

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Объединенный
институт высоких температур Российской академии наук

На правах рукописи

Умаров Искандер Рашидович

**Моделирование и оптимизация лазерно-плазменных
источников релятивистских частиц и гамма-излучения**

Специальность 1.3.9 —
«Физика плазмы»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор
Андреев Николай Евгеньевич

Москва — 2025

Оглавление

	Стр.
Введение	4
 Глава 1. Лазерно-плазменный инжектор высокоэнергетичных электронов	 14
1.1 Введение	14
1.1.1 Плазменное ускорение заряженных частиц	14
1.1.2 Генерация электронного сгустка в лазерно-плазменной структуре	17
1.2 Теоретическое исследование процесса генерации электронного сгустка в одномерной геометрии	20
1.3 Генерация сгустка электронов в 3D-геометрии	24
1.3.1 Оценка параметров на основе одномерной модели	24
1.3.2 Моделирование процесса формирования электронного сгустка в трехмерной геометрии	27
1.4 Выводы	33
 Глава 2. Лазерно-плазменный ускоритель электронных сгустков до сверхрелятивистских энергий	 34
2.1 Введение	34
2.2 Теоретический анализ эффекта самовоздействия	36
2.2.1 Уравнения модели	36
2.2.2 Разброс по энергии в конце стадии ускорения	38
2.2.3 Продольная составляющая разброса по энергии	43
2.2.4 Поперечная составляющая разброса по энергии	46
2.2.5 Сравнение с моделированием	51
2.3 Многостадийное ускорение	52
2.3.1 Оценки для основных каскадов ускорителя	54
2.3.2 Первый каскад ускорителя электронов	54
2.3.3 Численное моделирование	56
2.3.4 Ускорение электронов в последующих секциях ускорителя	58
2.4 Выводы	60

Глава 3. Лазерно-плазменный источник рентгеновского и гамма излучений и вторичных частиц	62
3.1 Введение	62
3.1.1 Лазерно-плазменные источники рентгеновского и гамма излучения	62
3.1.2 Прямое лазерное ускорение электронов при взаимодействии лазера с плазмой	63
3.2 Анализ процесса генерации тормозного излучения в веществе . . .	64
3.2.1 Теоретическое описание и оценки	64
3.2.2 Моделирование генерации тормозного излучения от монохроматических электронных пучков	69
3.3 Лазерно-плазменный источник жесткого излучения на основе тормозного излучения DLA-электронов	83
3.3.1 Источник на основе субпикосекундного тераваттного лазерного импульса	83
3.3.2 Источник на основе фемтосекундного петаваттного лазерного импульса	90
3.3.3 Сравнение результатов	96
3.4 Оптимальная толщина конвертера источника интенсивного излучения	97
3.5 Выводы	100
Заключение	102
Список литературы	104
Список рисунков	117
Список таблиц	122
Приложение А. Методы моделирования	123
А.1 РiС-метод	123
А.2 Метод квазистатического приближения	125

Введение

Лазерно-плазменное ускорение заряженных частиц является перспективным направлением исследований. В последнее время большое количество исследовательских программ включают в себя лазерно-плазменное ускорение частиц, например международный проект EuPRAXIA [1]. Главным преимуществом лазерно-плазменных ускорителей над их классическими аналогами является величина ускоряющего электрического поля, которую можно достичь в плазменной структуре. Так, в классических ускорителях величина поля в значительной степени ограничена сверху из-за возможного пробития стенок волновода. В связи с этим поле в классических ускорителях не может превышать значений порядка $100\text{--}200\text{ МВ/м}$ [2], в то время как в плазме возможно достижения величины ускоряющего поля на несколько порядков выше. При нынешнем уровне развития области и технологий уже возможно получение электронных пучков с энергиями ГэВ и более. Например, в работе [3] было экспериментально продемонстрировано возможность ускорения электронов в поле кильватерной волны до энергий порядка 8 ГэВ на относительно небольших расстояниях порядка 10 см.

В этом контексте особое значение имеет проект XCELS [4], направленный на построение уникального лазерного комплекса, способного генерировать импульсы фемтосекундной длительности с пиковой мощностью в петаваттном диапазоне. Реализация данного проекта открывает качественно новые возможности для экспериментальных и теоретических исследований нелинейных оптических и плазменных процессов при сверхвысоких интенсивностях электромагнитного поля.

Использование таких импульсов в схемах лазерно-плазменного ускорения заряженных частиц создаёт предпосылки для генерации электронных сгустков с рекордными значениями заряда и энергии, а также для разработки компактных источников вторичного излучения, включая гамма-кванты исключительно высокой яркости и направленности. Перспективы практического применения подобных источников охватывают широкий круг задач — от фундаментальных исследований в области физики высоких полей до решения прикладных проблем радиационной диагностики, материаловедения и ядерной медицины. Таким образом, исследования, направленные на оптимизацию параметров генерации и ускорения релятивистских электронных сгустков, а также на повышение эффективно-

сти лазерно-плазменных источников гамма-излучения, представляют значительный научный и прикладной интерес.

Можно выделить несколько направлений исследований, которым посвящена данная работа: лазерно-плазменная инжекция электронов, лазерно-плазменное кильватерное ускорение электронных сгустков и генерация ускоренными лазерно-плазменными методами электронами вторичного излучения и частиц.

Процесс формирования (инжекции) электронных сгустков в лазерно-плазменных ускорителях имеет ключевое значение для получения качественно ускоренных электронных сгустков. Связано это с тем, что в значительной степени характеристики пучка ускоренных электронов на выходе из лазерно-плазменного ускорителя определяются еще на стадии их инжекции в ускоряющую кильватерную волну. Поэтому возможность контроля над процессом инжектирования электронов и управления им имеет очень большое значение для получения сгустков ускоренных электронов требуемых параметров

Теоретическое моделирование в одномерной геометрии [5—7] указывает на то, что при прохождении лазерного импульса через плазму нарастающей плотности могут формироваться исключительно короткие электронные сгустки, длительностью около 100 аттосекунд и менее. После захвата такие сгустки могут быть ускорены до энергий в сотни МэВ, сохраняя свою малую протяженность. Изменяя степень надпороговости процесса захвата, в частности за счет изменения амплитуды лазерного импульса, и форму профиля плотности можно управлять характеристиками захваченных сгустков (такими как длительность, заряд и энергетический разброс). Инжектор, работающий на данном принципе, может быть бесшовно сопряжен с последующими каскадами лазерно-плазменного ускорителя.

Эти пучки впоследствии могут быть инжектированы в секции лазерно-плазменного кильватерного ускорителя, чтобы достичь энергий в сотни ГэВ. Такие сгустки сверхрелятивистских электронов могут найти применение в исследованиях физики элементарных частиц, нацеленных, в частности, на проверку Стандартной модели и изучение свойств бозона Хиггса. Для подобных исследований столкновения лептонов предпочтительнее столкновений нуклонов из-за отсутствия у них внутренней структуры [8]. Например, эксперименты в CERN на Большом электрон-позитронном коллайдере (LEP) позволили детально изучить электрослабое взаимодействие. Аналогично, в 1979 году на электрон-позитронном

коллайдере PETRA в DESY было получено первое экспериментальное подтверждение существования глюонов [8]. При столкновении пучков с энергиями около 200 ГэВ становится возможной генерация самых тяжелых частиц Стандартной модели, а именно бозона Хиггса и t -кварка, измерение характеристик которых предоставило бы более детальное понимание Стандартной модели [9]. Разработка подобного лазерно-плазменного ускорителя позволит вплотную приблизиться к созданию лептонного коллайдера ТэВ-ного энергетического диапазона.

Взаимодействие электронных пучков, имеющих энергию порядка десятков ГэВ, с лазерным излучением мощностью в несколько ПВт способны порождать электрон-позитронные пары. Данный процесс, известный как процесс Брейта-Уилера, протекает в два этапа: на первом этапе электроны генерируют гамма-кванты, которые затем в сильном поле лазера распадаются на электрон-позитронные пары. Экспериментально данный эффект был подтвержден в SLAC, где при столкновении электронного пучка с энергией ~ 50 ГэВ и лазерного импульса с интенсивностью $1 \cdot 10^{18}$ Вт $\cdot$ см $^{-2}$ было задетектировано рождение пар [10]. Электрон-позитронные пары, полученные этим методом, обладают широким спектром потенциальных применений. Среди них — создание в лабораторных условиях электрон-позитронных облаков [11] для изучения динамики магнитосферы пульсаров и их вклада в формирование гамма-всплесков [12; 13], а также для проверки фундаментальных симметрий и исследования гравитационных эффектов [14].

Одно из ограничений плазменных ускорителей связано с собственным полем ускоряемого пучка, возникающем вследствие его движения в плазме (самовоздействие, beam-loading) [15]. Данный эффект обратного влияния ограничивает заряд, который можно ускорить, поскольку продольная компонента этого поля имеет обратный знак в сравнении с исходным ускоряющим полем кильватерной волны, что главным образом сказывается на темпе ускорения хвоста пучка. Это приводит к уменьшению энергии частиц в хвосте пучка в частности, к уменьшению энергии пучка в целом и следующему из этого увеличению разброса по энергии ускоренных частиц для больших зарядов пучка [16]. Поэтому рассмотрение этого эффекта является очень важной задачей, особенно если целью является получение ускоренных пучков с как можно меньшим разбросом по энергии.

Кроме того, лазерные источники релятивистских электронов являются эффективным инструментом генерации γ -излучения в мегаэлектронвольтном диапазоне [17—20], а также нейтронов [21; 22]. Применение коллимированных силь-

ноточных пучков релятивистских электронов позволяет достигать экстремально высоких интенсивностей подобных источников [23], что обуславливает их использование в радиографии [24; 25], ядерной физике [26], производстве радиоизотопов [27; 28] и иных областях. Ключевыми характеристиками ускоренных электронных пучков, определяющими эффективность создания указанных источников, являются энергетический спектр, угловая расходимость и полный заряд. Перспективный подход к увеличению заряда пучка до значений в несколько десятков нанокулон и выше при сохранении энергии электронов на уровне десятков–сотен МэВ основан на взаимодействии релятивистского лазерного импульса с плазмой околоритической плотности [29–38]. Критическая плотность электронов определяется как $n_{cr} = m\omega_0^2/(4\pi e^2)$, где m , e и ω_0 — масса и заряд электрона, а также частота лазерного излучения, соответственно.

Эффективным источником лазерно-плазменных электронов для этих целей являются установки, основанные на механизме прямого лазерного ускорения (Direct Laser Acceleration, DLA) [29]. Современные эксперименты по взаимодействию релятивистски интенсивных ультракоротких лазерных импульсов с протяжённой плазмой околоритической плотности демонстрируют высокую эффективность DLA-ускорения электронов [36; 37]. В отличие от кильватерного ускорения в плазменной волне [39], генерирующего квазимоноэнергетические электронные пучки с зарядом порядка десятков–сотен пикокулон и энергией до нескольких ГэВ, режим DLA-ускорения характеризуется отсутствием сверхвысоких энергий, больцмановским энергетическим распределением и мегаамперными токами. Эффективная температура ускоренных электронов может на порядок превышать пондеромоторный потенциал, а максимальная энергия достигать значений 100–200 МэВ при полном заряде пучка в сотни нанокулон для частиц с энергией выше 7 МэВ [36–38].

При характерных для режима DLA параметрах лазерного импульса и плазмы мощность лазерного импульса на два-три порядка превышает критическую мощность релятивистской самофокусировки $P_{cr} = 16,2n_{cr}/n_e$ ГВт, что приводит к развитию самофокусировки импульса уже на начальной стадии взаимодействия с плазмой. Это обуславливает рост интенсивности излучения и поперечное вытеснение электронов, что способствует формированию ионного канала с пониженной электронной плотностью. В результате возникает радиальное электростатическое поле, тогда как ток ускоренных электронов индуцирует азимутальное магнитное поле [29; 32–36]. Электроны захватываются в плазменном канале и испытывают

бетатронные колебания в комбинированных квазистатических полях. При движении вдоль канала бетатронные колебания электронов могут входить в резонанс с доплеровски-смещённой лазерной частотой, обеспечивая эффективную передачу энергии от поля лазерного импульса ускоряемым электронам [29; 32—38].

DLA-ускоренные электронные сгустки можно направить на металлическую мишень-конвертер для преобразования энергии ускоренных электронов в энергию жесткого рентгеновского и гамма излучений. Основным механизмом потери энергии высокоэнергетическими электронами в материале является их тормозное излучение. Результаты экспериментов показывают, что коэффициент конверсии энергии лазерного импульса в гамма-кванты с энергией свыше 10 МэВ может достигать значений порядка нескольких процентов [22].

Целью данной работы является определение, анализ параметров и оптимизация лазерно-плазменных источников заряженных частиц – а именно:

1. Определение параметров лазерно-плазменного инжектора сгустков электронов на основе взаимодействия сверхинтенсивных фемтосекундных лазерных импульсов с плазмой на восходящем профиле её докритической концентрации для получения квазимоноэнергетических релятивистских сгустков аттосекундной длительности.
2. Определение параметров лазерно-плазменного кильватерного ускорения электронов до ультрарелятивистских значений энергии (десятки-сотни ГэВ) при взаимодействии интенсивных лазерных импульсов с плазмой малой концентрации ($\sim 1 \cdot 10^{16} - 1 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$) с сохранением низких значений величин относительного разброса по энергии (порядка 1 %).
3. Оптимизация процесса конверсии энергии ультрарелятивистских электронов в рентгеновское и гамма-излучение на основе генерации тормозного излучения при прохождении ускоренных электронов через металлические мишени-конвертеры для увеличения количества генерируемых гамма-квантов и уменьшения размера источника излучения для целей диагностики материалов и вещества в экстремальных состояниях.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Исследовать в трехмерной геометрии с помощью численного моделирования методом частиц в ячейках (Particle-in-Cell, PiC) взаимодействие сверхинтенсивного лазерного импульса с восходящим профилем плазмы

докритической концентрации, приводящее к генерации и последующему захвату электронов в ускоряющую фазу кильватерной волны.

2. Разработать аналитическую модель, описывающую динамику разброса по энергии электронного сгустка при его кильватерном ускорении с учетом эффекта самовоздействия (beam-loading). Определить соотношение параметров ускорения, обеспечивающих минимальный разброс по энергии в конце стадии ускорения. Сравнить предсказания данной теории с результатами численного квазистатического PiC-моделирования. Исследовать процесс лазерно-плазменного кильватерного ускорения электронного сгустка с помощью численного моделирования.
3. Определить факторы, влияющие на количество генерируемых тормозных гамма-квантов при взаимодействии релятивистских электронов с твердотельной мишенью с помощью теории. Исследовать процесс генерации тормозного излучения ускоренными электронами при прохождении вещества провести с помощью численного моделирования методами Монте-Карло.

Научная новизна:

1. Впервые проведено полноразмерное трёхмерное численное моделирование методом Particle-in-Cell (PiC) процесса формирования аттосекундных электронных сгустков посредством опрокидывания кильватерной волны на восходящем градиенте плотности плазмы.
2. Теоретически исследована в трехмерной геометрии динамика энергетического разброса электронного сгустка при его кильватерном ускорении с учётом эффекта самовоздействия (beam-loading). На основе анализа траекторий электронов получены аналитические выражения, описывающие эволюцию энергетического разброса в ускоряющем поле плазменной волны.
3. Определены оптимальные соотношения параметров ускорения, обеспечивающие минимальный разброс по энергии, и установлены предельные значения этого разброса для различных продольных профилей электронных сгустков и структур кильватерного поля. Установлено, что в одномерной геометрии оптимальная форма трапецевидного профиля сгустка приводит к полному исчезновению энергетического разброса.
4. Впервые проведено оптимизационное численное исследование лазерного источника жёсткого гамма-излучения, основанного на взаимодей-

ствии релятивистских электронов, ускоренных в режиме прямого лазерного ускорения (DLA), с твёрдотельными мишенями-конвертерами.

5. Установлены оптимальные параметры материала и толщины конвертера, обеспечивающие максимальный выход гамма-квантов и повышение яркости источника в широком диапазоне параметров лазерных установок.

Практическая значимость

1. Полученные результаты по формированию аттосекундных квазимоноэнергетических электронных сгустков могут быть использованы для разработки компактных лазерно-плазменных инжекторов и источников излучения для высокоточной временной диагностики ультрабыстрых процессов.
2. Параметры многокаскадных лазерно-плазменных ускорителей, определённые в ходе исследования, могут служить основой для проектирования экспериментальных установок на базе петаваттных лазеров типа XCELS и для использования в качестве компонентов лазерно-плазменных коллайдеров нового поколения.
3. Оптимизированные параметры гамма-источников, построенных на взаимодействии ускоренных DLA-электронов с мишенями-конвертерами, могут быть использованы для создания компактных и высокоэффективных лазерных источников жёсткого рентгеновского и гамма-излучения, применяемых в радиационной диагностике, материаловедении и ядерной медицине.

Методология и методы исследования. Анализ, основанный на теоретических моделях. Моделирование процессов различными методами: PiC-методом и методами Монте-Карло.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Продемонстрирована возможность формирования в трехмерной геометрии субфемтосекундных ультрарелятивистских электронных сгустков механизмом опрокидывания кильватерной волны на восходящем градиенте электронной концентрации при взаимодействии фемтосекундного лазерного импульса ультрарелятивистской интенсивности с неоднородной докритической плазмой.
2. Построена теоретическая модель динамики энергетического разброса электронного сгустка при его кильватерном ускорении в трёхмерной геометрии с учётом эффекта самовоздействия (beam-loading), позволяю-

щая определить оптимальные соотношения параметров для минимизации разброса в конце ускорительной стадии.

3. Определены параметры многокаскадного кильватерного ускорения электронных сгустков для петаваттного фемтосекундного лазерного импульса, обеспечивающие ускорение сгустка с зарядом 70 пКл до энергий нескольких десятков ГэВ при низком значении разброса по энергии — на уровне 1 %.
4. Установлено, что для лазерных источников жёсткого гамма-излучения, основанных на взаимодействии DLA-электронов с твердотельными мишенями-конвертерами, оптимальная толщина конвертера, близкая к одной радиационной длине, обеспечивает максимальный поток гамма-квантов при параметрах лазерных импульсов фемто– и пикосекундных длительностей и энергиях от нескольких десятков до сотен джоулей. Выбор материала с большей плотностью и зарядом ядра повышает яркость источника.
5. Показано, что вышеупомянутые источники характеризуются высоким коэффициентом преобразования энергии лазерного импульса в энергию излучаемых гамма-квантов, достигающим около 5 % для квантов с энергией выше 1 МэВ при параметрах петаваттного фемтосекундного лазерного излучения.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием надёжных физических моделей и применением теоретических методов, имеющих строгое математическое обоснование. При моделировании использовались проверенные численные методы и их реализации, находящиеся в открытом и свободном доступе и используемые многими специалистами данной области исследования. Результаты аналитических оценок сопоставлялись с данными, полученными при моделировании.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на 13 международных и российских конференциях:

1. *Umarov I.R., Andreev N.E., Beam loading effect in laser wakefield acceleration of a finite charge electron beam — XXXVII International Conference on Equations of State for Matter, March 1–6 2022, Elbrus Kabardino-Balkaria, Russia*
2. *Умаров И.Р., Андреев Н.Е., Жуковский, Россия, – Влияние собственного заряда электронного сгустка на процессы лазерно-плазменного ускоре-*

- ния в кильватерных полях — 64-я Всероссийская научная конференция МФТИ, 29 ноября–3 декабря, 2021, Долгопрудный
3. *Umarov I., Andreev N.*, Charge optimization of electron beam in laser wakefield acceleration taking into account beam loading effect, VI International Conference on Ultrafast Optical Science, October 03–07, 2022, Moscow, Russia
 4. *Umarov I.R., Andreev N.E.*, Investigation of beam-loading effect in laser wakefield acceleration — XXXVIII Fortov International Conference on Interactions of Intense Energy Fluxes with Matter (ELBRUS 2023), March 1–6, 2023, Elbrus, Kabardino-Balkaria, Russia.
 5. *Andreev N.E., Umarov I.R., Popov V.S.*, Intense laser sources of gamma radiation and neutrons based on high-current beams of super-ponderomotive electrons — XXXVIII Fortov International Conference on Interactions of Intense Energy Fluxes with Matter (ELBRUS 2023), March 1–6, 2023, Elbrus, Kabardino-Balkaria, Russia.
 6. *Umarov I.R., Andreev N.E.*, Charge optimization of electron beam in laser wakefield acceleration taking into account beam loading effect — I International Conference on Plasma Physics and Controlled Fusion, 20–24 March, 2023, Zvenigorod, Moscow reg.
 7. *Умаров И.Р., Андреев Н.Е.* Исследование влияния эффекта самовоздействия на процесс лазерно-плазменного ускорения сгустка заряженных частиц — 65-я Всероссийская научная конференция МФТИ, 3–8 апреля, 2023, Долгопрудный, Московская обл., Россия.
 8. *Umarov I. R., Andreev N. E.*, Laser source of gamma radiation and neutron beams based on DLA-accelerated electron bunches — VII International Conference on Ultrafast Optical Science, 02–04 October, 2023, Moscow, Russia.
 9. *Умаров И.Р.*, Оптимизация лазерных источников гамма-излучения на основе сгустков электронов, ускоренных методом прямого лазерного ускорения. II школа для молодых ученых «Источники синхротронного излучения и нейтронов на принципах лазерного ускорения заряженных частиц», 30–31 октября 2023 г., Нижний Новгород, Россия.
 10. *Умаров И.Р.*, Исследование влияния эффекта самовоздействия при лазерно-плазменном кильватерном ускорении электронного сгустка —

XXI научная школа «Нелинейные Волны — 2024», 3–10 ноября 2024 г., Нижний Новгород, Россия

11. *Umarov I.R., Andreev N.E.*, Investigation of beam-loading effect in laser-wakefield acceleration of electron bunch and its influence on electron bunch energy spread — 21th International Workshop “Complex Systems of Charged Particles and Their Interactions with Electromagnetic Radiation”, April 7–11 2025, Moscow, Russia
12. *Umarov I.R.*, Investigation of energy spread in laser-wakefield acceleration of electron bunch in non-linear regime — XL Fortov International Conference on Interaction of Intense Energy Fluxes with Matter, March 1–6, 2025, Elbrus, Kabardino-Balkaria
13. *Умаров И.Р., Андреев Н.Е.*, Исследование влияния эффекта самовоздействия при лазерно-плазменном ускорении сгустка электронов на разброс по энергии ускоряемого сгустка — 67-я Всероссийская научная конференция МФТИ, Долгопрудный, Россия, 31 марта–5 апреля 2025

Личный вклад. Основные положения, выносимые на защиту, отражают личный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами. В частности, все моделирования и их анализ в приведённых работах были выполнены автором данной диссертации. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 6 печатных изданиях, 5 — в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и 1 приложения. Полный объём диссертации составляет 128 страниц, включая 42 рисунка и 5 таблиц. Список литературы содержит 118 наименований.

