher D., Kawakubo T. et al. Observation of ultrahigh gradient electron acceleration by a self-modulated intense short laser pulse // *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 74, no. 22. P. 4428.
 72. Leemans W., Rodgers D., Catravas P. et al. Gamma-neutron activation experiments using laser wakefield accelerators // *Phys. Plasmas.* 2001. Vol. 8, no. 5. P. 2510–2516.
 73. Malka V., Faure J., Marques J. et al. Characterization of electron beams produced by ultrashort (30 fs) laser pulses // *Phys. Plasmas.* 2001. Vol. 8, no. 6. P. 2605–2608.
 74. Amiranoff F., Baton S., Bernard D. et al. Observation of laser wakefield acceleration of electrons // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 81, no. 5. P. 995.
 75. Faure J., Rechatin C., Norlin A. et al. Controlled injection and acceleration of electrons in plasma wakefields by colliding laser pulses // *Nature.* 2006. Vol. 444, no. 7120. P. 737–739.
 76. McGuffey C., Thomas A., Schumaker W. et al. Ionization induced trapping in a laser wakefield accelerator // *Phys. Rev. Lett.* 2010. Vol. 104, no. 2. P. 025004.

77. Pollock B., Clayton C., Ralph J. et al. Demonstration of a narrow energy spread, 0.5 GeV electron beam from a two-stage laser wakefield accelerator // *Phys. Rev. Lett.* 2011. Vol. 107, no. 4. P. 045001.
78. Liu J., Xia C., Wang W. et al. All-optical cascaded laser wakefield accelerator using ionization-induced injection // *Phys. Rev. Lett.* 2011. Vol. 107, no. 3. P. 035001.
79. Gonsalves A., Nakamura K., Lin C. et al. Tunable laser plasma accelerator based on longitudinal density tailoring // *Nat. Phys.* 2011. Vol. 7, no. 11. P. 862–866.
80. Mangles S. P., Murphy C., Najmudin Z. et al. Monoenergetic beams of relativistic electrons from intense laser–plasma interactions // *Nature*. 2004. Vol. 431, no. 7008. P. 535–538.
81. Faure J., Glinec Y., Pukhov A. et al. A laser–plasma accelerator producing monoenergetic electron beams // *Nature*. 2004. Vol. 431, no. 7008. P. 541–544.
82. Leemans W. P., Nagler B., Gonsalves A. J. et al. GeV electron beams from a centimetre-scale accelerator // *Nat. Phys.* 2006. Vol. 2, no. 10. P. 696–699.
83. Wang X., Zgadzaj R., Fazel N. et al. Quasi-monoenergetic laser-plasma acceleration of electrons to 2 GeV // *Nat. Commun.* 2013. Vol. 4, no. 1. P. 1–9.
84. Gonsalves A., Nakamura K., Daniels J. et al. Petawatt laser guiding and electron beam acceleration to 8 GeV in a laser-heated capillary discharge waveguide // *Phys. Rev. Lett.* 2019. Vol. 122, no. 8. P. 084801.
85. Костюков И. Ю., Пухов А. М. Плазменные методы ускорения электронов: современное состояние и перспективы // *УФН*. 2015. Т. 185, № 1. С. 89–96.
86. Bochkarev S., Brantov A., Bychenkov V. Y. et al. Stochastic electron acceleration in plasma waves driven by a high-power subpicosecond laser pulse // *Plasma Phys. Rep.* 2014. Vol. 40, no. 3. P. 202–214.
87. Andreev N., Pugachev L., Povarnitsyn M., Levashov P. Electron acceleration at grazing incidence of a subpicosecond intense laser pulse onto a plane solid