Глава 1. Лазерно-плазменный инжектор высокоэнергетичных электронов

1.1 Введение

1.1.1 Плазменное ускорение заряженных частиц

В настоящее время плазменные ускорители представляют значительный интерес благодаря способности обеспечивать ускоряющие градиенты, превышающие аналогичные параметры традиционных линейных ускорителей на несколько порядков. Для последних характерно ограничение величины ускоряющего поля примерно ~ 100 МВ/м вследствие пробоя, возникающего на стенках волноводных структур. В отличие от этого, ионизированная плазма способна поддерживать электронные плазменные волны с электрическими полями порядка $E_0 = cm_e \omega_p / e$, где

$$E_0(\text{В/м}) \approx 96 \sqrt{n_0(\text{см}^{-3})}, \quad (1.1)$$

здесь $\omega_p = (4\pi n_0 e^2 / m_e)^{1/2}$ — электронная плазменная частота, n_0 — равновесная плотность электронов в плазме, m_e и e — масса покоя и заряд электрона соответственно, а c — скорость света в вакууме. Эта величина определяется как холодное нерелятивистское предельное поле волны (cold nonrelativistic wave breaking field) [40]. Например, для плазмы с плотностью $n_0 = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ поле E_0 составляет примерно 96 ГВ/м, что на три порядка превышает градиенты в обычных линейных ускорителях. Ускоряющие поля порядка 100 ГВ/м были экспериментально достигнуты в плазменных ускорителях [41; 42].

Помимо чрезвычайно высоких ускоряющих градиентов, плазменные ускорители обладают способностью формировать ультракороткие электронные сгустки. Длина ускоряющей волны в плазменном ускорителе близка к плазменной длине волны $\lambda_p = 2\pi c / \omega_p = 2\pi / k_p$, которая выражается как

$$\lambda_p(\text{мкм}) \approx 3.3 \times 10^{10} / \sqrt{n_0(\text{см}^{-3})}, \quad (1.2)$$

так что, например, при $n_0 = 1 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ получаем $\lambda_p = 33$ мкм. Высококачественный электронный сгусток, созданный плазменным ускорителем, будет иметь длительность $\tau_b < \lambda_p / c$, то есть $\tau_b < 100$ фс при $n_0 = 10^{18} \text{ см}^{-3}$. Измерения когерент-

ного переходного излучения, испускаемого сгустками, ускоренными в лазерно-плазменных установках (ЛПУ, Laser-Plasma Acceleration, LPA), показывают длительности < 50 фс [43; 44]. Так как ЛПУ в своей основе используют фемтосекундные лазерные импульсы для возбуждения волны, они естественным образом формируют фемтосекундные электронные пучки.

При рассмотрении интенсивных лазерно-плазменных взаимодействий ключевым параметром является параметр интенсивности лазера a_0 , определяемый как амплитуда нормированного векторного потенциала $a = eA/m_e c^2$. Он связан с пиковой интенсивностью лазерного поля I_0 и мощностью $P = \pi r_0^2 I_0/2$ соотношением $I_0 = (\pi c/2)(m_e c^2 a_0/e\lambda)^2$, что приводит к выражению

$$a_0^2 \approx 7,3 \cdot 10^{-19} [\lambda(\text{мкм})]^2 I_0(\text{Вт/см}^2), \quad (1.3)$$

а также $P(\text{ГВт}) = 21,5(a_0 r_0/\lambda)^2$. Здесь предполагается линейная поляризация лазерного поля с гауссовым радиальным профилем, например, $a = a_0 \exp(-r^2/r_0^2) \cos(kz - \omega t)\hat{e}$, где r_0 — радиус лазерного пятна, $\lambda = 2\pi/k$ — длина волны, а $\omega = ck$ — частота излучения в вакууме. Пиковое значение электрического поля лазера выражается как $E_0 = m_e c \omega a_0/e$, то есть $E_0(\text{ТВ/м}) = 3,21 a_0/\lambda(\text{мкм})$. Физически $a = p_\perp/m_e c$ представляет собой нормированный поперечный импульс электрона в лазерном поле, что следует из сохранения поперечного канонического импульса в пределе широкого лазерного импульса ($r_0 \gg \lambda$). При $a_0 \approx 1$ поперечное движение электронов становится релятивистским, и взаимодействие лазера с плазмой приобретает нелинейный характер. Для $\lambda = 1\text{мкм}$ условие $a_0 \approx 1$ соответствует интенсивности порядка $I \approx 10^{18}$ Вт/см², достижимой с помощью современных компактных твердотельных лазеров, использующих технологию усиления чирпированных импульсов (Chirp Pulse Amplification, CPA).

В лазерно-плазменных ускорителях возбуждение кильватерных полей происходит за счёт пондеромоторной силы, которая описывает дрейфовое движение заряженной частицы в осциллирующем электромагнитном поле с неоднородной амплитудой:

$$\mathbf{F}_p = -m_e c^2 \nabla(a^2/2). \quad (1.4)$$

Пондеромоторную силу можно также интерпретировать как радиационное давление, то есть градиент плотности электромагнитной энергии.

В трёхмерном линейном режиме ($a \ll 1$) образование кильватерного поля можно описать уравнениями холодной плазменной жидкости — уравнением Пуассона, уравнением непрерывности и уравнением импульса. Здесь и далее удобно использовать нормированные потенциалы: электростатический $\varphi = e\Phi/m_e c^2$ и векторный $a = eA/m_e c^2$. Для изначально однородной плазмы возмущение плотности и потенциала описывается соотношениями [45]:

$$(\partial^2/\partial t^2 + \omega_p^2)\delta n/n_0 = c^2 \nabla^2 a^2/2, \quad (1.5)$$

$$(\partial^2/\partial t^2 + \omega_p^2)\varphi = \omega_p^2 a^2/2, \quad (1.6)$$

где $\delta n/n_0 = (n - n_0)/n_0$ — относительное возмущение плотности, связанное с электростатическим кильватерным полем φ в пределе $a^2 \ll 1$. Решения для слабых возмущений ($\delta n/n_0 \ll 1$) и соответствующего электрического поля имеют вид:

$$\delta n/n_0 = (c^2/\omega_p) \int_0^t dt' \sin[\omega_p(t - t')] \nabla^2 a^2(\mathbf{r}, t')/2, \quad (1.7)$$

$$\mathbf{E}/E_0 = -c \int_0^t dt' \sin[\omega_p(t - t')] \nabla a^2(\mathbf{r}, t')/2, \quad (1.8)$$

что справедливо для $E \ll E_0$, где $E_0 = m_e c \omega_p / e$ — холодное нерелятивистское предельное поле волны [см. ур. (1.1)]. Из уравнений (1.7) и (1.8) следует, что возбуждение кильватерных полей наиболее эффективно, когда характерная продольная длина огибающей лазерного импульса, определяющая осевой градиент a^2 , сравнима с плазменной длиной волны $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$. Радиальный масштаб кильватерного поля, в свою очередь, соответствует размеру лазерного пятна r_L .

Наряду с осевым кильватерным полем E_z , формируются также поперечные компоненты E_r и B_θ . В линейном пределе ($a^2 \ll 1$) они соотносятся как $E_z \sim E_r \sim a^2$ и $B_\theta \sim a^4$. Взаимосвязь между продольным и поперечным полями определяется теоремой Панофского–Венцеля [46; 47]:

$$\partial E_z / \partial r = \partial (E_r - B_\theta) / \partial (z - ct). \quad (1.9)$$

Релятивистский электрон, движущийся со скоростью $v_z = c$ в кильватерной волне с фазовой скоростью $v_{ph} = c$, испытывает радиальную силу, пропорциональную $E_r - B_\theta$. Если осевое поле имеет вид

$$E_z \sim \exp(-2r^2/r_s^2) \cos[k_p(z - ct)], \quad (1.10)$$

то выражение для радиальной компоненты принимает вид $E_r - B_\theta \sim (4r/k_p r_0^2) \exp(-2r^2/r_0^2) \sin[k_p(z - ct)]$, из чего следует, что вдоль оси ($r = 0$) радиальная сила обращается в нуль. В линейном режиме ($a^2 \ll 1$) существует фазовая область кильватерной волны шириной $k_p |\Delta(z - ct)| = \pi/4$, в которой релятивистский электрон одновременно испытывает ускоряющее осевое и фокусирующее поперечное воздействие.

1.1.2 Генерация электронного сгустка в лазерно-плазменной структуре

Для использования возникающих квазистатических полей лазерно-плазменной структуры с целью ускорения заряженных частиц необходимо поместить ускоряемый сгусток в ускоряющую фазу кильватерной волны. Это требует его предварительного формирования и последующей инжекции. В качестве источника сгустка могут применяться классические линейные ускорители, в которых сначала формируется пучок заряженных частиц, а затем он вводится в нужную фазу кильватерной волны посредством точной временной синхронизации с возбуждающим её лазерным импульсом.

Альтернативно возможно использование внутренних механизмов инжекции, при которых часть фоновых электронов плазмы самопроизвольно захватывается в ускоряющую фазу кильватерной волны под действием внешних факторов

Существует несколько механизмов захвата фоновых электронов плазмы, позволяющих регулировать параметры формирующегося электронного сгустка — его заряд, длину и энергетические характеристики — путём изменения условий взаимодействия лазерного импульса с плазмой.

Один из таких механизмов основан на эффекте опрокидывания кильватерной волны. В однородной плазме это происходит, когда энергия колеблющихся электронов превышает фазовую скорость кильватерной волны, $v_e > \gamma_{ph}$, что происходит при импульсах $a \sim p_e \approx \gamma_{ph} m c$. Например, в работе [42] экспериментально продемонстрирована генерация электронного сгустка при воздействии лазерного импульса длительностью 30 фс и мощностью 30 ТВт. При прохождении импульса через плазму с фоновой концентрацией электронов порядка $2 \cdot 10^{19} - 6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ происходило его продольное сжатие из-за различий в групповой скорости передней и задней частей. Это приводило к росту амплитуды киль-

ватерной волны и её последующему опрокидыванию, в результате чего электроны захватывались в ускоряющую фазу и эффективно ускорялись. В эксперименте были достигнуты энергии электронов до 217 МэВ с максвелловским спектром и общим зарядом порядка 5 нКл. Результаты были подтверждены численным моделированием, показавшим длину сгустка менее 10 мкм и заряд «высокоэнергетичной» части (с энергией $E_e > 1,25$ МэВ) порядка 0,6 пКл.

Захват электронов также возможен за счёт продольной неоднородности плазмы. В работах [48; 49] на основе моделирования показана возможность генерации электронных сгустков при прохождении лазерного импульса через плазму с переменной концентрацией. В эксперименте [50], где использовалась газовая струя гелия с экспоненциальным профилем плотности, а лазерный импульс имел длительность $\tau_{\text{FWHM}} = 8$ фс, были получены сгустки с зарядами от 1 пКл до 10 пКл. Моделирование показало, что длительность этих сгустков составляла порядка 1 фс.

В работе [51] была экспериментально продемонстрирована генерация сгустков при прохождении лазерного импульса через резкий нисходящий градиент плотности плазмы. Лазерный импульс длительностью 28 фс, энергией около 1 Дж и полным размером фокального на половине интенсивности (FWHM) 13,5 мкм взаимодействовал с гелиевой струей с резкой границей плотности. Результирующие сгустки обладали энергией порядка 200 МэВ, энергетическим разбросом $\Delta E \approx 5\text{--}6$ МэВ и зарядами от 1 пКл до 100 пКл в зависимости от параметров установки.

Возможность захвата и ускорения фоновых электронов плазмы в однородной плазме также была продемонстрирована на основе теоретического анализа и моделирования в работе [52], но уже за счет эволюции лазерно-плазменной структуры в радиальном направлении.

Другой метод основан на ионизации внутренних электронных оболочек атомов тяжёлых элементов. В работе [53] впервые было показано, что при использовании газовых смесей гелия с более тяжёлыми элементами (N_2 , Ne, Ar, Kr, Xe) можно существенно увеличить заряд и улучшить качество электронных сгустков по сравнению с использованием чистого гелия.

Метод двухцветной инжекции, рассмотренный в работе [54], также использует ионизацию. Здесь первый длинноволновый лазерный импульс ($\lambda_1 = 5$ мкм) частично ионизует газ (Kr) до состояния Kr^{+8} и возбуждает кильватерную волну. Второй, коротковолновый импульс ($\lambda_2 = 0,4$ мкм) доводит ионизацию до

Kr^{+9} . При соответствующей синхронизации между импульсами освобождаются электроны, которые захватываются в кильватерную волну. По результатам PiC-моделирования, таким способом возможно формирование сгустков с крайне низким нормированным эмиттансом — порядка $0,06 \text{ мм} \cdot \text{мрад}$.

Ещё один подход основан на столкновении двух лазерных импульсов [55]. В данной схеме используются два контрпропагирующих ультракоротких импульса с одинаковыми длинами волн и поляризациями. Первый (амплитуда a_0) возбуждает кильватерную волну, а второй (инжекционный, $a_1 < a_0$) создаёт стоячую волну с характерным масштабом $\sim \lambda_0$, за счёт чего возникает интенсивная ponderomotorная сила. Благодаря нулевой фазовой скорости и высокой амплитуде, эта сила способна предварительно ускорять фоновые электроны, облегчая их последующий захват. В эксперименте [56] таким методом были получены коллимированные (дивергенция 5 мрад) и моноэнергетические (с разбросом $\Delta E/E < 10\%$) пучки с регулируемой энергией от 15 до 250 МэВ и длительностью менее 10 фс.

В данной главе основное внимание уделяется инжекции электронов на восходящем градиенте плотности плазмы. Теоретические исследования в одномерной постановке [5; 7; 57] демонстрируют возможность формирования субфемтосекундных электронных сгустков при прохождении лазерного импульса через разреженную плазму с возрастающим профилем плотности. Этот процесс носит пороговый характер и реализуется при условии, когда энергия продольных осцилляций фоновых электронов, индуцированных лазером, превышает пороговое значение, определяемое фазовой скоростью кильватерной волны. В результате формирующиеся электроны уже на начальном этапе обладают скоростями, близкими к фазовой скорости волны, что обеспечивает их эффективный захват и последующее ускорение без увеличения длины сгустка. Характеристики получаемых сгустков — длительность, заряд, энергетический разброс — определяются степенью превышения порога и формой профиля плотности переходной зоны между плазмой и вакуумом, что открывает возможность для управления параметрами ускоряемого пучка.

1.2 Теоретическое исследование процесса генерации электронного сгустка в одномерной геометрии

В дальнейшем изложении используются результаты теоретического анализа процессов генерации электронных сгустков на градиенте плотности плазмы, выполненного в работах [5; 6; 58]. В указанных исследованиях рассматривалось движение плазменных электронов под действием циркулярно-поляризованного лазерного импульса, падающего нормально на границу плазмы вдоль оси z , в рамках одномерной геометрии. В этом приближении система уравнений движения имеет вид:

$$\frac{dz}{dt} = u = \frac{p/m}{\sqrt{1 + \frac{p^2}{m^2 c^2} + \left(\frac{eA}{mc^2}\right)^2}}, \quad (1.11)$$

$$\frac{dp}{dt} = |e| \frac{\partial \Phi}{\partial z} - mc^2 \frac{\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{eA}{mc^2}\right)^2}{2\sqrt{1 + \frac{p^2}{m^2 c^2} + \left(\frac{eA}{mc^2}\right)^2}}, \quad (1.12)$$

где p и u — это импульс и скорость электрона, $A(z, t)$ является амплитудой огибающей векторного потенциала лазерного импульса и $\Phi(z, t)$ — скалярный потенциал поля разделения зарядов. Циркулярная поляризация лазерного излучения была выбрана из тех соображений, что она позволяет избежать усреднения по частоте, которое не может быть выполнено строго в рамках релятивистских уравнений.

После прохождения лазерного импульса каждый электрон подчиняется интегралу энергии

$$\gamma(z, P) mc^2 + U(z - z_0) = E_{os}, \quad (1.13)$$

где $\gamma = \sqrt{1 + (P/mc)^2}$ — лоренцев фактор, $P = \gamma mv$ — продольный импульс, а потенциальная энергия в электростатическом поле плазмы задаётся как

$$U(z - z_0) = 2\pi e^2 n_0 (z - z_0)^2. \quad (1.14)$$

Здесь n_0 — равновесная концентрация фоновых электронов плазмы.

Из (1.13)–(1.14) следует выражение для амплитуды колебаний:

$$A_m = \sqrt{\frac{E_{os} - mc^2}{2\pi e^2 n_0}}. \quad (1.15)$$

Из анализа интеграла движения (1.13) следует, что первое пересечение происходит в тот момент, когда скорость электрона сравнивается со скоростью фазы

кильватерной волны V_{ph} . Это приводит к пороговому условию для энергии осциллятора:

$$E_{\text{os,th}} = \gamma_{\text{ph}} mc^2, \quad (1.16)$$

где $\gamma_{\text{ph}} = (1 - V_{\text{ph}}^2/c^2)^{-1/2}$.

Выполнение этого условия также приводит к пересечению траекторий электронов, что выражается обращением в ноль производной

$$\frac{\partial z(z_0, t)}{\partial z_0} = 0. \quad (1.17)$$

Это пересечение траекторий приводит к опрокидыванию кильватерной волны и захвату этих электронов ускоряющим полем кильватерной волны (см. рис. 1.1). Следовательно, опрокидывание кильватерной волны и генерация электронных сгустков представляют собой тесно связанные процессы.

Если $E_{\text{os}} < E_{\text{os,th}}$, траектории не пересекаются и инжекция электронов отсутствует; при $E_{\text{os}} \geq E_{\text{os,th}}$ возникает плотный слой электронов, захватываемый волной [5].

Электрон, для которого $z_0 = A_m$, является электроном-лидером — именно он первым захватывается кильватерной волной.

Существенной характеристикой рассматриваемого механизма генерации сгустков является его способность к авторегулированию: процесс прекращается, как только заряд сгустка становится достаточным для полной компенсации кильватерного поля лазерного импульса на тыльной стороне сгустка.

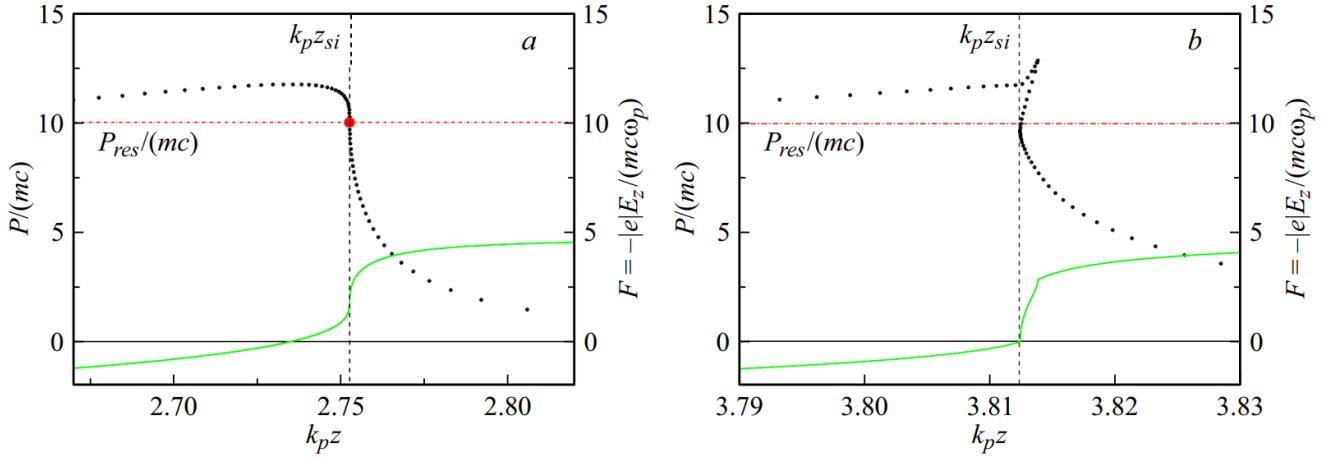
Толщина слоя захваченных волной электронов оценивается как

$$\Delta z_{\text{tr}} \simeq f(E_{\text{os}}, n_0, V_{\text{ph}}), \quad (1.18)$$

где функция f выводится аналитически из (1.17) и выражена в работах [5; 58]. Типичные значения Δz_{tr} существенно меньше длины кильватерной волны, что обеспечивает субфемтосекундную длительность результирующего сгустка.

Одним из результатов теоретического анализа, проведенного в работах [5; 58], является формула, позволяющая оценить плотность заряда на единицу поперечного сечения сгустка в зависимости от фазовой скорости кильватерной волны, выраженной здесь через гамма-фактор γ_{ph} , и энергии осцилляций электронов E_{os} , индуцированных лазерным импульсом:

$$\sigma_{\text{tr}} \sim -|e|n_0 k_p^{-1} \sqrt{2(E_{\text{os}}/(mc^2) - \gamma_{\text{ph}})}. \quad (1.19)$$



Черными точками изображено положение электронов в фазовом пространстве, красной штрихованной линией изображено предельное значение импульса электронов, соответствующее V_{ph} , при котором происходит их захват кильватерной волной (левая шкала). Зеленой сплошной линией изображена зависимость продольной ускоряющей силы кильватерной волны (правая шкала).

Рисунок 1.1 — Иллюстрация процесса перемешивания траекторий электронов, опрокидывания кильватерной волны и захвата этих электронов кильватерной волной при прохождении лазерным импульсом вакуум-плазменной границы (из [57]).

Из формулы следует, что заряд сгустка определяется степенью превышения этого порога (надпороговостью), что открывает возможность управления зарядом сгустка путем изменения мощности лазерного излучения.

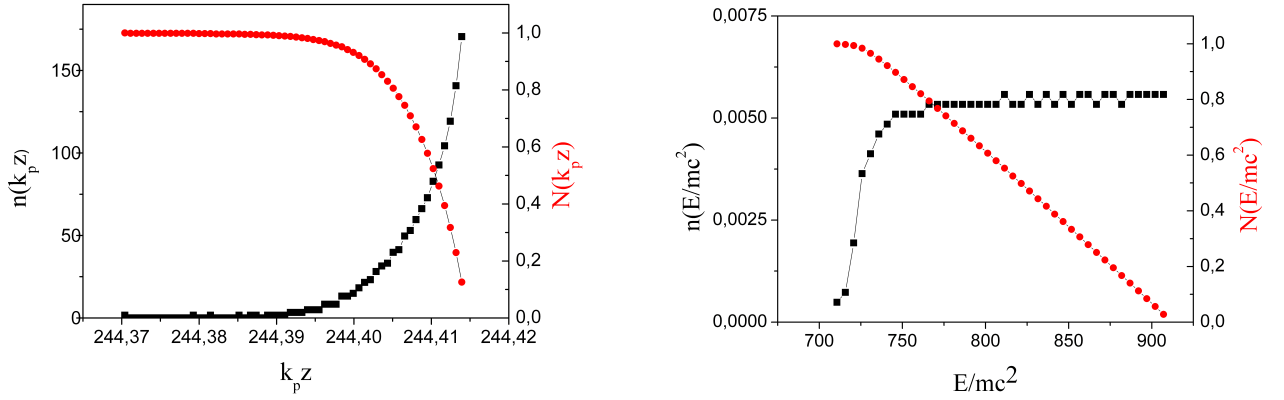
Для неоднородной докритической плазмы с линейным переходным слоем шириной L_{char} пороговое условие (1.16) сохраняется, однако положение и момент возникновения пересечения (1.17) смещаются, что ведёт к изменению толщины захваченного слоя:

$$\Delta z_{tr} \rightarrow \Delta z_{tr} + \delta z_{tr}(L_{char}), \quad (1.20)$$

где добавочный член δz_{tr} аналитически выражен в [6]. При умеренных значениях L_{char} генерация субфемтосекундных сгустков сохраняется, тогда как при больших L_{char} кинематический эффект ослабевает.

В качестве иллюстрации, рисунки 1.2а и 1.2б демонстрирую распределение электронов по продольной координате и по энергиям, полученные в результате моделирования. Моделирование было выполнено для лазерного импульса с огибающей векторного потенциала задаваемой функцией:

$$a = a_0 \cos((t - t_0)/\tau_L)^2 \Theta(\pi\tau_L/2 - |t - t_0|). \quad (1.21)$$



а) Зависимость электронной концентрации сформированного сгустка от продольной координаты (черная кривая, левая шкала). Интегральная функция концентрации электронного сгустка (красная кривая, правая шкала).

б) Энергетический спектр электронов сформированного сгустка (черная кривая, левая шкала). Интегральная функция энергетического распределения сгустка (красная кривая, правая шкала).

Рисунок 1.2 — Пространственное и энергетическое распределение сформированного и ускоренного сгустка электронов.

Здесь безразмерная амплитуда импульса $a_0 = |e|A_0/(mc^2) = 6.7$, а длительность на полувысоте интенсивности составляет $\tau_{\text{FWHM}} = 12$ фс, причём $\tau_{\text{FWHM}} = 1.143\tau_L$. Длина волны излучения $\lambda = 1$ мкм. Плазменная концентрация на плато выбиралась из условия, чтобы фазовая скорость кильватерной волны, определяемая через $\gamma_{\text{ph}} = \omega_0/\omega_p$, была равна 10, где ω_0 — угловая частота лазерного импульса. Приведенные распределения соответствуют моменту времени, когда энергия электронов сгустка достигает приблизительно ~ 400 МэВ.

Рис. 1.2а (левая ось ординат) показывает нормированную функцию распределения плотности электронов в сгустке $n(k_p z)$ по его длине, где $k_p = \omega_p/c$. Форма этого распределения (черная кривая) указывает на то, что в процессе опрокидывания кильватерной волны, самоинжекции и последующего ускорения электроны формируют компактную группу в пространстве вблизи электрона-лидера, находящегося в головной части сгустка. На некотором расстоянии от лидера плотность электронов резко снижается до пренебрежимо малых величин. Это же иллюстрирует и интегральная функция $N(k_p z) = k_p \int_{k_p z}^{k_p z_{\text{lid}}} n(k_p z') dz'$ (красная кривая), которая выходит на постоянное значение при удалении от лидера z_{lid} .

Аналогично, Рис. 1.2б демонстрирует энергетическое распределение электронов (черная кривая), где наибольшей энергией обладает электрон-лидер, так

как он первым захватывается кильватерной волной. Захваченные электроны образуют спектр платообразной формы, ширина которого существенно меньше средней энергии в сгустке. Это показывает и интеграл числа электронов (черная кривая), верхним пределом в котором служит энергия лидера.

1.3 Генерация сгустка электронов в 3D-геометрии

1.3.1 Оценка параметров на основе одномерной модели

В качестве примера мы будем рассматривать формирование и ускорение сгустков на основе параметров лазерного импульса проекта XCELS [4]. На основе одномерной теории оценим характеристики получаемых электронных сгустков [114].

Применение результатов одномерной теории для оценки параметров электронного сгустка возможно при условии, если характерный поперечный размер лазерного импульса w достаточно велик. Данное условие выражается неравенством:

$$k_p w \gg 2\sqrt{a_0}. \quad (1.22)$$

При выполнении данного условия движение фоновых электронов плазмы можно считать квазиодномерным [59; 60],

В квазиодномерном режиме процессы опрокидывания кильватерной волны и самоинжекции электронов, расположенных на расстоянии r от оси распространения лазерного импульса, определяются амплитудой огибающей импульса в данной точке. Для кильватерной волны, возбуждаемой ультрарелятивистским лазерным импульсом ($a_0 \gg 1$), в одномерном приближении зависимость между энергией осцилляций E_{os} и максимальным значением кильватерного потенциала с высокой точностью описывается выражением:

$$E_{os} = mc^2 \left(1 + \frac{|e|\Phi_{\max}}{mc^2} \right) / 2, \quad (1.23)$$

где максимальный потенциал кильватерной волны $\Phi_{\max}$ зависит от амплитуды и длительности лазерного импульса. В предельном случае зависимость амплитуды

потенциала $\varphi_{\max}$ от амплитуды импульса a_0 носит асимптотически линейный характер:

$$\frac{|e|\varphi_{\max}}{mc^2} \approx \eta a_0,$$

где коэффициент $\eta \leq 1$ определяется длительностью лазерного импульса и плотностью плазмы (через гамма-фактор γ_{ph}) и, как правило, уточняется на основе численного моделирования.

Рассмотрим лазерный импульс, распространяющийся в плазме с такой плотностью, при которой для длины волны $\lambda = 1$ мкм и длительности $\tau_{\text{FWHM}} = 20$ фс фазовой скорости кильватерной волны соответствует гамма-фактор $\gamma_{\text{ph}} = 8$. Как уже было сказано выше, различие в энергии продольных колебаний электронов определяется только радиальной зависимостью амплитуды огибающей лазерного поля. Инжекция электронов в ускоряющую фазу кильватерной волны происходит при превышении амплитудой лазерного импульса порогового значения a_{th} , когда энергия продольных осцилляций электронов становится больше пороговой $E_{\text{os,th}} = \gamma_{\text{ph}} mc^2$. При этом часть электронов вблизи оси, обладающих наибольшей энергией, пересекает потенциальный барьер кильватерной волны и захватывается ускоряющим полем. Дальнейшее увеличение амплитуды лазерного импульса приводит к росту числа инжектированных электронов и, соответственно, к увеличению заряда формируемого сгустка.

В рамках одномерного численного моделирования удобно предварительно определить пороговое значение амплитуды a_{th} , при котором энергия продольных осцилляций достигает порогового значения $E_{\text{os,th}} = \gamma_{\text{ph}} mc^2$. Вблизи этого порога, в диапазоне амплитуд, представляющих интерес для генерации электронных сгустков, зависимость энергии осцилляций от амплитуды может быть аппроксимирована линейным выражением:

$$E_{\text{os}}(a_0) = \gamma_{\text{ph}} + \eta(a_0 - a_{\text{th}}),$$

где коэффициент η определяется из расчётов генерации сгустков при фиксированном значении $a_0 > a_{\text{th}}$. Для рассматриваемого случая указанных параметров получено $a_{\text{th}} = 7.36$ и $\eta = 1.41$.

Перенося эти результаты на трехмерный случай лазерного импульса, можно заключить, что для заданного w радиус генерируемого сгустка r_b и величина надпороговости $\Delta a = a_0 - a_{\text{th}}$ являются взаимосвязанными параметрами, где w — экспоненциальный по полю радиус лазерного импульса. Эта связь обусловлена

тем, что поперечный размер сгустка определяется условием отсутствия самоинжекции электронов на его периферии и выражается соотношением:

$$a_0 \exp\left(-\frac{r_b^2}{w^2}\right) = a_{\text{th}}. \quad (1.24)$$

В случае, когда целевой поперечный размер сгустка r_b задан, требуемая для его получения величина надпороговости Δa может быть определена из соотношения

$$\Delta a \approx a_{\text{th}} \left(\frac{r_b}{w}\right)^2 \ll a_{\text{th}}. \quad (1.25)$$

Обратная зависимость $r_b = w \sqrt{\Delta a / a_{\text{th}}}$ позволяет оценить характерный поперечный размер формируемого сгустка r_b при известных радиусе лазерного импульса w и величине надпороговости Δa .

В таком случае заряд генерируемого сгустка может быть оценен через его радиус:

$$Q_{\text{th}} \approx \frac{40 \sqrt{\eta a_{\text{th}}}}{\gamma_{\text{ph}}} \lambda_{[\text{мкм}]} \left(\frac{\lambda}{w}\right) \left(\frac{r_b}{\lambda}\right)^3 [\text{пКл}]. \quad (1.26)$$

Также на основе одномерной теории можно оценить и относительный разброс электронов в сгустке по энергии:

$$\frac{\Delta E}{E} \approx \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\eta \Delta a}{\gamma_{\text{ph}} - 1}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\eta a_{\text{th}}}{\gamma_{\text{ph}} - 1}} \frac{r_b}{w}. \quad (1.27)$$

Из выражений (1.24–1.27) следует, что для формирования электронного сгустка с зарядом $Q_{\text{tr}} = 50$ пКл и поперечным радиусом $r_b = 5$ мкм, представляющих интерес для последующего кильватерного ускорения, в плазме с гамма-фактором $\gamma_{\text{ph}} = 8$ требуется лазерный импульс с амплитудой $a_0 = 7,47$, длительностью $\tau_{\text{FWHM}} = 20$ фс и радиусом $w/\lambda = 40$.

Для реализации такого режима генерации оценочная мощность лазерного импульса составляет порядка 4 ПВт, при полной энергии $E_L \approx 100$ Дж. При этом надпороговый параметр равен $\Delta a \approx 0.11$. Согласно аналитическим оценкам на основании одномерной теории, средняя энергия электронов в формируемом сгустке может достигать 1 ГэВ и выше, при относительном энергетическом разбросе порядка 5 %.

1.3.2 Моделирование процесса формирования электронного сгустка в трехмерной геометрии

Параметры моделирования

Основной целью численного эксперимента являлась оценка возможности реализации электронного инжектора, основанного на механизме самоинжекции с учётом влияния трёхмерных эффектов на процессы формирования и ускорения электронных сгустков [114; 115].

Трёхмерное численное моделирование процесса генерации электронного сгустка при взаимодействии лазерного импульса с неоднородной плазмой было проведено методом Particle-in-Cell (PiC) (подробнее про метод см. прил. А.1).

В численном моделировании рассматривался линейно поляризованный лазерный импульс, огибающая которого описывается выражением

$$a = a_0 \exp \left(-2 \ln 2 \frac{t^2}{\tau_{\text{FWHM}}^2} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{w^2} \right). \quad (1.28)$$

Параметры импульса в моделировании: длина волны лазерного излучения $\lambda = 1$ мкм, длительность $\tau_{\text{FWHM}} = 25$ фс, амплитуда огибающей лазерного импульса $a_0 = 10.6$ и радиус перетяжки $w = 40$ мкм (полуширина по уровню по интенсивности $1/e^2$), что соответствует энергии в импульсе 102 Дж и пиковой мощности 3,8 ПВт.

Мишенью служила водородная плазма с максимальной электронной концентрацией $n_0 = 1,72 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3} = 0.0156 n_{\text{cr}}$. Пространственное распределение плотности (рис. 1.3) включало: участок нарастания гауссовой формы $\exp [-(y - 100)^2 / (2\sigma^2)]$ с $\sigma = 25$ мкм, участок спада аналогичной формы $\exp [-(y - 100)^2 / (2\sigma^2)]$ и область постоянной плотности длиной 150 мкм в интервале 100–250 мкм вдоль оси y распространения импульса. Такой профиль аппроксимирует условия взаимодействия со сверхзвуковой газовой струей, ионизируемой передним фронтом лазерного импульса.

Численные расчёты выполнялись с использованием программного комплекса PIConGPU [61], основанного на PiC-методе. Область моделирования имела размеры $720 \Delta x \times 1300 \Delta y \times 720 \Delta z$, при шагах дискретизации $\Delta y = \lambda/24$ вдоль оси распространения импульса и $\Delta x = \Delta z = \lambda/4$ в поперечном направлении.

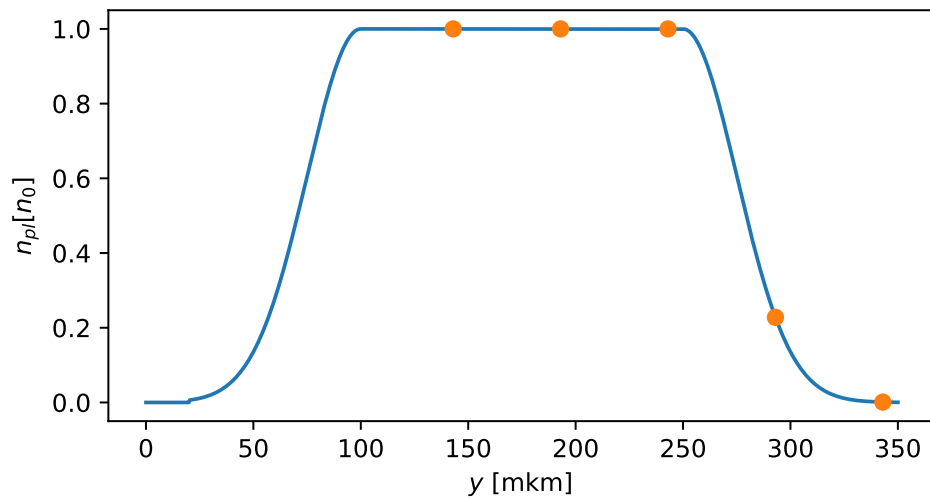


Рисунок 1.3 — Профиль электронной концентрации плазменной мишени n_p . Точками отмечены положения сформированного сгустка в рассматриваемые моменты времени (рис. 1.5).

Поляризация лазерного поля была ориентирована вдоль оси OX . Плотность размещения макрочастиц составляла две частицы на ячейку для электронов и одну для ионов. Для повышения эффективности вычислений использовался метод движущегося окна, синхронизированного с распространением лазерного импульса в плазме.

Результаты моделирования

Лазерно-плазменная структура, образующаяся в результате этого взаимодействия изображена на рисунке 1.4, где зеленой рамкой выделен сформированный и захваченный сгусток электронов. Положения электронного сгустка в моменты времени, соответствующие распределениям плотности плазмы и энергии электронов на рис. 1.5а и 1.5б, отмечены точками на профиле.

Распределения плотности электронов плазмы, представленные на рис. 1.5а для различных моментов времени ($T_0 = 2\pi/\omega$), демонстрируют формирование сильно-релятивистской кильватерной волны, возбуждаемой лазерным импульсом и создающей выраженные возмущения в плазме за фронтом импульса. Наиболее выраженная область на рис. 1.5а, где наблюдается существенное отклонение электронной плотности от фонового значения, соответствует зонам эффективной самоинжекции электронов в кильватерную волну.

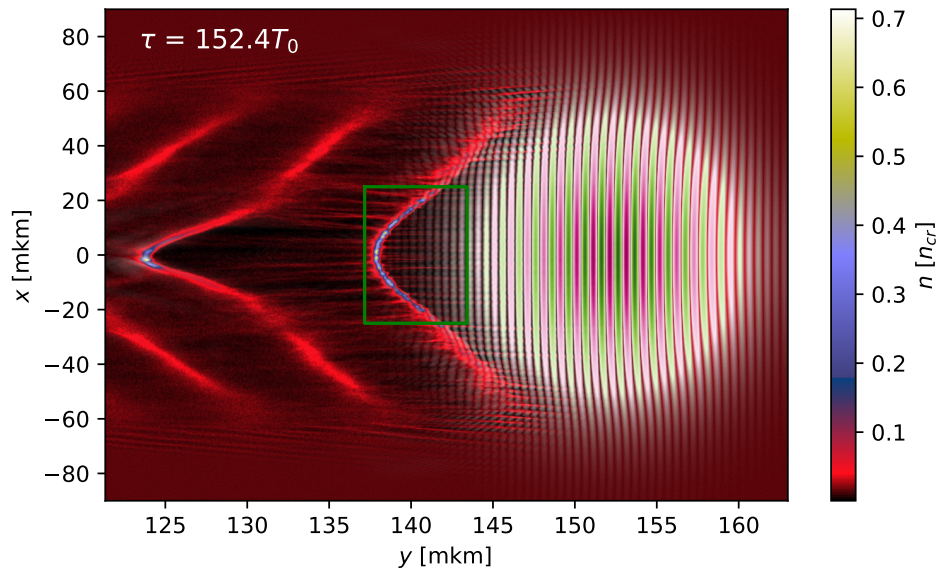
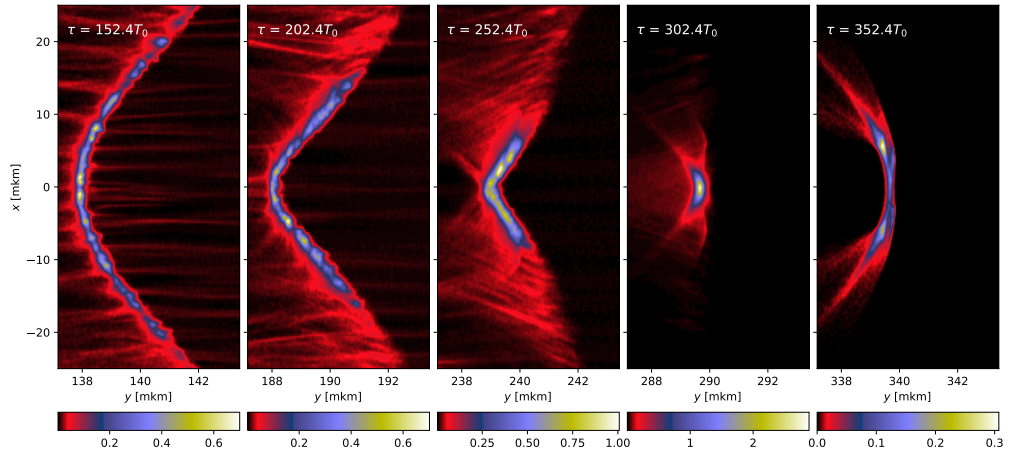


Рисунок 1.4 — Лазерный импульс, возбуждающий кильватерную волну в плазме (фиолетово-зеленая расцветка) и распределение нормированной на критическую плотности плазменных электронов в момент времени $\tau = 152.4T_0$ в плоскости (x, y) (шкала справа). Зеленой рамкой выделена область, изображенная на рисунках 1.5а и 1.5б.

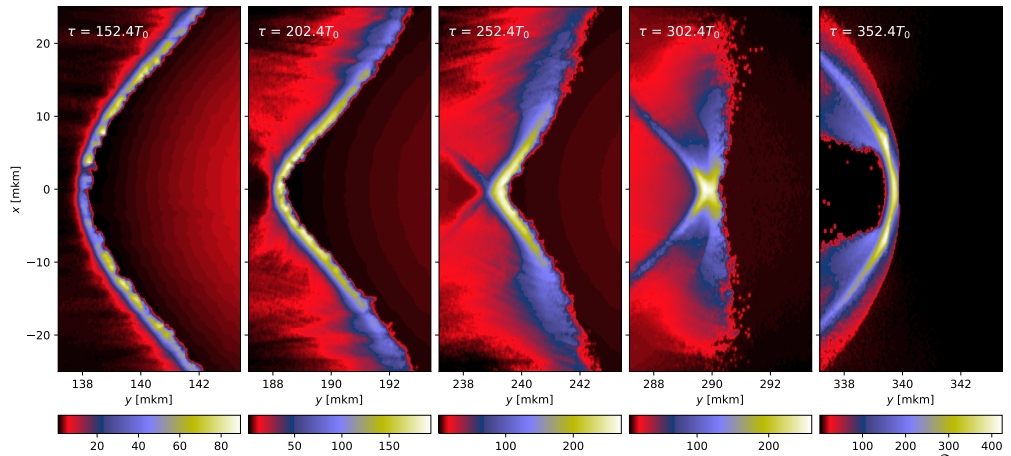
Сравнение распределений на рис. 1.5а и 1.5б показывает, что указанная область связана с электронами, захваченными ускоряющей фазой кильватерной волны и набирающими энергию по мере распространения лазерного импульса в мишени. Анализ распределений позволяет заключить, что при выбранных параметрах лазерного импульса и плазмы реализуется режим генерации электронных сгустков, близкий к квазиодномерному.