- target // *Laser Part. Beams*. 2016. Vol. 34, no. 1. P. 115–122.
88. Bochkarev S., d’Humières E., Tikhonchuk V. et al. Stochastic electron heating in an interference field of several laser pulses of a picosecond duration // *Plasma Phys. Controlled Fusion*. 2019. Vol. 61, no. 2. P. 025015.
 89. Ivanov K., Vais O., Tsymbalov I. et al. Electrons accelerated by tightly focused relativistic laser pulse for single shot peak intensity diagnostics // 2018 International Conference Laser Optics (ICLO) / IEEE. 2018. P. 237–237.
 90. Pukhov A., Meyer-ter Vehn J. Relativistic laser-plasma interaction by multi-dimensional particle-in-cell simulations // *Phys. Plasmas*. 1998. Vol. 5, no. 5. P. 1880–1886.
 91. Pukhov A., Sheng Z.-M., Meyer-ter Vehn J. Particle acceleration in relativistic laser channels // *Phys. Plasmas*. 1999. Vol. 6, no. 7. P. 2847–2854.
 92. Tsymbalov I., Gorlova D., Ivanov K. et al. Efficient electron injection by hybrid parametric instability and forward direct laser acceleration in subcritical plasma // *Plasma Phys. Controlled Fusion*. 2020. Vol. 63, no. 2. P. 022001.
 93. Kiselev S., Pukhov A., Kostyukov I. X-ray generation in strongly nonlinear plasma waves // *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol. 93, no. 13. P. 135004.
 94. Kostyukov I., Kiselev S., Pukhov A. X-ray generation in an ion channel // *Phys. Plasmas*. 2003. Vol. 10, no. 12. P. 4818–4828.
 95. Shen X., Pukhov A., Günther M., Rosmej O. Bright betatron x-rays generation from picosecond laser interactions with long-scale near critical density plasmas // *Appl. Phys. Lett.* 2021. Vol. 118, no. 13. P. 134102.
 96. Ellis J., You T. Sensitivities of prospective future e⁺e⁻ colliders to decoupled new physics // *J. High Energy Phys.* 2016. Vol. 2016, no. 3. P. 1–19.
 97. Shiltsev V., Zimmermann F. Modern and future colliders // *Rev. Mod. Phys.* 2021. Vol. 93, no. 1. P. 015006.
 98. Moortgat-Pick G., Baer H., Battaglia M. et al. Physics at the e⁺e⁻ linear collider // *Eur. Phys. J. C*. 2015. Vol. 75, no. 8. P. 1–178.

99. Shang L., Wang M., Heng Z., Yang B. Search for the singlet vector-like lepton at future e^+e^- colliders // *Eur. Phys. J. C.* 2021. Vol. 81, no. 5. P. 1–12.
100. Mane S., Shatunov Y. M., Yokoya K. Spin-polarized charged particle beams in high-energy accelerators // *Rep. Prog. Phys.* 2005. Vol. 68, no. 9. P. 1997.
101. Bayer V. N. // *XLVI Corso Scuola Int. di Fizika ‘Enrico Fermi’ / Orlando, FL: Academic.* 1969. P. 4.
102. Соколов А. А., Тернов И. М. О поляризационных и спиновых эффектах в теории синхротронного излучения // *Доклады Академии наук.* 1963. Т. 153, № 5. С. 1052–1054.
103. Тернов И. Радиационная поляризация электронов и позитронов при их движении в накопительных кольцах // *Физика элементарных частиц и атомного ядра.* 1986. Т. 17, № 5. С. 884–928.
104. Байер В. Радиационная поляризация электронов в накопителях // *УФН.* 1971. Т. 105, № 11. С. 441–478.
105. Wen M., Tamburini M., Keitel C. H. Polarized laser-wakefield-accelerated kilo-ampere electron beams // *Phys. Rev. Lett.* 2019. Vol. 122, no. 21. P. 214801.
106. Huang C., Decyk V. K., Ren C. et al. QUICKPIC: A highly efficient particle-in-cell code for modeling wakefield acceleration in plasmas // *J. Comput. Phys.* 2006. Vol. 217, no. 2. P. 658–679.
107. Vieira J., Huang C.-K., Mori W., Silva L. Polarized beam conditioning in plasma based acceleration // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2011. Vol. 14, no. 7. P. 071303.
108. Cros B. Compact coupling for a two-stage accelerator // *Nature.* 2016. Vol. 530, no. 7589. P. 165–166.
109. Paradkar B., Andreev N., Cros B. et al. A comparative study of plasma channels for a 100 GeV electron accelerator using a multi-petawatt laser // *Plasma Phys. Controlled Fusion.* 2014. Vol. 56, no. 8. P. 084008.