С уменьшением амплитуды электрического поля лазерного импульса при удалении от оси наблюдается сокращение длины нелинейной плазменной волны, что проявляется в характерном искривлении линии, соединяющей максимумы плотности электронов на фиксированном расстоянии от оси. Следует также отметить, что толщина слоя захваченных и ускоряемых электронов значительно меньше поперечного размера сгустка на каждом сечении по радиусу, что согласуется с особенностями механизма генерации электронных сгустков лазерным импульсом, выявленными ранее в одномерных моделях.

При этом на рис. 1.5а и 1.5б отчётливо проявляется влияние поперечных эффектов, учитываемых в трёхмерной постановке задачи и оказывающих существенное влияние на формирование параметров электронного сгустка. Самоинжекция фоновых электронов плазмы в кильватерное поле лазерного импульса происходит преимущественно в области его дефокусирующей фазы, которая в



а) Распределение электронной концентрации сгустка, нормированной на критическую концентрацию, в различные моменты времени τ в плоскости (x, y) .



б) Безразмерная энергия электронов сгустка $\gamma_e = E_e/mc^2$ в различные моменты времени τ в зависимости от их положения на плоскости (x, y) .

Рисунок 1.5 — Распределение концентрации (а) и энергии (б) электронов в сформированном сгустке в различные моменты времени τ .

случае сильно нелинейной волны имеет ограниченные размеры и характеризуется сравнительно слабыми поперечными компонентами поля по сравнению с фокусирующей областью.

После завершения стадии самоинжекции и начала ускорения наблюдается интенсивное поперечное сжатие сгустка под действием фокусирующего поля кильватерной волны, что приводит к уменьшению его поперечного размера до величины порядка нескольких микрометров. Одновременно происходит стабилизация продольной длительности сгустка на уровне субфемтосекундных значений, что свидетельствует о формировании пучка с высокой плотностью заряда.

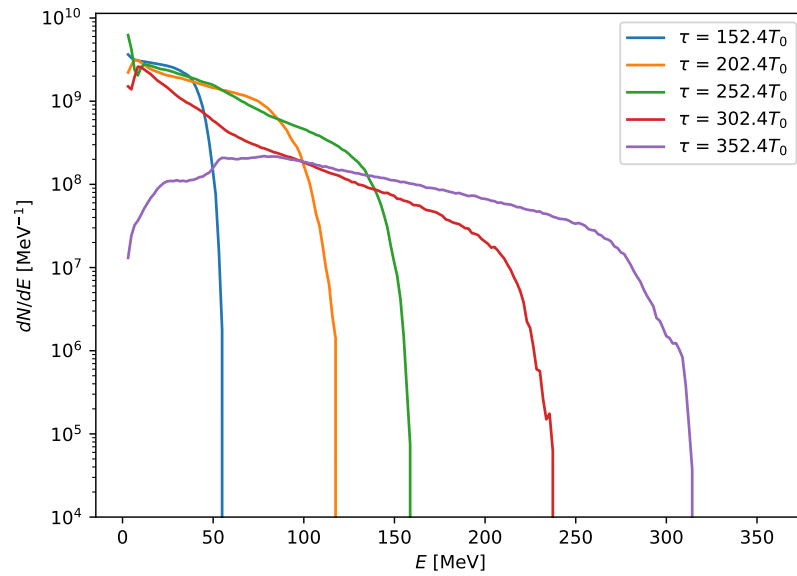


Рисунок 1.6 — Энергетические спектры электронов сгустка в различные моменты времени τ , соответствующие рис. 1.3, в процессе его ускорения.

В результате при выбранных параметрах лазерного импульса и плазмы формируется пространственно локализованный электронный сгусток субфемтосекундной длительности, порядка $\sim 0,5$ фс (см. $\tau = 302,4T_0$). Образование данного сгустка происходит под действием кильватерного поля лазерного импульса вследствие захвата фоновых электронов плазмы по механизму, аналогичному процессу самоинжекции и последующего ускорения, ранее исследованному в одномерной геометрии в работах [5—7]. Полученные результаты в целом находятся в согласии с выводами одномерных теоретических моделей, однако длительность сгустка оказывается несколько большей по сравнению с оценками одномерной теории.

Эволюция энергетического спектра электронов сгустка в процессе его ускорения и поперечной фокусировки представлена на рис. 1.6. На начальном этапе спектр содержит значительное число электронов с энергиями, существенно меньшими по сравнению с максимальными значениями. Данное обстоятельство связано с тем, что основная доля захваченных электронов ускоряется на значительном удалении от оси лазерного импульса, где амплитуда продольного кильватерного поля имеет пониженную величину вследствие радиального распределения плазменного потенциала. По мере поперечного схлопывания сгустка под действием фокусирующих сил электроны перемещаются в область с более равномерной напряжённостью ускоряющего поля, что приводит к выравниванию их энергетического распределения и постепенному отделению основной массы частиц от хвостовой группы низкоэнергетичных электронов. В результате формируется характерный платообразный энергетический спектр, аналогичный наблюдаемому в од-

номерных моделях. Однако в трёхмерной геометрии процесс его формирования определяется не только продольной структурой кильватерного поля, но и влиянием поперечного движения электронов, что приводит к дополнительному уширению спектра и слабому смещению его максимума относительно одномерного случая.

Нормализованный эмиттанс сформированного в расчёте сфокусированного электронного сгустка составляет порядка $\sim 100 \text{ мм} \cdot \text{мрад}$, что указывает на его относительно высокое значение. Возможные пути снижения эмиттанса планируется рассмотреть в дальнейших исследованиях. Одним из перспективных направлений оптимизации является увеличение ширины фокального пятна лазерного импульса при сохранении полной мощности излучения (в пределах одного канала установки XCELS), что позволит уменьшить надпороговость процесса генерации электронного сгустка и, следовательно, снизить расходимость пучка. Более детальный анализ результатов моделирования, представленных на рис. 1.5б, демонстрирующих распределение энергии захваченных и ускоренных электронов, показывает наличие группы частиц, движущихся с энергией, близкой к максимальной в спектре, и локализованных вблизи оси распространения лазерного импульса. Для данной группы электронов нормализованный эмиттанс оценивается величиной порядка $\sim 8 \text{ мм} \cdot \text{мрад}$, что соответствует параметрам качественного квазимоноэнергетического пучка. На рис. 1.7а приведено распределение интегрального заряда электронов, находящихся в области радиусом до 3 мкм от оси импульса и имеющих энергии в диапазоне от максимальной в спектре до выбранного значения энергии отсечки. Из анализа представленных данных следует, что заряд такого сгустка в рассматриваемый момент времени достигает порядка 100 пКл при энергии отсечки 150 МэВ, что можно рассматривать как обнадеживающий результат для последующих этапов исследования и практической реализации многостадийного ускорения.

Тем не менее, полученные результаты подтверждают, что даже с учётом трёхмерных эффектов процесс опрокидывания кильватерной волны на восходящем профиле плотности плазмы обеспечивает генерацию пространственно компактного электронного сгустка субфемтосекундной длительности.

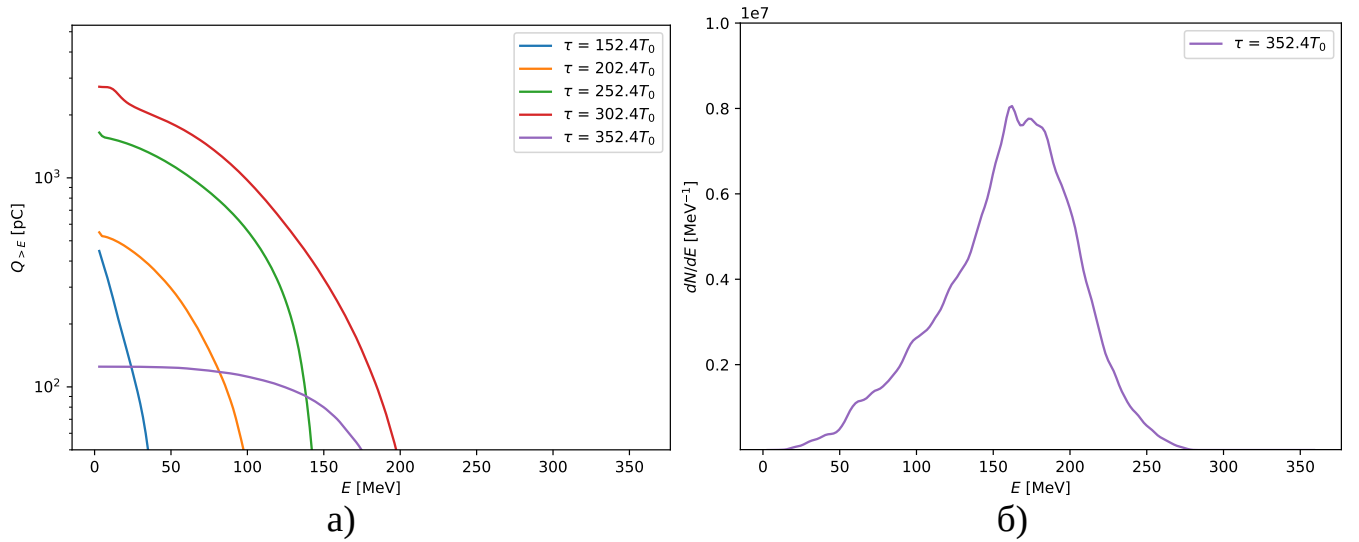


Рисунок 1.7 — Распределение в различные моменты времени интегрального заряда всех электронов, имеющих энергию в диапазоне от максимальной в спектре до заданного значения энергии отсечки E , при пространственном ограничении расстояния электронов до оси лазерного импульса 3 мкм (а). Спектр электронного сгустка при пространственном ограничении расстояния электронов до оси лазерного импульса 3 мкм, соответствующий моменту времени $352T_0$ (б).

1.4 Выводы

В настоящей главе проведено комплексное исследование процессов формирования электронных сгустков в лазерно-плазменных инжекторах, основанных на механизме самоинжекции в кильватерную волну, возбуждаемую ультрарелятивистским лазерным импульсом при его взаимодействии с неоднородной плазменной мишенью. Рассмотрены физические предпосылки возникновения режима опрокидывания кильватерной волны на восходящем профиле плотности плазмы и условия захвата фоновых электронов в ускоряющую фазу волны.

На основе аналитических оценок и трёхмерного численного моделирования методом частиц в ячейках (PiC) показано, что при правильно подобранных параметрах лазерного импульса и профиля плазмы реализуется режим квазиодномерного распространения лазерного излучения, обеспечивающий эффективную самоинжекцию электронов. В данных условиях формируется пространственно локализованный электронный сгусток субфемтосекундной длительности с энергетическим спектром близким к платообразному.

Глава 2. Лазерно-плазменный ускоритель электронных сгустков до сверхрелятивистских энергий

2.1 Введение

Допустим, что на предыдущем этапе методами лазерного-плазменного ускорения удалось сгенерировать электронный сгусток хорошего качества, пригодный для его дальнейшего ускорения до сверхрелятивистских энергий порядка десятков и сотен ГэВ. Далее естественным образом возникает вопрос сохранения его качества на всем процессе его ускорения. Основными характеристиками ускоренного сгустка электронов являются, помимо его формы и пространственных размеров, относительный разброс по энергии, $\Delta E/E$, и нормализованный эмиттанс, ε . Одним из эффектов, который необходимо учитывать при рассмотрении данной задачи сохранения качества сгустка, является эффект самовоздействия (обратного воздействия, beamloading). Природа данного эффекта состоит в том, что электронный сгусток, испытывающий ускорение в кильватерной волне, за счет своего движения сам создает ток, воздействующий на фоновую плазму, и тем самым модифицирует кильватерную волну, в которой ускоряется. Это приводит к тому, что ускоряющие (и фокусирующие) кильватерные поля, воздействующие на сгусток, сами модифицируются под действием данного сгустка. Этот эффект является ключевым, так как неправильный выбор параметров ускорительной установки может привести к быстрому росту относительного разброса по энергии и эмиттанса.

Основной работой, исследующей проблему эффекта самовоздействия в плазменных ускорителях, является классическая работа [15]. В частности, в ней было установлено, что максимальное число ускоряемых частиц составляет

$$N_0 \approx 5 \times 10^5 \sqrt{n_0} \cdot A_{\text{eff}} \cdot \frac{n_1}{n_0}, \quad (2.1)$$

где n_0 — плотность плазмы, A_{eff} — эффективная площадь поперечного сечения пучка, n_1/n_0 — относительная амплитуда волны. При этом наблюдается фундаментальный компромисс между эффективностью и энергетическим разбросом: достижение 100% эффективности сопровождается неприемлемо большим (100%) разбросом по энергии в пучке. Также было показано, что путём выбора пучков

специальной формы (треугольный или трапециевидный профиль плотности) в одномерной геометрии и без учета эффекта дефазировки можно существенно снизить энергетический разброс, вплоть до его полного устранения, без значительного снижения эффективности ускорения. Также даны первичные оценки влияния поперечных эффектов в поперечном случае. Установлено, что ограничения на эмиттанс накладывают жёсткие требования на поперечный размер пучка.

В работе [62] проведено теоретическое исследование эффекта самовоздействия в слабонелинейных лазерных кильватерных полях. Было исследовано влияние эффекта самовоздействия на относительный разброс по энергии с учетом дефазировки между лазерным импульсом и ускоряемым электронным сгустком. На основе рассмотрения разницы в динамике энергии электронов в начале и конце электронного сгустка разработана аналитическая теория в одномерном приближении, позволяющая определить оптимальную плотность электронного сгустка, минимизирующую энергетический разброс и получено выражение для минимального энергетического разброса при оптимальной плотности пучка.

В фундаментальной работе [63] была разработана аналитическая теория загрузки пучка в нелинейных плазменных кильватерных полях. В ней была разработана теория, основанная на описании нелинейной кильватерной волны через траекторию наиболее внутреннего электрона плазменного слоя (sheath electron), что позволяет аналитически учесть влияние ускоряемого пучка на форму плазменного пузыря. На ее основе показано, что в нелинейном режиме ускоряющее поле E_z не зависит от радиальной координаты, а фокусирующие силы линейны по r , что обеспечивает идеальные условия для ускорения без роста эмиттанса. Также была найдена оптимальная форма пучка, обеспечивающая постоянное ускоряющее поле вдоль всего сгустка и нулевой энергетический разброс — трапециевидный профиль с линейным уменьшением плотности заряда от переднего к заднему краю и определён максимальный заряд, который может быть ускорен в нелинейном режиме.

В экспериментальной работе [16] впервые было проведено прямое наблюдение эффекта самовоздействия в лазерно-плазменном ускорителе. В ней использование схемы оптического инжектирования [56] позволило контролируемо изменять захватываемый заряд в диапазоне от 8 до 38 пКл без изменения параметров основной лазерной накачки и плазмы. На основе этого была обнаружена сильная корреляция между зарядом пучка и его энергией: увеличение заряда с 8 до 38 пКл приводило к снижению пиковой энергии со 197 МэВ до 151 МэВ за счет

уменьшения величины ускоряющего поля из-за эффекта самовоздействия. Также наблюдалось увеличение энергетического разброса при больших зарядах (> 25 пКл), что согласуется с предсказаниями из [15]. Было определено, что при заряде ~ 20 пКл в данной ускорительной установке наблюдается минимальный энергетический разброс, то есть данный заряд является оптимальным с точки зрения разброса по энергии.

В данной работе мы проведем исследования эффекта самовоздействия для линейного и умеренно-нелинейного случая — в условиях ускорения до “ба-бл”-режима.

2.2 Теоретический анализ эффекта самовоздействия

2.2.1 Уравнения модели

Наша цель — изучить, как самовоздействие влияет на энергетический разброс ускоряемого сгустка. Для этого необходимо изучить, как он влияет на силы кильватерного поля и потенциал φ на размерах сгустка: l_b, r_b .

Рассмотрим пучок заряженных частиц в кильватерном поле, создаваемом лазерным импульсом. Уравнение, описывающее потенциал кильватерного поля в случае цилиндрической симметрии, имеет вид [62]:

$$\left\{ (\Delta_{\perp} - \nu_0) \partial_{\xi}^2 - \partial_{\rho} \ln \nu_0 \partial_{\rho} \partial_{\xi}^2 + \nu_0 \Delta_{\perp} \right\} \varphi - \frac{\nu_0^2}{2} \left[1 - \frac{1 + |a|^2/2}{(1 + \varphi_0)^2} \right] = \nu_0 \left[\Delta_{\perp} \frac{|a|^2}{4} - n_b \right], \quad (2.2)$$

где $\Delta_{\perp}$ — поперечная часть оператора Лапласа, ν_0 — нормированная невозмущённая плотность электронов фоновой плазмы, $\xi = k_p(z - v_{ph}t)$, $\rho = k_p r$ — безразмерные координаты, движущиеся вместе с плазменной волной, $a = eE/(mc\omega_p)$ — безразмерная огибающая лазерного импульса, n_b — нормированная плотность электронного пучка.

Мы будем искать решение в виде $\varphi = \varphi_0 + \delta\varphi$, где φ_0 — потенциал кильватерного поля, создаваемый лазерным импульсом, а $\delta\varphi$ — потенциал кильватерного поля, создаваемый ускоряющимся сгустком. В случае, когда плазма однородна,

$v_0 = 1$, и $|\delta\varphi| \ll 1$, мы получаем за лазерным импульсом:

$$L\delta\varphi = -n_b, \quad (2.3a)$$

$$L = (\Delta_\perp - 1) \partial_\xi^2 + \Delta_\perp - \frac{1}{(1 + \varphi)^3} \quad (2.3b)$$

В случае невозмущённой плазмы (без лазерного импульса) линейный оператор L может быть выражен как $L = L_\xi L_\rho$, где $L_\xi = \partial_\xi^2 + 1$, $L_\rho = \Delta_\perp - 1$, и решение может быть выражено через запаздывающую функцию Грина:

$$G^{\text{ret}}_\xi(\xi, \xi', \rho, \rho') = G^{\text{ret}}_\xi(\xi, \xi') G_\rho(\rho, \rho'), \quad (2.4a)$$

$$G^{\text{ret}}_\xi(\xi, \xi') = \Theta(\xi - \xi') \sin(\xi - \xi'), \quad (2.4b)$$

$$G_\rho(\rho, \rho') = -\frac{1}{2\pi} \begin{cases} I_0(\rho) K_0(\rho') & \text{если } r \leq r' \\ I_0(\rho') K_0(\rho) & \text{если } r > r', \end{cases} \quad (2.4b)$$

где $G^{\text{ret}}_\xi(\xi)$ — запаздывающая функция Грина оператора L_ξ ($\Theta(\xi)$ — функция Хевисайда), а $G_\rho(\rho)$ — функция Грина оператора L_ρ ($I_0(\rho)$, $K_0(\rho)$ — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода соответственно).

В общем случае с произвольным значением φ_0 невозможно разделить оператор L четвёртого порядка на два независимых оператора второго порядка. Однако можно найти функцию Грина в одномерном случае, при условии, что φ почти постоянна на длине сгустка $l_b \ll 1$:

$$L_{1D} = -(\partial_\xi^2 + (1 + \varphi_0)^{-3}) \quad (2.5a)$$

$$G^{\text{ret}}_{1D} = (1 + \varphi_0)^{3/2} \Theta(\xi - \xi') \sin \left[\frac{\xi - \xi'}{(1 + \varphi_0)^{3/2}} \right] \approx \Theta(\xi - \xi') [\xi - \xi'], \quad (2.5b)$$

что совпадает с результатом для невозмущённой плазмы. Чтобы проверить, справедливо ли это в трёхмерном случае, мы нашли решение численно для различных значений φ_0 (Рис. 2.1). Из рисунка видно, что результаты для разных значений φ_0 практически идентичны, особенно на размерах сгустка $l_b \ll 1$, $r_b \ll 1$. Это справедливо для разных положений точечного источника ξ', ρ' . На основе этого мы заключаем, что можно использовать невозмущённое решение для $\delta\varphi$ для анализа дисперсии энергии даже в случае умеренно высоких амплитуд лазерно-индуцированного кильватерного поля.

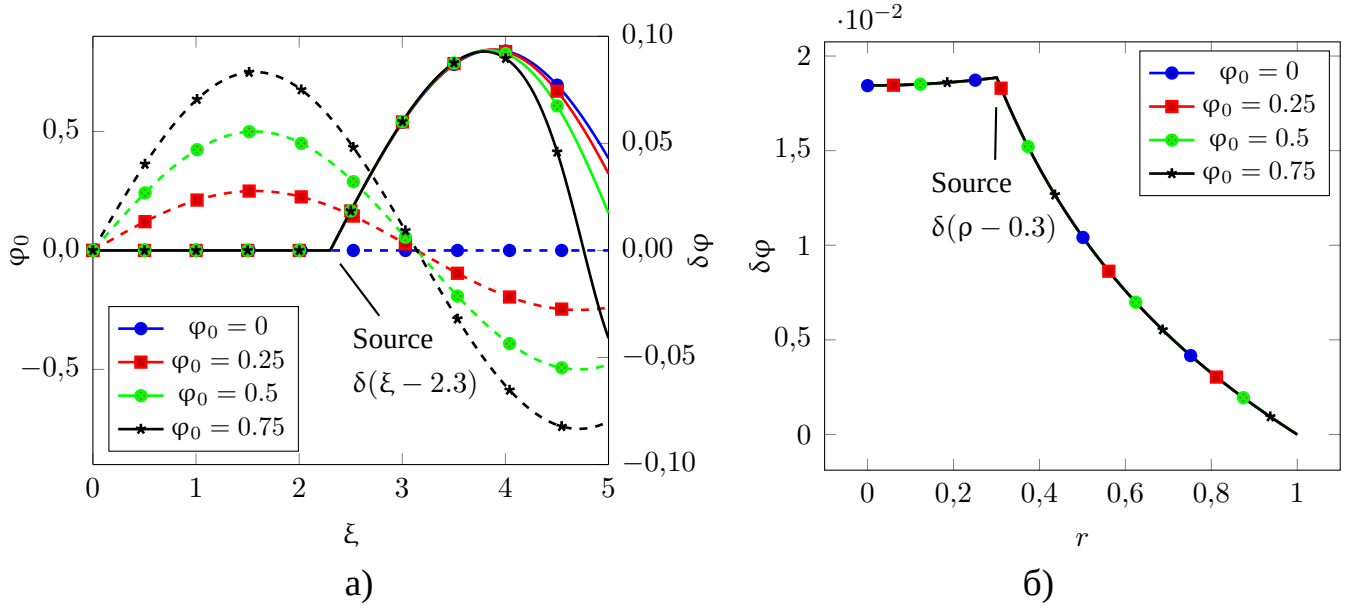


Рисунок 2.1 — Сравнение решений для оператора L для точечного источника при различных заданных потенциалах кильватерного поля $\varphi_0(\xi) = \varphi_0 \sin(\xi)$. Срез при $\rho = 0$, пунктирные линии обозначают φ_0 , сплошные линии — $\delta\varphi$ (а). Зависимость $\delta\varphi$ от радиуса при $\xi = 2.5$ (б).

2.2.2 Разброс по энергии в конце стадии ускорения

Мы попытаемся оценить энергетический разброс электронного пучка в конце стадии лазерно-плазменного кильватерного ускорения (LWFA). Среднюю энергию пучка в конце стадии обозначим как $\mathcal{E}_{\text{out}}$. Она определяется как:

$$\mathcal{E}_{\text{out}} = \langle \mathcal{E}_{\text{out}}^{\text{slice}} \rangle_{\text{slice}}, \quad (2.6a)$$

$$\mathcal{E}_{\text{out}}^{\text{slice}} = \mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{slice}} + \delta\mathcal{E}_{\text{out}}^{\text{slice}} \quad (2.6b)$$

где верхний индекс “slice” (срез) обозначает величину, усреднённую по срезу электронного пучка, а угловые скобки с индексом “slice” обозначают операцию усреднения по всем срезам с весами, зависящими от количества частиц в срезе:

$$\langle f \rangle_{\text{slice}} = \int_{\text{beam}} f(\zeta) n_{\text{slice}}(\zeta) d\zeta, \quad \int_{\text{beam}} n_{\text{slice}}(\zeta) d\zeta = 1, \quad (2.7)$$

Можно показать, что энергия, приобретённая слайсом за счёт изначального кильватерного поля от лазерного импульса, может быть записана как:

$$\left[\mathcal{E}_0^{\text{slice}} - v_{\text{ph}} p_z^{\text{slice}} - \varphi_0^{\text{slice}} \right] \Big|_{\xi_{\text{inj}}}^{\xi_{\text{out}}} = 0, \quad (2.8)$$

где p_z — компонента импульса вдоль оси распространения лазера, $p_z \approx |\mathbf{p}| = \sqrt{\mathcal{E}^2 - 1}$. Поскольку $v_{\text{ph}} \approx 1 - 1/(2\gamma_{\text{ph}}^2)$, $\sqrt{\mathcal{E}^2 - 1} \approx \mathcal{E} - 1/(2\mathcal{E})$, мы получаем:

$$\frac{\mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{slice}}}{2\gamma_{\text{ph}}^2} + \frac{1}{2\mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{slice}}} = \frac{\mathcal{E}_{0,\text{inj}}^{\text{slice}}}{2\gamma_{\text{ph}}^2} + \frac{1}{2\mathcal{E}_{0,\text{inj}}^{\text{slice}}} + \Delta\varphi_0^{\text{slice}}, \quad (2.9)$$

Мы предполагаем, что в конце стадии ускорения $\mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{slice}} \gg \gamma_{\text{ph}}$. В этом случае $\mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{slice}}/(2\gamma_{\text{ph}}^2) \gg 1/(2\mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{slice}})$ и мы можем записать:

$$\mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{slice}} \approx \mathcal{E}_{0,\text{inj}}^{\text{slice}} + \frac{\gamma_{\text{ph}}^2}{\mathcal{E}_{0,\text{inj}}^{\text{slice}}} + 2\gamma_{\text{ph}}^2 \Delta\varphi_0^{\text{slice}}, \quad (2.10)$$

Это выражение дает нам зависимость энергии электронного слайса от его положения в сгустке за счет разного значения усредненного потенциала кильватерного поля $\Delta\varphi_0^{\text{slice}}$. Для оценки влияния радиальной неоднородности потенциала на конечную энергию мы будем предполагать, что потенциал кильватерного поля (и сила, действующая на электроны в срезе) зависит от их радиального положения:

$$\varphi_0(r) = \varphi_0 \left(1 - \frac{r^2}{r_L^2} \right), \quad (2.11)$$

где r_L — радиус перетяжки лазерного импульса.

Электроны, ускоряемые в кильватерной волне, за счет конечности радиальных размеров лазерного импульса и, как следствие, радиальных размеров кильватерной волны испытывают фокусирующие силы. Под действием этих сил они совершают колебания относительно оси симметрии кильватерной волны, называемые бетатронными колебаниями. Для заданной нами радиальной зависимости потенциала эта возвращающая сила имеет линейную зависимость от расстояния, на котором электрон находится от оси симметрии. В результате этого бетатронные колебания электронов сгустка имеют гармонический характер, $r \sim \sin(\omega_\beta t)$. В данной модели мы пренебрежём влиянием самовоздействия на характер этих колебаний.

Предположим, что за период этих колебаний T_β изменение энергии электрона пренебрежимо мало $\Delta\mathcal{E}_{T_\beta} \ll \mathcal{E}$. В этом случае мы можем использовать значения, усреднённые за этот период:

$$f^{\text{beta}}(a_x, a_y, \psi) = \bar{f} = \frac{1}{T_\beta} \int_{T_\beta} f dt. \quad (2.12)$$

Здесь верхний индекс “beta” обозначает величину, зависящую от конкретных параметров бетатронных колебаний: a_x и a_y — амплитуда бетатронных колебаний

по осям x и y соответственно, а ψ — разность фаз между колебаниями по этим осям:

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} a_x \sin(\omega_\beta t) \\ a_y \sin(\omega_\beta t + \psi) \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Угловые же скобки с индексом “beta” далее будут обозначать операцию усреднения по всем бетатронным колебаниям в срезе:

$$\begin{aligned} f^{\text{slice}} &= \langle f^{\text{beta}}(a_x, a_y, \psi) \rangle_{\text{beta}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\psi} \int_{a_y} \int_{a_x} f^{\text{beta}}(a_x, a_y, \psi) n_{a_y}(a_y) n_{a_x}(a_x) d\psi da_y da_x, \quad (2.14) \\ \int_{a_x} n_{a_x}(a_x) da_x &= 1, \quad \int_{a_y} n_{a_y}(a_y) da_y = 1, \end{aligned}$$

где $n_{a_x}(a_x)$ и $n_{a_y}(a_y)$ — распределение электронов в срезе по амплитуде бетатронных колебаний по осям x и y соответственно. Получаемая таким образом величина будет являться средней по конкретному срезу, что здесь отображено верхним индексом “slice”.

В итоге полный процесс усреднения некой величины f по всему сгустку выглядит как:

$$f_{\text{average}} = \left\langle \left\langle \frac{1}{T_\beta} \int_{T_\beta} f dt \right\rangle_{\text{beta}} \right\rangle_{\text{slice}}. \quad (2.15)$$

Рассмотрим, как бетатронные колебания влияют на энергию, приобретаемую от лазерного кильватерного поля во время ускорения. Для $\mathcal{E} \gg \gamma_{\text{ph}}$ (т.е. для большей части стадии ускорения):

$$d\mathcal{E}_0 = 2\gamma_{\text{ph}}^2 \left(1 - \frac{r^2}{r_L^2} \right) d\varphi_0. \quad (2.16)$$

Усредняя это по бетатронному периоду, получаем:

$$d\mathcal{E}_0^{\text{beta}} = 2\gamma_{\text{ph}}^2 \left(1 - \frac{a_x^2 + a_y^2}{2r_L^2} \right) d\varphi_0. \quad (2.17)$$

Амплитуда бетатронных колебаний зависит от энергии электрона как $a_{x,y} \sim \mathcal{E}^{-1/2}$. Используя это и интегрируя по пути ускорения, получаем:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{beta}} &= \mathcal{E}_{\text{inj}}^{\text{slice}} + \frac{\gamma_{\text{ph}}^2}{\mathcal{E}_{\text{inj}}^{\text{slice}}} + 2\gamma_{\text{ph}}^2 \left(\Delta\varphi_0 - \frac{a_x^2 + a_y^2}{2r_L^2} \int_{\text{inj}}^{\text{out}} \frac{\mathcal{E}_{\text{inj}}}{\mathcal{E}} d\varphi_0 \right) \\ &= \mathcal{E}_{\text{inj}}^{\text{slice}} + \frac{\gamma_{\text{ph}}^2}{\mathcal{E}_{\text{inj}}^{\text{slice}}} + 2\gamma_{\text{ph}}^2 \Delta\varphi_0 - \frac{a_x^2 + a_y^2}{2r_L^2} \mathcal{E}_{\text{inj}} \ln \frac{\mathcal{E}_{\text{out}}}{\mathcal{E}_{\text{inj}}}. \quad (2.18) \end{aligned}$$

Изменение потенциала кильватерного поля за счет эффекта самовоздействия равно:

$$\begin{aligned} \delta\varphi(\zeta, \rho) &= Q \int G^{\text{ret}}(\zeta, \zeta', \rho, \rho') n(\zeta', \rho') dV' = \\ &= Q \int_{-\infty}^{\infty} G_{\zeta}^{\text{ret}}(\zeta, \zeta') n_{\text{slice}}(\zeta') d\zeta' \int_0^{\infty} G_{\rho}(\rho, \rho') n_{\perp}(\rho') \rho d\rho' = Q \mathcal{Z}(\zeta) \mathcal{R}(\rho) \end{aligned} \quad (2.19)$$

где $Q \mathcal{Z}(\zeta)$ одинаково для всех электронов в одном срезе:

$$\mathcal{Z}(\zeta) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{\zeta}^{\text{ret}}(\zeta, \zeta') n_{\text{slice}}(\zeta') d\zeta' = \int_{-\infty}^{\zeta} \sin(\zeta - \zeta') n_{\text{slice}}(\zeta') d\zeta', \quad (2.20)$$

Отсюда следует, что изменение энергии электрона вследствие эффекта самовоздействия может быть записано как:

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{E} &= \int_{\text{inj}}^{\text{out}} \partial_z \delta\varphi dz = \int_{\text{inj}}^{\text{out}} \partial_z [Q \mathcal{Z}(\zeta) \mathcal{R}] dz \\ &= Q \partial_{\zeta} \mathcal{Z}(\zeta) \int_{\text{inj}}^{\text{out}} \mathcal{R} dz \approx 2\gamma_{\text{ph}}^2 Q \mathcal{Z}'(\zeta) \int_{\xi_{\text{inj}}}^{\xi_{\text{out}}} \mathcal{R} d\xi, \end{aligned} \quad (2.21a)$$

$$\mathcal{Z}'(\zeta) \equiv \partial_{\zeta} \mathcal{Z}(\zeta) = \int_{-\infty}^{\zeta} \cos(\zeta - \zeta') n_{\text{slice}}(\zeta') d\zeta', \quad (2.21b)$$

где

$$\mathcal{R}(r) = \int_0^{\infty} I_0(\min(r', r)) K_0(\max(r', r)) n_{\perp}(r') r' dr'. \quad (2.22)$$

Изменение энергии электрона в результате ускорения равно:

$$\mathcal{E}_{\text{out}}^{\text{beta}}(\zeta) = \mathcal{E}_{0, \text{out}}^{\text{beta}} + \delta\mathcal{E}^{\text{beta}}. \quad (2.23)$$

Энергетический разброс электронного сгустка в этом случае равен:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\mathcal{E}}^2 &= \left\langle \left\langle \mathcal{E}_{\text{out}}^{\text{beta}2} \right\rangle_{\text{beta}} \right\rangle_{\text{slice}} - \left\langle \left\langle \mathcal{E}_{\text{out}}^{\text{beta}} \right\rangle_{\text{beta}} \right\rangle_{\text{slice}}^2 \\
&= \left[\left\langle \left\langle \mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{beta}2} \right\rangle_{\text{beta}} \right\rangle_{\text{slice}} - \left\langle \left\langle \mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{beta}} \right\rangle_{\text{beta}} \right\rangle_{\text{slice}}^2 \right] \\
&+ 2 \left[\left\langle \left\langle \mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{beta}} \delta \mathcal{E}_{\text{out}}^{\text{beta}} \right\rangle_{\text{beta}} \right\rangle_{\text{slice}} - \left\langle \left\langle \mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{beta}} \right\rangle_{\text{beta}} \right\rangle_{\text{slice}} \left\langle \left\langle \delta \mathcal{E}_{\text{out}}^{\text{beta}} \right\rangle_{\text{beta}} \right\rangle_{\text{slice}} \right] \\
&+ \left[\left\langle \left\langle \delta \mathcal{E}_{\text{out}}^{\text{beta}2} \right\rangle_{\text{beta}} \right\rangle_{\text{slice}} - \left\langle \left\langle \delta \mathcal{E}_{\text{out}}^{\text{beta}} \right\rangle_{\text{beta}} \right\rangle_{\text{slice}}^2 \right] \\
&= 4\gamma_{\text{ph}}^4 \left[\left\langle \Delta \varphi_0^2 \right\rangle_{\text{slice}} - \left\langle \Delta \varphi_0 \right\rangle_{\text{slice}}^2 \right] \\
&+ \left[\frac{\sigma_r^4}{4r_L^4} \mathcal{E}_{\text{inj}}^2 \ln^2 \frac{\mathcal{E}_{\text{out}}}{\mathcal{E}_{\text{inj}}} \left[\left\langle (\alpha_x^2 + \alpha_y^2)^2 \right\rangle_{\text{beta}} - \left\langle \alpha_x^2 + \alpha_y^2 \right\rangle_{\text{beta}}^2 \right] \right] \\
&+ 8\gamma_{\text{ph}}^4 Q \int_{\xi_{\text{inj}}}^{\xi_{\text{out}}} \mathcal{R}^{\text{slice}} d\xi \left[\left\langle \Delta \varphi_0 \partial_{\xi} \mathcal{Z} \right\rangle_{\text{slice}} - \left\langle \Delta \varphi_0 \right\rangle_{\text{slice}} \left\langle \partial_{\xi} \mathcal{Z} \right\rangle_{\text{slice}} \right] \\
&+ \left[\gamma_{\text{ph}}^2 Q \Delta \xi \frac{\sigma_r^2}{r_L^2} \mathcal{E}_{\text{inj}} \ln \frac{\mathcal{E}_{\text{out}}}{\mathcal{E}_{\text{inj}}} \left\langle \partial_{\xi} \mathcal{Z} \right\rangle_{\text{slice}} \left[\left\langle (\alpha_x^2 + \alpha_y^2) \mathcal{R} \right\rangle_{\text{beta}} - \left\langle \alpha_x^2 + \alpha_y^2 \right\rangle_{\text{beta}} \left\langle \mathcal{R} \right\rangle_{\text{beta}} \right] \right] \\
&+ 4\gamma_{\text{ph}}^4 Q^2 \left(\int_{\xi_{\text{inj}}}^{\xi_{\text{out}}} \mathcal{R}^{\text{slice}} d\xi \right)^2 \left[\left\langle \partial_{\xi} \mathcal{Z}^2 \right\rangle_{\text{slice}} - \left\langle \partial_{\xi} \mathcal{Z} \right\rangle_{\text{slice}}^2 \right] \\
&+ \left[\gamma_{\text{ph}}^4 Q^2 \Delta \xi^2 \left\langle \partial_{\xi} \mathcal{Z}^2 \right\rangle_{\text{slice}} \left[\left\langle \mathcal{R}^2 \right\rangle_{\text{beta}} - \left\langle \mathcal{R} \right\rangle_{\text{beta}}^2 \right] \right] \quad (2.24)
\end{aligned}$$

Можно разделить энергетический разброс на две составляющие. Первая обусловлена разностью потенциала кильватерного поля вдоль длины сгустка (слагаемые, выделенные сплошной линией); а вторая обусловлена радиальной разностью силы ускорения кильватерного поля в срезах сгустка (слагаемые, выделенные штриховой линией).

2.2.3 Продольная составляющая разброса по энергии

Рассмотрим продольную часть энергетического разброса:

$$\begin{aligned}
 (\sigma_{\mathcal{E}}^{\parallel})^2 = & 4\gamma_{\text{ph}}^4 \left[\langle \Delta \varphi^2 \rangle_{\text{slice}} - \langle \Delta \varphi \rangle_{\text{slice}}^2 \right] \\
 & + 8\gamma_{\text{ph}}^4 Q \left(\int_{\xi_{\text{inj}}}^{\xi_{\text{out}}} \mathcal{R}^{\text{slice}} d\xi \right) [\langle \Delta \varphi \partial_z \mathcal{Z} \rangle_{\text{slice}} - \langle \Delta \varphi \rangle_{\text{slice}} \langle \partial_z \mathcal{Z} \rangle_{\text{slice}}] \\
 & + 4\gamma_{\text{ph}}^4 Q^2 \left(\int_{\xi_{\text{inj}}}^{\xi_{\text{out}}} \mathcal{R}^{\text{slice}} d\xi \right)^2 [\langle \partial_z \mathcal{Z}^2 \rangle_{\text{slice}} - \langle \partial_z \mathcal{Z} \rangle_{\text{slice}}^2] \quad (2.25)
 \end{aligned}$$

Он состоит из трёх членов: первый описывает энергетический разброс из-за разности в наборе энергии в процессе ускорения разными срезами сгустка вдоль длины сгустка вследствие разного перепада изначального кильватерного потенциала от лазера; третий описывает разброс из-за модификации ускоряющего поля за счет эффекта самовоздействия; и последний (второй в выражении) — перекрёстный член, который описывает их взаимную компенсацию и будет иметь отрицательное значение.

Мы рассмотрим две формы потенциала кильватерного поля:

1. $\varphi_0(\xi) = \varphi_0 \sin \xi$ в линейном случае ускорения,
2. $\varphi_0(\xi) = \varphi_0 [1 - (\frac{2\xi}{\pi} - 1)^2]$ в нелинейном случае.

И мы рассмотрим три формы электронного сгустка:

1. $n_{\text{slice}}(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_L} \exp\left(\frac{-\zeta^2}{2\sigma_L^2}\right)$ — гауссов сгусток,
2. $n_{\text{slice}}(\zeta) = \frac{1}{L} \Theta(L/2 + \zeta) \Theta(L/2 - \zeta)$ — однородный сгусток длины L .
3. $n_{\text{slice}}(\zeta) = \frac{2}{(a+1)L} (a + (1-a)(\frac{\zeta}{L} + \frac{1}{2})) \Theta(L/2 + \zeta) \Theta(L/2 - \zeta)$ — трапециевидные сгусток длины L , где a — это отношение концентрации заряда в конце сгустка к концентрации заряда в начале сгустка: $a = 1$ соответствует однородному сгустку и $a = 0$ соответствует сгустку треугольной формы.