110. Palastro J., Shaw J., Franke P. et al. Dephasingless laser wakefield acceleration // *Phys. Rev. Lett.* 2020. Vol. 124, no. 13. P. 134802.
111. Adli E., Muggli P. Proton-beam-driven plasma acceleration // *Rev. Accl. Sci. Tech.* 2016. Vol. 9. P. 85–104.
112. Bagneid A. A. Determination of e⁺e⁻ beam polarization for optimal gauge boson discovery limits // *Int. J. Mod. Phys. A.* 2015. Vol. 30, no. 14. P. 1550075.
113. Andreev N. E., Kuznetsov S. V. Laser wakefield acceleration of finite charge electron bunches // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2008. Vol. 36, no. 4. P. 1765–1772.
114. Andreev N. E., Chizhonkov E. V., Gorbunov L. M. Numerical modelling of the 3D nonlinear wakefield excited by a short laser pulse in a plasma channel // *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling.* 1998. Vol. 13, no. 1. P. 1–11.
115. Mora P., Antonsen T. M., Jr. Kinetic modeling of intense, short laser pulses propagating in tenuous plasmas // *Phys. Plasmas.* 1997. Vol. 4, no. 1. P. 217–229.
116. Andreev N. E., Nishida Y., Yugami N. Propagation of short intense laser pulses in gas-filled capillaries // *Phys. Rev. E.* 2002. Vol. 65. P. 056407.
117. Andreev N. E., Kuznetsov S. V., Pogorelsky I. V. Monoenergetic laser wakefield acceleration // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2000. Vol. 3, no. 2. P. 021301.
118. Thomas L. H. I. The kinematics of an electron with an axis // *London, Edinburgh Dublin Philos. Mag. J. Sci.* 1927. Vol. 3, no. 13. P. 1–22.
119. Bargmann V., Michel L., Telegdi V. L. Precession of the polarization of particles moving in a homogeneous electromagnetic field // *Phys. Rev. Lett.* 1959. Vol. 2. P. 435.
120. Glinec Y., Faure J., Lifschitz A. et al. Direct observation of betatron oscillations in a laser-plasma electron accelerator // *EPL (Europhysics Letters).* 2008. Vol. 81, no. 6. P. 64001.
121. Пугачёва Д. В., Андреев Н. Е. Динамика прецессии спина релятивистского электрона при лазерно-плазменном ускорении // *Квантовая электроника.*

2016. Т. 46, № 1. С. 88–93.
122. Esarey E., Shadwick B., Catravas P., Leemans W. Synchrotron radiation from electron beams in plasma-focusing channels // *Phys. Rev. E*. 2002. Vol. 65, no. 5. P. 056505.
123. Veisman M. E., Andreev N. E. Dependence of emittance on the length of an electron bunch during laser-plasma acceleration in guiding structures // *Quantum Electron*. 2020. Vol. 50, no. 4. P. 392.
124. Reiser M., O'Shea P. Theory and design of charged particle beams. Wiley Online Library, 1994. Vol. 312.
125. Andreev N. E., Kuznetsov S. V. Laser wakefield acceleration of short electron bunches // *IEEE Trans. Plasma Sci*. 2000. Vol. 28. P. 1211.
126. Пугачёва Д. В., Андреев Н. Е. Динамика характеристик электронных и позитронных пучков в лазерно-плазменном ускорителе // *Вестник ОИВТ РАН*. 2020. Т. 5. С. 13–17.
127. Andreev N. E., Kuznetsov S. V. Guided propagation of short intense laser pulses and electron acceleration // *Plasma Phys. Controlled Fusion*. 2003. Vol. 45. P. A39.
128. Andreev N. E., Gorbunov L. M., Kirsanov V. I. et al. Structure of the wake field in plasma channels // *Phys. Plasmas*. 1997. Vol. 4. P. 1145.
129. Andreev N. E., Gorbunov L. M., Ramazashvili R. R. Theory of a three-dimensional plasma wave excited by a high-intensity laser pulse in an underdense plasma // *Plasma Phys. Rep*. 1997. Vol. 23. P. 277.
130. Пугачёва Д. В., Андреев Н. Е. О лазерно-плазменном ускорении поляризованных электронов до энергий ТэВ-диапазона // *Квантовая электроника*. 2021. Т. 51, № 9. С. 826–832.
131. Michel P., Schroeder C., Shadwick B. et al. Radiative damping and electron beam dynamics in plasma-based accelerators // *Phys. Rev. E*. 2006. Vol. 74, no. 2. P. 026501.

132. Pukhov A., Gordienko S., Kiselev S., Kostyukov I. The bubble regime of laser–plasma acceleration: monoenergetic electrons and the scalability // Plasma Phys. Controlled Fusion. 2004. Vol. 46, no. 12B. P. B179.
133. Ландау Л., Лифшиц Е. Теория поля. Наука, Москва, 1988.
134. Schroeder C., Esarey E., Geddes C. et al. Physics considerations for laser-plasma linear colliders // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2010. Vol. 13, no. 10. P. 101301.
135. Pugacheva D. V., Andreev N. E., Cros B. Laser wakefield acceleration of polarized electron beams // J. Phys. Conf. Ser. Vol. 774. 2016. P. 012107.
136. Thomas J., Hützen A., Lehrach A. et al. Scaling laws for the depolarization time of relativistic particle beams in strong fields // Phys. Rev. Accel. Beams. 2020. Vol. 23, no. 6. P. 064401.