Линейное кильватерное поле, гауссов сгусток:

$$\begin{aligned}
 (\sigma_{\mathcal{E}}^{\parallel})^2 = & 16\gamma_{\text{ph}}^4 \varphi_0^2 \sin^2(\Delta\xi/2) \sigma_L^2 \sin^2(\xi_{\text{inj}} + \Delta\xi/2) \\
 & - \frac{8}{\sqrt{\pi}} \gamma_{\text{ph}}^4 \varphi_0 \sigma_L Q \left(\int \mathcal{R} dz \right) \sin(\Delta\xi/2) \sin(\xi_{\text{inj}} + \Delta\xi/2) + \frac{1}{3} \gamma_{\text{ph}}^4 Q^2 \left(\int \mathcal{R} dz \right)^2 \quad (2.26)
 \end{aligned}$$

$$Q_{\text{opt}} = \frac{12}{\sqrt{\pi}} \varphi_0 \sigma_L \left(\int \mathcal{R} dz \right)^{-1} \sin(\Delta\xi/2) \sin(\xi_{\text{inj}} + \Delta\xi/2) \quad (2.27)$$

$$(\sigma_{\mathcal{E}}^{\parallel})_{\text{opt}}^2 = \frac{16(\pi - 3)}{\pi} \gamma_{\text{ph}}^4 \varphi_0^2 \sin^2(\Delta\xi/2) \sigma_L^2 \sin^2(\xi_{\text{inj}} + \Delta\xi/2) \quad (2.28)$$

$$\frac{2\sigma_{\mathcal{E},\text{opt}}^{\parallel}}{\Delta\mathcal{E}} \approx \frac{2\sigma_{\mathcal{E}}^{\text{long}}}{2\gamma_{\text{ph}}^2 \Delta\varphi_0} = 2\sqrt{\frac{(\pi - 3)}{\pi}} \sigma_L \text{tg}(\xi_{\text{inj}} + \Delta\xi/2) \quad (2.29)$$

Линейное кильватерное поле, равномерный сгусток:

$$\begin{aligned} (\sigma_{\mathcal{E}}^{\parallel})^2 &= \frac{4}{3} \gamma_{\text{ph}}^4 \varphi_0^2 \sin^2(\Delta\xi/2) L^2 \sin^2(\xi_{\text{inj}} + \Delta\xi/2) \\ &- \frac{4}{3} \gamma_{\text{ph}}^4 \varphi_0 L Q \left(\int \mathcal{R} dz \right) \sin(\Delta\xi/2) \sin(\xi_{\text{inj}} + \Delta\xi/2) + \frac{1}{3} \gamma_{\text{ph}}^4 Q^2 \left(\int \mathcal{R} dz \right)^2 \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$Q_{\text{opt}} \approx 2\varphi_0 L \left(\int \mathcal{R} dz \right)^{-1} \sin(\Delta\xi/2) \sin(\xi_{\text{inj}} + \Delta\xi/2) \quad (2.31)$$

В случае равномерного сгустка при выборе оптимального заряда члены первого порядка в разложении L в $\sigma_{\mathcal{E}}$ обнуляются, поэтому необходимо рассматривать члены следующих порядков:

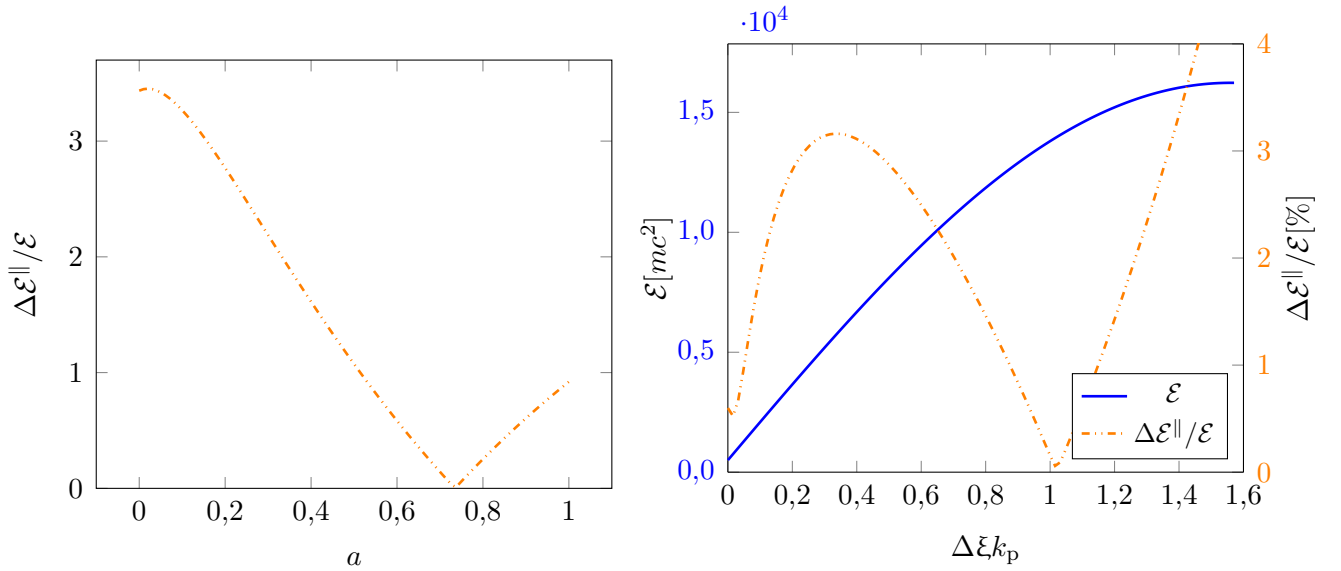
$$\sigma_{\mathcal{E},\text{opt}}^{\parallel} \approx \frac{\sqrt{5}}{15} \gamma_{\text{ph}}^2 \varphi_0 \sin(\Delta\xi/2) (L^2 \sin(\xi_{\text{inj}} \Delta\xi/2) - \frac{L^3}{2} \cos(\xi_{\text{inj}} \Delta\xi/2)) \quad (2.32)$$

$$\frac{2\sigma_{\mathcal{E},\text{opt}}^{\parallel}}{\Delta\mathcal{E}} \approx \frac{\sqrt{5}}{30} (L^2 - \frac{L^3}{2} \text{tg}(\xi_{\text{inj}} + \Delta\xi/2)) \quad (2.33)$$

В данном случае относительный разброс по энергии зависит от второй степени размера сгустка, $\sim L^2$, что соответствует оценки работы [62].

Линейное кильватерное поле, трапецевидный сгусток:

В случае трапецевидного сгустка сложно записать точное выражение для энергетического разброса сгустка, но можно подобрать заряд Q и параметр формы пучка a таким образом, чтобы обнулить энергетический разброс в конце стадии ускорения. Рисунок 2.2 показывает зависимость энергетического разброса от параметра a для длины сгустка $L = 0,4$, радиуса сгустка $\sigma_r = 0,1$, точки инжекции $\xi_{\text{inj}} = \pi/12$, пути ускорения, выраженного в изменении фазы $\Delta\xi = 3/8\pi$, амплитуды кильватерного поля $\varphi_0 = 0,2$, начальной энергии $E_{\text{inj}} = 500$ и начального относительного разброса $\sigma_{\mathcal{E}}/\mathcal{E} = 0,003$ и оптимального значения заряда $Q \approx 9,52 \cdot 10^{-2} \frac{k_0}{k_p}$ пКл. Как видно, для этих параметров ускорения выбор $a \approx 0,73$



а) Зависимость энергетического разброса $\Delta \varepsilon^{\parallel} / \varepsilon$ от параметра a , определяющего форму трапецевидного распределения концентрации сгустка.

б) Средняя энергия ε и энергетический разброс сгустка $\Delta \varepsilon^{\parallel} / \varepsilon$.

Рисунок 2.2 — Влияние формы трапецевидного профиля концентрации на относительный разброс по энергии, связанный с продольной неоднородностью поля (а). Динамика средней энергии и продольной компоненты относительного разброса по энергии электронного сгустка трапецевидной формы в процессе ускорения для оптимального параметра $a = 0.73$ (б).

приводит к нулевому энергетическому разбросу в конце стадии ускорения, что соответствует предсказаниям работы [15]. Рисунок 2.2 иллюстрирует динамику средней энергии и энергетического разброса пучка во время ускорения.

Нелинейное кильватерное поле, гауссов сгусток:

$$(\sigma_{\varepsilon}^{\parallel})^2 = \frac{256}{\pi^4} \gamma_{\text{ph}}^4 \varphi_0^2 \sigma_L^2 \Delta \xi^2 - \frac{32}{\pi^2 \sqrt{\pi}} \gamma_{\text{ph}}^4 Q \varphi_0 \sigma_L \Delta \xi \left(\int \mathcal{R} dz \right) + \frac{1}{3} \gamma_{\text{ph}}^4 Q^2 \left(\int \mathcal{R} dz \right)^2 \quad (2.34)$$

$$Q_{\text{opt}} = \frac{48}{\pi^2 \sqrt{\pi}} \varphi_0 \sigma_L \left(\int \mathcal{R} dz \right)^{-1} \Delta \xi \quad (2.35)$$

$$(\sigma_{\varepsilon}^{\parallel})_{\text{opt}}^2 = \frac{256}{\pi^4} \frac{(\pi - 3)}{\pi} \gamma_{\text{ph}}^4 \varphi_0^2 \Delta \xi^2 \quad (2.36)$$

$$\frac{2\sigma_{\varepsilon, \text{opt}}^{\parallel}}{\Delta \varepsilon} \approx \frac{2\sigma_{\varepsilon}^{\parallel}}{2\gamma_{\text{ph}}^2 \Delta \varphi_0} = \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{(\pi - 3)}{\pi}} \sigma_L \frac{1}{[1 - \frac{2}{\pi}(\xi_{\text{inj}} + \Delta \xi/2)]} \quad (2.37)$$

Нелинейное кильватерное поле, равномерный сгусток:

$$(\sigma_{\mathcal{E}}^{\parallel})^2 = \frac{64}{3\pi^4} \gamma_{\text{ph}}^4 \varphi_0^2 L^2 \Delta \xi^2 - \frac{16}{3\pi^2} \gamma_{\text{ph}}^4 Q \varphi_0 L \Delta \xi \left(\int \mathcal{R} dz \right) + \frac{1}{3} \gamma_{\text{ph}}^4 Q^2 \left(\int \mathcal{R} dz \right)^2 \quad (2.38)$$

$$Q_{\text{opt}} = \frac{8}{\pi^2} \varphi_0 L \left(\int \mathcal{R} dz \right)^{-1} \Delta \xi \quad (2.39)$$

$$(\sigma_{\mathcal{E}}^{\parallel})_{\text{opt}}^2 \approx 0 \quad (2.40)$$

2.2.4 Поперечная составляющая разброса по энергии

Теперь рассмотрим энергетический разброс из-за вариации ускоряющего поля по радиусу. Сначала вычислим $\mathcal{R}(r)$. Для малых поперечных размеров сгустка мы можем предположить:

$$I_0(r) \approx 1, \quad K_0(r) \approx (2 - \gamma - \ln r). \quad (2.41)$$

В этом случае:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}(r) &= \int_0^{\infty} (-\ln [\max(r, r')] + \ln 2 - \gamma) n_{\perp}(r') r' dr' \\ &= (\ln 2 - \gamma) - \ln r \int_0^r n_{\perp} r' dr' - \int_r^{\infty} \ln r' n_{\perp} r' dr' \end{aligned} \quad (2.42)$$

Рассмотрим сгусток с гауссовым радиальным распределением:

$$n_{\perp} = \frac{1}{\sigma_r^2} \exp \left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2} \right). \quad (2.43)$$

Подставляя это в предыдущее уравнение, получаем:

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}(r) &= (\ln 2 - \gamma) - \ln r \int_0^r \frac{1}{\sigma_r^2} \exp\left(\frac{-r'^2}{2\sigma_r^2}\right) r' dr' \\
&\quad - \int_r^\infty \ln r' \frac{1}{\sigma_r^2} \exp\left(\frac{-r'^2}{2\sigma_r^2}\right) r' dr' = (\ln 2 - \gamma) - \ln r \left[1 - \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma_r^2}\right)\right] \\
&\quad - \left[\exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma_r^2}\right) \ln r - \frac{1}{2} \text{Ei}\left(\frac{-r^2}{2\sigma_r^2}\right)\right] = (\ln 2 - \gamma) - \ln r + \frac{1}{2} \text{Ei}\left(\frac{-r^2}{2\sigma_r^2}\right) \\
&= (\ln 2 - \gamma) - \ln \sigma_r + \frac{1}{2} \left[\text{Ei}\left(\frac{-\beta^2}{2}\right) - \ln \beta^2\right], \quad (2.44)
\end{aligned}$$

где мы обозначили

$$\beta^2 = \frac{r^2}{\sigma_r^2} = \frac{a_x^2 \sin^2(\omega_\beta t) + a_y^2 \sin^2(\omega_\beta t + \psi)}{\sigma_r^2} = \alpha_x^2 \sin^2(\omega_\beta t) + \alpha_y^2 \sin^2(\omega_\beta t + \psi). \quad (2.45)$$

Подставляя (2.45) в (2.21б) и усредняя по бетатронному периоду, получаем:

$$\begin{aligned}
\delta \mathcal{E}^{\text{beta}}(\zeta) &= 2\gamma_{\text{ph}}^2 Q \mathcal{Z}'(\zeta) \int_{\xi_{\text{inj}}}^{\xi_{\text{out}}} \mathcal{R}^{\text{beta}} d\xi \\
&= 2\gamma_{\text{ph}}^2 Q \mathcal{Z}'(\zeta) \left\{ \left[\ln 2 - \gamma - \frac{1}{2} \mathcal{B}(\beta) \right] \Delta \xi - \int_{\xi_{\text{inj}}}^{\xi_{\text{out}}} \ln \sigma_r d\xi \right\}, \quad (2.46a)
\end{aligned}$$

$$\mathcal{B}(\beta) = \left[\ln \beta^2 - \text{Ei}\left(\frac{-\beta^2}{2}\right) \right]^{\text{beta}}. \quad (2.46б)$$

Подставляя это в 2.24, получаем поперечный член энергетического разброса:

$$\begin{aligned}
(\sigma_{\mathcal{E}}^\perp)^2 &= \frac{\sigma_r^4}{4r_L^4} \mathcal{E}_{\text{inj}}^2 \ln^2 \frac{\mathcal{E}_{\text{out}}}{\mathcal{E}_{\text{inj}}} \left[\langle (\alpha_x^2 + \alpha_y^2)^2 \rangle_{\text{beta}} - \langle \alpha_x^2 + \alpha_y^2 \rangle_{\text{beta}}^2 \right] \\
&\quad + \gamma_{\text{ph}}^2 Q \Delta \xi \frac{\sigma_r^2}{r_L^2} \mathcal{E}_{\text{inj}} \ln \frac{\mathcal{E}_{\text{out}}}{\mathcal{E}_{\text{inj}}} \langle \partial_\xi \mathcal{Z} \rangle_{\text{slice}} \left[\langle (\alpha_x^2 + \alpha_y^2) \mathcal{B} \rangle_{\text{beta}} - \langle \alpha_x^2 + \alpha_y^2 \rangle_{\text{beta}} \langle \mathcal{B} \rangle_{\text{beta}} \right] \\
&\quad + \gamma_{\text{ph}}^4 Q^2 \Delta \xi^2 \langle \partial_\xi \mathcal{Z}^2 \rangle_{\text{slice}} \left[\langle \mathcal{B}^2 \rangle_{\text{beta}} - \langle \mathcal{B} \rangle_{\text{beta}}^2 \right] \quad (2.47)
\end{aligned}$$

Этот член энергетического разброса состоит из трёх вкладов. Первый — разброс вследствие неоднородности по радиусу изначального кильватерного поля:

$$\begin{aligned}
&\langle (\mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{beta}})^2 \rangle_{\text{beta}} - \langle \mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{beta}} \rangle_{\text{beta}}^2 \\
&= \frac{\sigma_r^4}{4r_L^4} \mathcal{E}_{\text{inj}}^2 \ln^2 \frac{\mathcal{E}_{\text{out}}}{\mathcal{E}_{\text{inj}}} \left[\langle (\alpha_x^2 + \alpha_y^2)^2 \rangle_{\text{beta}} - \langle \alpha_x^2 + \alpha_y^2 \rangle_{\text{beta}}^2 \right] \quad (2.48)
\end{aligned}$$

Мы предполагаем, что амплитуда бетатронных колебаний также имеет распределение Гаусса. Более того, мы предполагаем, что дисперсия этого распределения равна $\sigma_\alpha = \sqrt{2}\sigma_r$, так что поперечный размер пучка не испытывает колебаний из-за бетатронных осцилляций электронов:

$$n_\alpha = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(\frac{-\alpha_{x,y}^2}{4}\right). \quad (2.49)$$

Из этого получаем:

$$\langle (\alpha_x^2 + \alpha_y^2)^2 \rangle_{\text{beta}} = 32 \quad (2.50a)$$

$$\langle \alpha_x^2 + \alpha_y^2 \rangle_{\text{beta}} = 4 \quad (2.50б)$$

$$\langle (\mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{beta}})^2 \rangle_{\text{beta}} - \langle \mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{beta}} \rangle_{\text{beta}}^2 = 4 \frac{\sigma_r^4}{r_L^4} \mathcal{E}_{\text{inj}}^2 \ln^2 \frac{\mathcal{E}_{\text{out}}}{\mathcal{E}_{\text{inj}}} \quad (2.50в)$$

Третий член — разброс из-за эффекта самовоздействия:

$$\langle (\delta \mathcal{E}^{\text{beta}})^2 \rangle_{\text{beta}} - \langle \delta \mathcal{E}^{\text{beta}} \rangle_{\text{beta}}^2 = \gamma_{\text{ph}}^4 Q^2 \langle \partial_\zeta \mathcal{Z}^2 \rangle_{\text{slice}} \Delta \xi^2 [R_2 - R_1^2], \quad (2.51)$$

где

$$R_1 = \left\langle \left(\ln \beta^2 - \text{Ei} \left(\frac{-\beta^2}{2} \right) \right)^{\text{beta}} \right\rangle \approx 0,76, \quad (2.52a)$$

$$R_2 = \left\langle \left[\left(\ln \beta^2 - \text{Ei} \left(\frac{-\beta^2}{2} \right) \right)^{\text{beta}} \right]^2 \right\rangle_{\text{beta}} \approx 0,79, \quad (2.52б)$$

$$R_2 - R_1^2 \approx 0,21, \quad (2.52в)$$

что было вычислено с помощью численного интегрирования.

И последний (второй) член — взаимная компенсация первых двух факторов:

$$\begin{aligned} & 2 \left[\langle \mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{beta}} \delta \mathcal{E}^{\text{beta}} \rangle_{\text{beta}} - \langle \mathcal{E}_{0,\text{out}}^{\text{beta}} \rangle_{\text{beta}} \langle \delta \mathcal{E}^{\text{beta}} \rangle_{\text{beta}} \right] \\ & = \gamma_{\text{ph}}^2 Q \langle \partial_\zeta \mathcal{Z} \rangle_{\text{slice}} \frac{\sigma_r^2}{r_L^2} \mathcal{E}_{\text{inj}} \ln \frac{\mathcal{E}_{\text{out}}}{\mathcal{E}_{\text{inj}}} \left[R_3 - \langle \alpha_x^2 + \alpha_y^2 \rangle_{\text{beta}} R_1 \right], \end{aligned} \quad (2.53)$$

где:

$$R_3 = \left\langle (\alpha_x^2 + \alpha_y^2) \left(\ln \beta^2 - \text{Ei} \left(\frac{-\beta^2}{2} \right) \right)^{\text{beta}} \right\rangle_{\text{beta}} \approx 4,81. \quad (2.54)$$

Из этого мы можем записать полную энергетическую дисперсию среза:

$$\begin{aligned} (\sigma_{\mathcal{E}}^\perp(\zeta))^2 &= 4 \frac{\sigma_r^4}{r_L^4} \mathcal{E}_{\text{inj}}^2 \ln^2 \left(\frac{\mathcal{E}_{\text{out}}}{\mathcal{E}_{\text{inj}}} \right) \\ &+ 1,78 \frac{\sigma_r^2}{r_L^2} \mathcal{E}_{\text{inj}} \ln \left(\frac{\mathcal{E}_{\text{out}}}{\mathcal{E}_{\text{inj}}} \right) \gamma_{\text{ph}}^2 Q \langle \partial_\zeta \mathcal{Z} \rangle_{\text{slice}} \Delta \xi + 0,21 \gamma_{\text{ph}}^4 Q^2 \langle \partial_\zeta \mathcal{Z}^2 \rangle_{\text{slice}} \Delta \xi^2. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Для сгустков с малыми поперечными размерами или лазеров с большим радиусом перетяжки ($\sigma_r \ll r_L$) первыми двумя членами можно пренебречь. В этом случае поперечная компонента разброса зависит только от заряда сгустка, продольной формы, линейно растёт с длиной ускорения и не зависит от радиуса сгустка (при условии, что он остается много меньше характерного радиуса кильватерной волны, $\sigma_r \ll r_L$):

$$\sigma_{\mathcal{E}}^{\perp}(\zeta) \approx 0,46\gamma_{\text{ph}}^2 Q \sqrt{\langle \partial_{\zeta} \mathcal{Z}^2 \rangle_{\text{slice}}} \Delta \xi = 0,23Q \sqrt{\langle \partial_{\zeta} \mathcal{Z}^2 \rangle_{\text{slice}}} \Delta z. \quad (2.56)$$

Вычислим полный разброс для гауссова сгустка в линейном кильватерном поле. Мы пренебрежём изменением оптимального значения заряда из-за добавки в выражение члена, отвечающего за поперечный разброс по энергии, и будем использовать (2.27) как оптимальное значение заряда. Подставляя (2.27) в (2.56):

$$\sigma_{\mathcal{E}}^{\perp}(\zeta) \approx 0,46\gamma_{\text{ph}}^2 \frac{12}{\sqrt{\pi}} \varphi_0 \sigma_L \left(\int \mathcal{R} d\xi \right)^{-1} \sin(\Delta \xi/2) \sin(\xi_{\text{inj}} + \Delta \xi/2) \sqrt{\langle \partial_{\zeta} \mathcal{Z}^2 \rangle_{\text{slice}}} \Delta \xi. \quad (2.57)$$

Теперь в этом уравнении мы можем приближённо вычислить величину $\int \mathcal{R} d\xi$:

$$\begin{aligned} \int_{\xi_{\text{inj}}}^{\xi_{\text{out}}} \mathcal{R}^{\text{slice}} d\xi &= \left[\ln 2 - \gamma - \frac{1}{2} \langle \mathcal{B} \rangle_{\text{slice}} \right] \Delta \xi - \int_{\xi_{\text{inj}}}^{\xi_{\text{out}}} \ln \sigma_r d\xi \\ &= [\ln 2 - \gamma - 0,38] \Delta \xi - \int_{\xi_{\text{inj}}}^{\xi_{\text{out}}} \ln \left(\sigma_{r,\text{inj}} \frac{\mathcal{E}_{\text{inj}}^{1/2}}{\mathcal{E}^{1/2}} \right) d\xi \\ &= \left[\ln 2 - \gamma + 0,12 - \ln \sigma_{r,\text{inj}} - \frac{\mathcal{E}_{\text{out}}}{2(\mathcal{E}_{\text{out}} - \mathcal{E}_{\text{inj}})} \ln \frac{\mathcal{E}_{\text{inj}}}{\mathcal{E}_{\text{out}}} \right] \Delta \xi, \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} \frac{2\sigma_{\mathcal{E},\text{opt}}^{\perp}}{\Delta \mathcal{E}} &\approx 0,46 \frac{12}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\langle \partial_{\zeta} \mathcal{Z}^2 \rangle_{\text{slice}}} \Delta \xi}{\int \mathcal{R} d\xi} \sigma_L \text{tg}(\xi_{\text{inj}} + \Delta \xi/2) \\ &= r_{\text{load}} \sigma_L \text{tg}(\xi_{\text{inj}} + \Delta \xi/2), \end{aligned} \quad (2.59)$$

где

$$r_{\text{load}} \approx \frac{1,8}{0,24 - \ln \sigma_{r,\text{inj}} - \frac{\mathcal{E}_{\text{out}}}{2(\mathcal{E}_{\text{out}} - \mathcal{E}_{\text{inj}})} \ln \frac{\mathcal{E}_{\text{inj}}}{\mathcal{E}_{\text{out}}}}. \quad (2.60)$$

И полный энергетический разброс будет:

$$\frac{2\sigma_{\mathcal{E}}}{\Delta \mathcal{E}} = \sqrt{\left(\frac{2\sigma_{\mathcal{E}}^{\parallel}}{\Delta \mathcal{E}} \right)^2 + \left(\frac{2\sigma_{\mathcal{E}}^{\perp}}{\Delta \mathcal{E}} \right)^2} \quad (2.61)$$

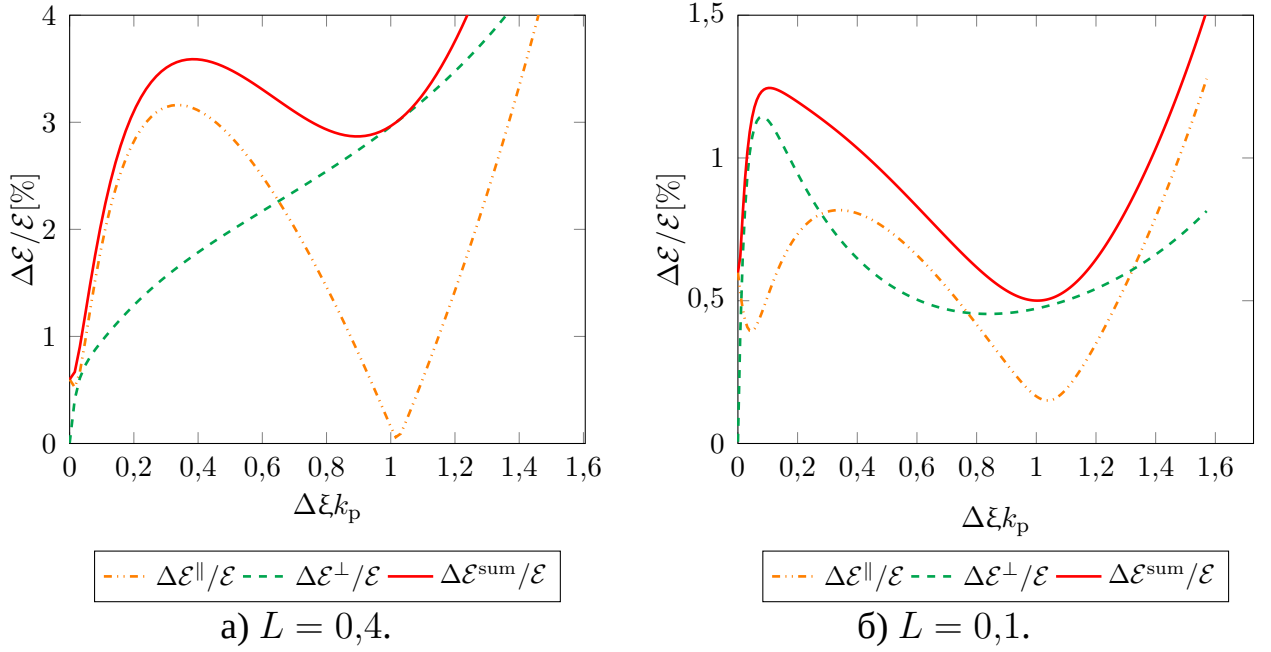


Рисунок 2.3 — Динамика продольной составляющей $\Delta\mathcal{E}^{\parallel}/\mathcal{E}$, поперечной составляющей $\Delta\mathcal{E}^{\perp}/\mathcal{E}$ разброса по энергии и их суммы $\Delta\mathcal{E}/\mathcal{E}$ во время ускорения для разных длин сгустка — $L = 0,4$ (а), $L = 0,1$ (а) — при остальных параметрах, соответствующим Рис. 2.2.

Например, вычислим разброс для сгустка, ускоряющегося с энергии $\mathcal{E}_{\text{inj}} = 500$ до энергии $\mathcal{E}_{\text{out}} = 20\,000$ с разными радиусами σ_r :

$$r_{\text{load}}(0,01) \approx 0,26, \quad \frac{2\sigma_{\mathcal{E},\text{opt}}}{\Delta\mathcal{E}} = 0,50\sigma_L \operatorname{tg}(\xi_{\text{inj}} + \Delta\xi/2), \quad (2.62a)$$

$$r_{\text{load}}(0,05) \approx 0,34, \quad \frac{2\sigma_{\mathcal{E},\text{opt}}}{\Delta\mathcal{E}} = 0,54\sigma_L \operatorname{tg}(\xi_{\text{inj}} + \Delta\xi/2), \quad (2.62б)$$

$$r_{\text{load}}(0,10) \approx 0,39, \quad \frac{2\sigma_{\mathcal{E},\text{opt}}}{\Delta\mathcal{E}} = 0,58\sigma_L \operatorname{tg}(\xi_{\text{inj}} + \Delta\xi/2), \quad (2.62в)$$

$$r_{\text{load}}(0,20) \approx 0,46, \quad \frac{2\sigma_{\mathcal{E},\text{opt}}}{\Delta\mathcal{E}} = 0,63\sigma_L \operatorname{tg}(\xi_{\text{inj}} + \Delta\xi/2). \quad (2.62г)$$

Из этого следует, что поперечный член энергетического разброса может оказывать некоторое влияние на полный разброс, хотя в большинстве случаев незначительное.

Исследуем, как этот поперечный член влияет на общий энергетический разброс сгустка с профилем в виде трапеции. Рисунок 2.3 показывает динамику продольного разброса, поперечного разброса и динамику их суммы для тех же параметров, что и на Рис. 2.2. В этом случае длина сгустка $L = 0,4$ и заряд $Q \approx 9,52 \cdot 10^{-2} \frac{k_0}{k_p}$ пКл или $Q \approx 14,28$ пКл, если мы предположим, что $\frac{k_0}{k_p} \approx \gamma_{\text{ph}} = 150$. Правая картинка показывает динамику разброса для $L = 0,1$

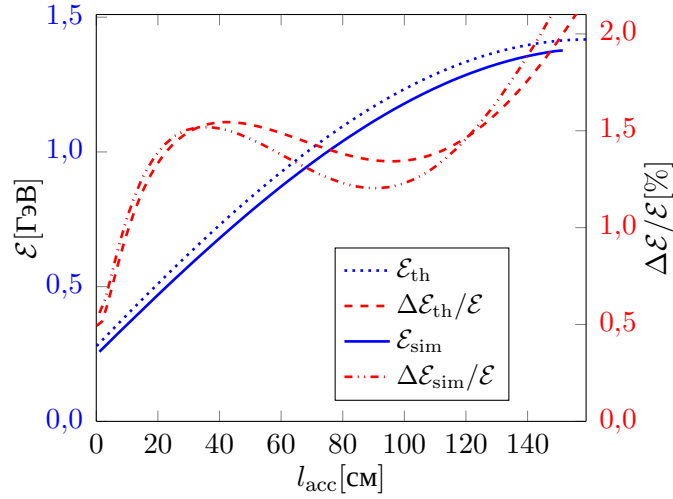


Рисунок 2.4 — Сравнение теории и моделирования: динамика энергии — $\mathcal{E}_{\text{th}}$, $\mathcal{E}_{\text{sim}}$, левая шкала — и энергетического разброса пучка — $\Delta\mathcal{E}_{\text{th}}/\mathcal{E}$, $\Delta\mathcal{E}_{\text{sim}}/\mathcal{E}$, правая шкала — в процессе кильватерного ускорения.

и $Q \approx 3,33$ пКл и тех же остальных параметров. Из этого мы видим, что энергетический разброс вследствие радиальной неоднородности ускоряющих полей в некоторых случаях (особенно для продольно оптимальных форм) может составлять большую часть общего разброса в конце стадии ускорения для оптимальных продольных форм пучка.

2.2.5 Сравнение с моделированием

Теперь сравним результаты этого теоретического анализа с результатами PiC-моделирования. Мы использовали квазистатический PiC код WAKE (подробнее про квазистатическое приближение см. прил. А.2). В этом моделировании мы ускоряли гауссов сгусток с размерами $\sigma_L = \sigma_r = 0,44$, начальной энергией $\mathcal{E}_{\text{inj}} \approx 250$ МэВ и начальным энергетическим разбросом $2\Delta\mathcal{E}/\mathcal{E} \approx 0,54$ позади лазерного пучка с амплитудой $a_0 = 0,6$ в плазме с плотностью электронов $n_e = 4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$. Это соответствует параметрам $\xi_{\text{inj}} = \pi/40$, $\gamma_{\text{ph}} = 150$. В серии simulations было обнаружено, что для этих параметров ускорения оптимальный заряд для минимизации энергетического разброса на длине ускорения $l_{\text{acc}} = 100$ см составляет примерно $Q_{\text{opt,sim}} \approx 1,2$ пКл, тогда как наша теория даёт оптимальный заряд $Q_{\text{opt,th}} \approx 1,13$ пКл. Рисунок 2.4 показывает сравнение динамики энергии и энергетического разброса сгустка во время ускорения между

оценками нашей модели и результатами, полученными с помощью численного PiC-моделирования, для заряда сгустка $Q = 1,2$ пКл. Общая динамика довольно близка к полученной в PiC-моделировании.

2.3 Многостадийное ускорение

Следующим этапом исследования являлся подбор параметров, обеспечивающих достижение энергий электронов порядка нескольких десятков ГэВ в рамках одной стадии лазерно-плазменного кильватерного ускорения [116]. Для численного анализа были выбраны параметры лазерного импульса, соответствующие проекту XCELS [4]; конкретные значения приведены в табл. 1. Наряду с ранее введёнными обозначениями, в данном разделе используется следующее: $P_c = 17\gamma_{ph}^2$ ГэВ — критическая мощность релятивистской самофокусировки.

Для минимизации искажений амплитуды и продольного профиля кильватерных полей при распространении мощного лазерного импульса в плазме предлагается использование предварительно сформированного плазменного канала с радиальной зависимостью электронной плотности $n_e(r) = n_{e,0} [1 + (r/R_{ch})^2]$, где $n_{e,0}$ — плотность электронов на оси канала, а R_{ch} — его характерный радиус. Значение R_{ch} выбирается близким к оценке $R_{ch} = k_p r_0^2/2$, согласующейся с экспоненциальным распределением амплитуды лазерного поля по радиусу с поперечной полушириной r_0 [64; 65].

Использование столь мощных лазерных импульсов в ускорительных стадиях обусловлено необходимостью реализации квазиодномерного режима взаимодействия лазерного излучения с плазмой при сравнительно большом поперечном размере импульса. Применение широкого фокального пятна позволяет предотвратить возникновение кавитации электронной плотности вблизи оси лазерного канала, для чего необходимо условие $a_0^2/\sqrt{1+a_0^2} \leq (k_p r_0)^2/4$ или $a_0 \leq (k_p r_0)^2/4$ при $a_0 \gg 1$ [39]. Кроме того, увеличение радиуса фокального пятна способствует снижению нормализованного эмиттанса формируемого электронного сгустка [66], что является важным условием для сохранения качества пучка при его дальнейшем кильватерном ускорении.

Параметры	Ускоритель
Пиковая интенсивность I_0 , Вт/см ²	$1 \cdot 10^{19}$
Безразмерная напряженность поля a_0	2,4
Мощность P , ПВт	1,3
Длительность (*) τ_L , фс	62
Длина (**) $L_0 = c\tau_L/(2 \ln 2)^{0,5}$, мкм	16
Безразмерная длина $L_\xi = k_p L_0$	0,56
Энергия W , Дж	88
Длина волны λ_0 , мкм	0,9
Радиус фокального пятна r_0 , мкм	92

(*) τ_L – полная длительность лазерного импульса на половине интенсивности

(**) L_0 является экспоненциальной полушириной по амплитуде поля

Таблица 1 — Параметры лазерного импульса

Выбранные параметры ускоряемого электронного сгустка приведены в Табл. 2.

Параметры		Ускоритель
плазма	Концентрация электронов $n_{e,0}$, см ⁻³	$3,4 \cdot 10^{16}$
	Гамма фактор $\gamma_{ph} = \omega_0/\omega_p$	200
	Критическая мощность P_c , ТВт	690
электроны	Заряд сгустка электронов Q_b , пКл	70
	Безразмерная длина сгустка $k_p \sigma_\xi$	0,1
	Безразмерная ширина сгустка $k_p \sigma_r$	0,1

Таблица 2 — Параметры плазмы и ускоряемого сгустка

2.3.1 Оценки для основных каскадов ускорителя

2.3.2 Первый каскад ускорителя электронов

Максимально возможный прирост энергии электронного сгустка на одной стадии кильватерного ускорителя в режиме слабо-нелинейного взаимодействия можно оценить по выражению [39; 67]:

$$\Delta E_{\max} \cong 2mc^2 \gamma_{\text{ph}}^2 \varphi_0, \quad \varphi_0 = a_0^2 A, \quad A = \sqrt{\pi/2} L_{\xi} e^{-L_{\xi}^2/8}/4, \quad (2.63)$$

где $L_{\xi} = k_p L_0$, а максимальный прирост энергии достигается на длине ускорения $L_{\text{acc}} = L_{\text{ph}}/2$, при $L_{\text{ph}} = \lambda_0 \gamma_{\text{ph}}^3$ — длине дефазировки. Из приведённого выражения следует, что величина $\Delta E_{\max}$ возрастает с увеличением амплитуды параметра a_0 . Кроме того, реализация режима лазерно-плазменного ускорения при $a_0 > 1$ способствует уменьшению энергетического разброса ускоряемого сгустка [68]. Вместе с тем, при использовании сравнительно длинных лазерных импульсов и мощностях, превышающих критическое значение ($P > P_c$), наблюдается эффект самофокусировки излучения к оси распространения ($0z$). Этот процесс сопровождается значительным увеличением амплитуды a_0 и развитием кавитации электронной плотности вблизи оси [39; 69], что приводит к разрушению регулярной структуры кильватерных полей и делает невозможным формирование устойчивых электронных сгустков с воспроизводимыми параметрами.

В противоположность этому, использование более коротких лазерных импульсов ($k_p L_0/\sqrt{2} < 1$) обеспечивает их стабильное распространение без существенного изменения формы при условии $P < P_c (k_p L_0/\sqrt{2})^{-1}$ [70]. Повышение верхнего предела мощности P в этом случае связано с частичной компенсацией релятивистской и пондеромоторной нелинейностей [71]. Согласно результатам работы [71], для устойчивого распространения короткого петаваттного лазерного импульса его мощность не должна превышать примерно $6P_c$, что определяет верхнюю границу устойчивого режима кильватерного ускорения.

Расчёт для параметров, приведённых в табл. 1, 2, при которых выполняется соотношение $P \approx 2P_c$, даёт оценку максимально достижимого прироста энергии электронного сгустка $\Delta E_{\max} \simeq 30$ ГэВ без учёта потерь энергии лазерного

импульса, основная часть которых расходуется на генерацию кильватерного поля. Характерная длина, на которой лазерный импульс теряет свою энергию при возбуждении кильватерной волны в резонансном режиме, может быть оценена выражением

$$L_{\text{wake}} \sim (4/\pi)(\delta n/n_{e,0})^{-1}L_{\text{acc}}, \quad (2.64)$$

где δn — амплитуда возмущения электронной плотности относительно её равновесного значения $n_{e,0}$. По результатам численного моделирования (см. ниже) для рассматриваемых параметров получено $\delta n/n_{e,0} \approx 0,85$, что соответствует $L_{\text{wake}} \sim 1,5L_{\text{acc}}$. Наиболее эффективное ускорение наблюдается на длине порядка $L \cong 0,7L_{\text{acc}}$, где, согласно приведённой оценке, следует ожидать падения энергии лазерного импульса примерно на 30 %. С учётом этих потерь величина прироста энергии электронного сгустка составляет $\Delta E_{\text{max}} \simeq 20$ ГэВ на одном ускорительном каскаде, что подтверждается результатами численного моделирования. Увеличение заряда электронного сгустка Q_b сопряжено с противоречием задачи минимизации его нормализованного эмиттанса ε_n , поскольку согласованное с радиальной фокусирующей силой значение ε_n пропорционально квадрату поперечного размера сгустка [66; 72]. Следовательно, уменьшение ε_n требует снижения радиального размера σ_r . Оценки показывают, что при параметрах табл. 1, 2 нормализованный эмиттанс составляет порядка $\varepsilon_n \cong 1$ мм · мрад.

Кроме того, для сохранения низкого значения эмиттанса требуется высокая точность фокусировки лазерного излучения в направляющие структуры (плазменные каналы) [73—75]. В частности, несовпадение оси направляющей структуры с осью распространения лазерного импульса не должно превышать 0,1 мрад для импульса с поперечным размером $r_0 \simeq 50$ мкм [74]. Следует отметить, что увеличение радиуса фокального пятна r_0 несколько ослабляет требования к точности юстировки и фокусировки лазерного импульса.

Для оценки сверху максимально возможного заряда электронного сгустка $Q_{b,\text{max}}$ (или, эквивалентно, максимального числа электронов $N_{b,\text{max}}$) в рассматриваемых условиях воспользуемся линейной теорией кильватерной волны, развитой в работе [15]. Согласно данной теории, величина $N_{b,\text{max}}$ определяется выражением

$$N_{b,\text{max}} = \frac{n_1}{k_p} A_{\text{eff}}, \quad \text{где } A_{\text{eff}} = \frac{\pi r_e^2}{1 - k_p \sigma_r K_1(k_p \sigma_r)},$$

где n_1 — амплитуда возмущения электронной плотности, создаваемого исходным драйвером кильватерной волны; $r_e = e^2/(mc^2) \approx 2,8 \cdot 10^{-13}$ см — классический

радиус электрона; K_1 — модифицированная функция Бесселя второго рода. В предельном случае, когда $k_p \sigma_r \ll 1$, из приведённого выражения следует упрощённая зависимость, позволяющая получить аналитическую оценку верхней границы заряда формируемого сгустка

$$N_{b,\max} = \frac{1/(4\sqrt{\pi})}{\sqrt{n_{e,0}} r_e^3} \frac{n_1/n_{e,0}}{\ln(2) + 1/2 - \gamma_E - \ln(k_p \sigma_r)} \approx \frac{3 \cdot 10^9}{\sqrt{n_{e,0}/1 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}}} \cdot \frac{n_1/n_{e,0}}{0,62 - \ln(k_p \sigma_r)}, \quad (2.65)$$

где $\gamma_E \approx 0,5772$ — константа Эйлера. Полагая, в соответствии с результатами проведенных численных расчетов (см. ниже) $n_1/n_{e,0} \approx 0,85$, получаем из (2.65) для вышеуказанных параметров расчета величину $N_{b,\max} \simeq 1,5 \cdot 10^9$, $Q_{b,\max} \simeq 240$ пКл. Аналитическая оценка на основе результатов предыдущей части главы дает для этих параметров оптимальный заряд сгустка на уровне $Q_{\text{opt}} \approx 40\text{--}50$ пКл, в зависимости от фазы инжекции сгустка, и относительный разброс по энергии на уровне $\Delta E/E \approx 3\%$. Разница с результатами моделирования, приведенными ниже, возможна из-за различий в радиальном движении электронов сгустка. В теоретическом анализе предполагались линейные бетатронные колебания, в то время как для случая наших параметров радиальное движение частиц может иметь принципиально иной характер. Также в результате распространения лазерного импульса в плазме он испытывает фокусировку, тем самым амплитуда кильватерной волны постепенно увеличивается, что не учитывается в теоретическом анализе. Для выбранного заряда 70 пКл теоретический анализ дает разброс по энергии в конце стадии ускорения на уровне 6%.

2.3.3 Численное моделирование

С целью проверки и уточнения проведенных аналитических оценок были выполнены численные расчёты распространения лазерного импульса, генерации кильватерных волн и ускорения в них электронных сгустков при вышеуказанных параметрах лазерного излучения, плазмы и начальных характеристиках электронного пучка. Моделирование проводилось с использованием квазистатического кода WAKE [76], модифицированного для учёта эффекта самовоздействия в процессе ускорения. Пространственный шаг сетки составлял $\Delta \xi k_p = 1,825 \cdot 10^{-3}$ и $\Delta r k_p = 0,006$, а расчётная область имела размеры $4000, \Delta \xi \times 1600, \Delta r$. В модели-

ровании рассматривалась исключительно ускоряющая фаза без учета процессов ввода и вывода ускоряемого сгустка (см. рис. 2.5).

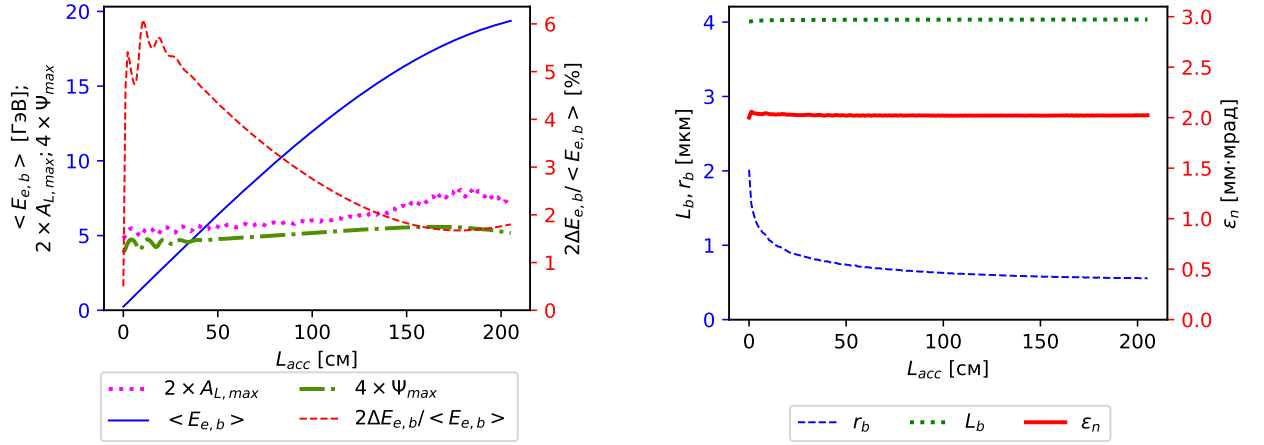
Энергия электронного сгустка на входе в первый ускорительный каскад принималась равной $E_0 = mc^2\gamma_0 = 225$ МэВ, а начальная фаза инжекции относительно границы между фокусирующей и дефокусирующей областями — $\xi_0 = k_p z_0 = 0,25$. Остальные параметры приведены в табл. 1, 2.

Анализ распределения амплитуды лазерного импульса вдоль ускорительной длины показывает, что импульс распространяется без существенных искажений практически на всём протяжении ускорителя, за исключением незначительных осцилляций в начальной области. Это согласуется с выбранными параметрами, для которых выполняется условие $(k_p L_0 / \sqrt{2})(P/P_{cr}) = 0,72$. При таких значениях обеспечивается устойчивое поддержание кильватерного поля, что способствует сохранению стабильных условий ускорения электронного сгустка и положительно влияет на его конечные характеристики.

На графике также видно, что относительный разброс по энергии электронного сгустка в процессе ускорения сначала увеличивается, а затем уменьшается. Начальный рост связан с эффектом самовоздействия пучка и неоднородностью ускоряющего поля на его длине: при инжекции вблизи максимума ускоряющего поля передняя часть сгустка испытывает более интенсивное ускорение, чем задняя. Однако по мере ускорения вследствие дефазировки между сгустком и лазерным импульсом происходит выравнивание ускоряющего поля по длине пучка, а затем задняя часть начинает ускоряться сильнее, догоняя переднюю по энергии. Этот процесс приводит к постепенному уменьшению энергетического разброса на завершающем участке ускорения.

В ходе ускорения нормализованный эмиттанс электронного сгустка сохраняется практически постоянным на уровне $2 \text{ мм} \cdot \text{мрад}$, а радиус меняется в процессе ускорения как $r_b \sim \gamma_b^{-1/2}$, что говорит о согласованном режиме ускорения электронного сгустка с точки зрения его эмиттанса и радиуса.

Результаты численного моделирования показывают возможность эффективного ускорения электронного сгустка с зарядом $Q_b = 70$ пКл на длине ускоряющей области $L_{acc} = 2$ м с приростом энергии порядка $\Delta E = 20$ ГэВ. При этом сохраняются сравнительно малые значения относительного энергетического разброса и нормализованного эмиттанса сгустка.



а) Максимальные значения безразмерной напряженности поля $A_{L,max}$ и кильватерного потенциала Ψ_{max} , а также средняя энергия электронов в сгустке $\langle E_{e,b} \rangle$ и относительный разброс по энергиям электронов в сгустке $2\Delta E_{e,b} / \langle E_{e,b} \rangle$.

б) Нормализованный поперечный эмиттанс ε_n , длина L_b и радиус r_b ускоряемого сгустка.

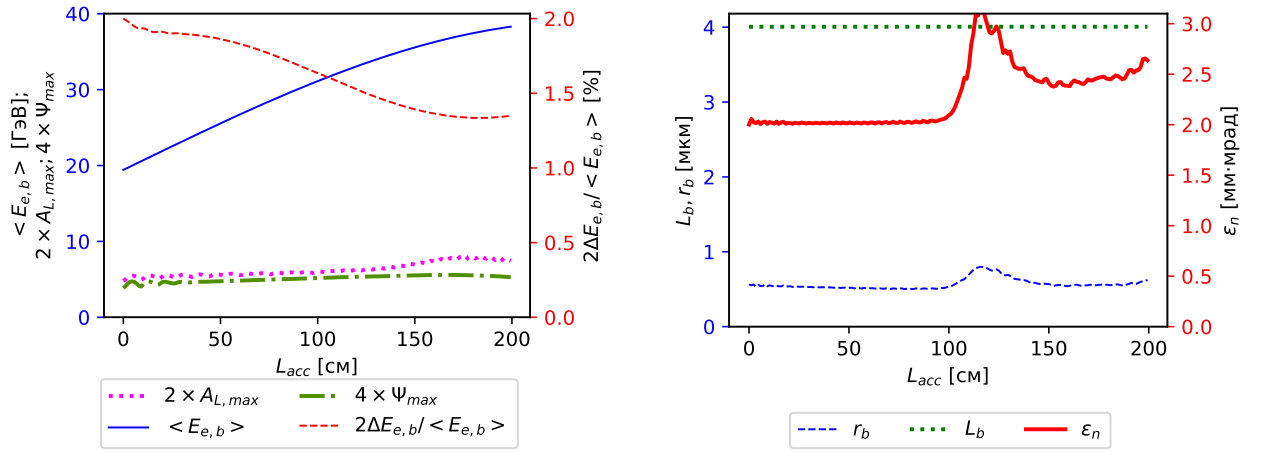
Рисунок 2.5 — Зависимость от длины ускорения L_{acc} ключевых характеристик на оси распространения $0z$ лазерного импульса, кильватерной волны и ускоряемого сгустка для параметров, указанных в Таб. 1, 2.

2.3.4 Ускорение электронов в последующих секциях ускорителя

Для сохранения качества электронного сгустка и обеспечения его эффективного ускорения необходимо согласовать параметры последовательных ускорительных стадий таким образом, чтобы инжекция сгустка с заданными характеристиками в следующий каскад происходила в нужной фазе — вблизи максимума ускоряющей силы. При этом изменение действующих на электроны полей должно иметь адиабатический характер по отношению к бетатронным колебаниям сгустка [77].

С целью минимизации амплитуды колебаний среднеквадратичного радиуса сгустка, а следовательно, и снижения негативного влияния нелинейности поперечной фокусирующей силы на рост эмиттанса, радиус сгустка и его нормализованный эмиттанс в момент инжекции должны быть согласованы с фокусирующей силой кильватерного поля. Это условие выражается соотношением

$$\varepsilon_n = k_p \sigma_F^2 \gamma_0 \Omega_0, \quad (2.66)$$



а) Максимальные значения безразмерной напряженности поля $A_{L,max}$ и кильватерного потенциала Ψ_{max} , а также средняя энергия электронов в сгустке $\langle E_{e,b} \rangle$ и относительный разброс по энергиям электронов в сгустке $2\Delta E_{e,b}/\langle E_{e,b} \rangle$.

б) Нормализованный поперечный эмиттанс ε_n , длина L_b и радиус r_b ускоряемого сгустка.

Рисунок 2.6 — Зависимость от длины ускорения L_{acc} ключевых характеристик на оси распространения $0z$ лазерного импульса, кильватерной волны и ускоряемого сгустка во втором каскаде ускорителя. Параметры лазерного импульса и плазмы такие же, как в Таб. 1, 2, а параметры сгустка электронов такие же, как на выходе из 1 каскада ускорителя, см. Рис. 2.5.

где $\Omega_0 = \sqrt{\alpha/\gamma_e}$ — частота бетатронных колебаний, а параметр $\alpha = -r^{-1}\partial_r\varphi$ определяется поперечным градиентом кильватерного потенциала φ [66; 72].

Адиабатическое изменение действующих на электроны сил при транспортировке сгустка между каскадами может быть обеспечено использованием плазменных каналов с линейно изменяющимся профилем плотности: возрастающим на входе и убывающим на выходе каждой ускоряющей секции. Продольная протяжённость такого плавного перехода должна превышать длину волны бетатронных колебаний сгустка в несколько раз. Кроме того, фокальная плоскость лазерного импульса при его распространении в вакууме должна совпадать с началом однородной части плазменного канала [77; 78]. Для параметров, приведённых в табл. 1, 2, длина волны бетатронных колебаний в момент инжекции в первую секцию составляет порядка $\lambda_\beta = r_0/2\sqrt{\gamma_0/(\xi_0\varphi_0)} \simeq 2$ мм, а характерная длина плавного входа и выхода — в пределах 6–10 мм.

На рис. 2.6 представлены результаты моделирования ускорения электронного сгустка, инжектированного во вторую секцию ускорителя. Параметры сгустка на входе второй секции принимались равными параметрам пучка на выходе из первой. В данном предварительном расчёте согласование первой и второй ускорительных стадий посредством промежуточной плазменной секции не выполнялось. Полученные результаты показывают снижение относительного энергетического разброса ускоренного во второй секции сгустка до уровня порядка 1 % и увеличение его средней энергии до 40 ГэВ, что подтверждает эффективность предложенной схемы каскадного кильватерного ускорения.

2.4 Выводы

Проведён теоретический анализ динамики относительного энергетического разброса электронного сгустка в процессе его лазерно-плазменного кильватерного ускорения с учётом эффекта самовоздействия (beam loading). Полученные аналитические соотношения позволяют описать эволюцию энергетического распределения электронов при заданных параметрах кильватерной волны и характеристиках сгустка. На основе анализа найдено оптимальное соотношение параметров, при котором в конце ускоряющей стадии достигается минимальное значение относительного разброса по энергии. Теоретические выводы находятся в хорошем согласии с результатами численного моделирования как в линейном, так и в слабонелинейном режимах взаимодействия.

Выполненное трёхмерное численное моделирование продемонстрировало возможность реализации многокаскадной схемы лазерно-плазменного ускорителя лептонов, обеспечивающей достижение энергий до $\approx 60\text{--}100$ ГэВ при использовании 3–5 ускорительных каскадов. При этом сохраняются высокие параметры качества ускоряемых сгустков: нормализованный эмиттанс $\varepsilon_n \simeq 1$ мм · мрад и относительный энергетический разброс $2\Delta E_{e,b}/\langle E_{e,b} \rangle \simeq 1\%$.

Сформированные в таких условиях ультракороткие электронные сгустки — с длительностью порядка нескольких десятков аттосекунд, энергией свыше нескольких десятков ГэВ и низким эмиттансом — представляют значительный интерес для практического применения. Они могут быть использованы для генерации когерентных источников коротковолнового излучения вплоть до диапазона

гамма-квантов, а также для проведения фундаментальных экспериментов в области квантовой электродинамики, включая исследование процессов генерации электрон-позитронных пар при взаимодействии таких сгустков с лазерными импульсами сверхвысокой интенсивности ($1 \cdot 10^{23} - 1 \cdot 10^{24} \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2}$). Создание экспериментальной установки, способной формировать пучки электронов с подобными характеристиками, откроет путь к практической реализации лептонного коллайдера тераэлектронвольтового диапазона энергий и станет важным шагом в развитии физики высоких энергий.

Глава 3. Лазерно-плазменный источник рентгеновского и гамма излучений и вторичных частиц

3.1 Введение

3.1.1 Лазерно-плазменные источники рентгеновского и гамма излучения

Ускоренные лазерно-плазменными методами электроны можно использовать для получения жёсткого рентгеновского и гамма-излучения. Такие электроны, взаимодействуя с лазерным полем или плотной мишенью, способны излучать фотоны с энергиями вплоть до десятков или сотен МэВ, формируя компактные источники гамма-излучения.

Например, одним из способов получения высокоэнергетических фотонов является бетатронное излучение, возникающее при колебаниях электронов, испытывающих кильватерное ускорение, в фокусирующем поле ионного канала. Спектр такого излучения синхротроноподобен и охватывает диапазон от нескольких кэВ до единиц МэВ [79; 80]. При оптимизации условий инжекции и плотности плазмы возможно существенное усиление выхода бетатронных фотонов и сдвиг спектра в область γ -квантов.

Еще одним способом получения коллимированных пучков высокоэнергетических фотонов является обратное комптоновское рассеяние (Inverse Compton Scattering, ICS). Данный способ генерации жесткого излучения реализуется при столкновении релятивистских электронов с лазерным импульсом. В результате энергия фотонов увеличивается примерно в $4\gamma^2$ раз, что позволяет получать узкополосные и поляризованные γ -пучки [81].

Бетатронное и комптоновское излучение обеспечивают компактные и относительно узкополосные источники, подходящие для высокоточных диагностик и медицинских применений.

Если же главным критерием источника жесткого излучения является общий поток гамма-квантов, то более привлекательным механизмом генерации является тормозное излучение. Оно возникает при взаимодействии высокоэнергетических электронов с массивными высоко- Z конвертерами (например, W, Au, Ta). Такие

источники отличаются высоким флюенсом и широкой спектральной полосой, что делает их удобными для радиографии плотных материалов и генерации вторичных нейтронов [82].

3.1.2 Прямое лазерное ускорение электронов при взаимодействии лазера с плазмой

Прямое лазерное ускорение (Direct Laser Acceleration, DLA) описывает процесс непосредственной передачи энергии от электромагнитного поля интенсивного лазерного импульса электронам в плазме. В отличие от ускорения в волне пробоя (Laser Wakefield Acceleration, LWFA), где ускоряющее поле создаётся плазменной волной, DLA происходит при резонансном взаимодействии электронов с поперечным электрическим полем лазера, обычно внутри плазменного канала.

В разреженной или околокритической плазме высокоинтенсивный лазерный импульс ($a_0 \gtrsim 1$) вытесняет электроны, формируя частично эвакуированный канал. Внутри этого канала электроны совершают бетатронные колебания в фокусирующем ионном канале и одновременно взаимодействуют с полем лазера. Эффективный перенос энергии происходит, когда выполняется условие резонанса:

$$N\omega_\beta = (\omega - k_{\parallel}v_{\parallel}),$$

где ω и $k_{\parallel}$ — частота и продольное волновое число лазера, а $v_{\parallel}$ — продольная скорость электрона [29; 83; 84].

Первые экспериментальные признаки DLA были зафиксированы Ганом и др. (1999), которые наблюдали пучки электронов с энергией в несколько МэВ, возникающие при прямом ускорении в плазменных каналах [83]. Многомерное PiC-моделирование Пухова и Мейер-тер-Фена [29] подтвердило, что релятивистская самофокусировка и формирование каналов позволяют реализовать эффективное DLA. Позднее работы Арефьева и др. [84] уточнили роль резонанса и квазистатических полей, а эксперименты в релятивистски прозрачной плазме [85] и в присутствии сильных магнитных полей [86] расширили диапазон применимости метода. Недавние эксперименты с многокилоджоульными лазерами [87] показывают, что DLA остаётся ключевым механизмом при экстремальных энергиях.

3.2 Анализ процесса генерации тормозного излучения в веществе

3.2.1 Теоретическое описание и оценки

Для выявления факторов, определяющих поток тормозного излучения с тыльной стороны мишени-конвертера, кратко рассмотрим теоретическую модель, учитывающую распространение и торможение в конвертере электронов и поглощение фотонов. Аналогичная модель в пренебрежении процессами (рамановского) рассеяния фотонов, а также рассеянием электронов и потерями их энергии в результате столкновений ранее предложена в [88].

Число фотонов N_{ph} , испущенных с тыльной стороны мишени толщиной d в единицу телесного угла $d\Omega$ на единичный интервал энергий dE_{ph} под углом α к нормали к мишени Ox может быть записано в виде:

$$\frac{dN_{\text{ph}}(E_0, E_{\text{ph}}, \alpha, d)}{dE_{\text{ph}}d\Omega} = n_a \int_{E_f(E_0, E_{\text{ph}}, d)}^{E_0} \frac{dE}{S_p(E)} \frac{d^2\sigma_{\text{br}}(E, E_{\text{ph}}, \alpha)}{dE_{\text{ph}}d\Omega} \exp \left\{ - \int_{x(E, E_0)}^d \frac{dx' / \cos(\alpha(x'))}{l_{\text{ph}}(E, x')} \right\}, \quad (3.1)$$

где n_a – концентрация атомов в мишени, $d^2\sigma_{\text{br}}$ – дважды дифференциальное сечение тормозного излучения, E и E_{ph} – энергии электрона и фотона, соответственно, E_0 – начальная энергия электрона на входе в конвертер, $x(E, E_0)$ – расстояние от электрона до передней поверхности, выражаемое через его энергию как

$$\int_0^{x(E, E_0)} dx / \cos(\beta(x)) = \int_{\max\{E, E_{\text{ph}}^{\min}\}}^{E_0} dE / S_p(E); \quad (3.2)$$

$\beta(x)$ и $\alpha(x)$ – соответственно, углы наклона траекторий электронов и фотонов к нормали Ox к мишени; для электронов больших энергий ($\gamma \gg 1$) выражение для среднеквадратичного угла β можно записать как [89]

$$\beta_{\text{rms}} \simeq (26.6/\gamma) \sqrt{x/l_{\text{rad}}}; \quad (3.3)$$

$E_f = E_{\text{ph}}$, если $x(E_f, E_0) \leq d$, при $x(E_f, E_0) > d$ электрон покидает мишень, тогда E_f – корень уравнения $x(E_f, E_0) = d$; $S_p(E)$ – функция потерь энергии электронами, которая для электронов больших энергий $E_0 \gtrsim 10$ МэВ определяется не столкновениями с ионами, а потерями энергии на излучение, т.е. радиационной

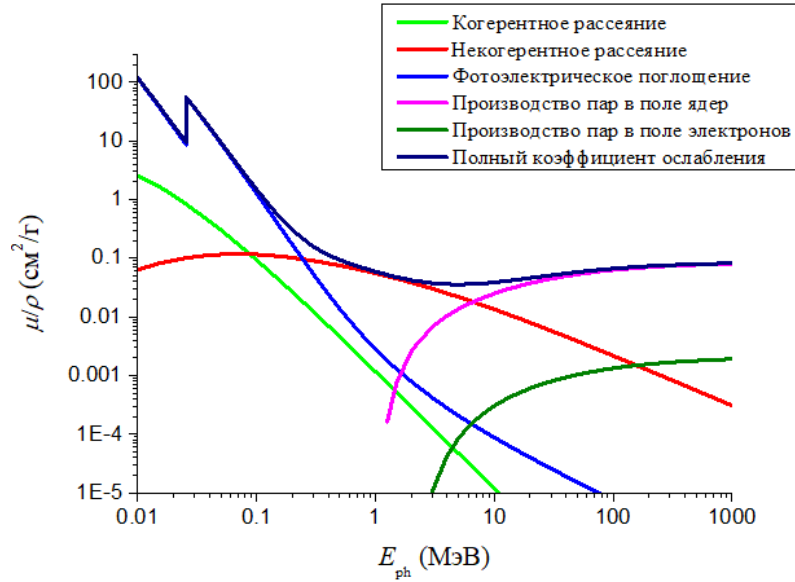


Рисунок 3.1 — Массовый коэффициент ослабления излучения в серебре в зависимости от энергии квантов [93].

длинной l_{rad} [90—92]:

$$S_p(E) \approx E/l_{rad}. \quad (3.4)$$

Основными физическими процессами, определяющими коэффициент $\mu(E_{ph}) \equiv 1/l_{ph}$ в различных диапазонах энергии квантов являются фотоэлектрическое поглощение (при $E_{ph} \lesssim 0,5$ МэВ), некогерентное (комптоновское) рассеяние ($0,5 \text{ МэВ} \lesssim E_{ph} \lesssim 10 \text{ МэВ}$) и производство электрон-позитронных пар в поле ядер ($E_{ph} \gtrsim 10 \text{ МэВ}$), см. Рис. 3.1, где показаны составляющие обычно указываемой в таблицах величины $\mu(E_{ph})/\rho$ [см²/г] для серебра [93]. Характерные длины пробега гамма-фотонов l_{ph} для различных веществ (титан, серебро, золото, вольфрам) в рассматриваемом диапазоне гамма-квантов показаны на Рис. 3.2, вместе с радиационными длинами l_{rad} , подсчитанными по ниже приведенной формуле (3.11). Из приведенных на Рис. 3.2 данных следует, что для рассматриваемых здесь и далее материалов конвертора с большим зарядом ядра Z_n характерные длины пробега фотонов l_{ph} быстро возрастают от 0,1 до нескольких мм в диапазоне энергий кванта от 0,1 до 1 МэВ и слабо меняются в диапазоне энергий кванта от 1 МэВ, находясь при этом в диапазоне значений $l_{ph} \in [6; 25]$ мм.

Спектр тормозного излучения, испускаемого с тыльной стороны мишени пучком электронов с начальным распределением по энергии $f_h(E_0)$ (нормированным на 1) с полным числом электронов N_b выражается в виде

$$\frac{dN_{ph}(E_{ph}, d)}{dE_{ph}} = N_b \int d\Omega \int_{E_{ph}}^{E_0^{\max}} \frac{dN_{ph}(E_0, E_{ph}, \alpha, d)}{dE_{ph} d\Omega} f_h(E_0) dE_0, \quad (3.5)$$

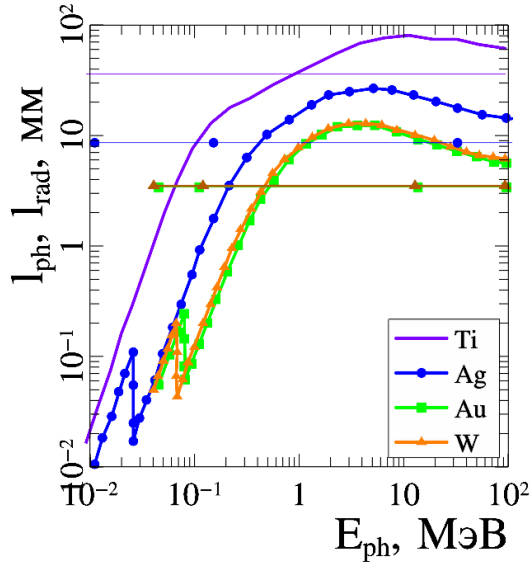


Рисунок 3.2 — характерные длины пробега l_{ph} гамма квантов, в зависимости от энергии кванта (толстые линии), а также характерные радиационные длины l_{rad} , вычисленные по (3.11) (тонкие горизонтальные прямые) для различных веществ.

где $E_0^{\max} > E_{ph}$ — верхняя граница спектра электронов. Полное число фотонов, испускаемое в интервале энергий $E_{ph}^{\min} \leq E_{ph} \leq E_{ph}^{\max}$ равно

$$N_{ph} = \int_{E_{ph}^{\min}}^{E_{ph}^{\max}} \frac{dN_{ph}(E_{ph}, d)}{dE_{ph}} dE_{ph}. \quad (3.6)$$

Дифференциальное по энергиям фотона сечение тормозного излучения релятивистских электронов может быть аппроксимировано формулой Бете-Гейтлера [91; 92]:

$$\frac{d\sigma_{br}(E_0, E_{ph})}{dE_{ph}} = \frac{4r_e^2}{137} Z_n(Z_n + 1) \frac{1}{E_{ph}} F(\Upsilon, E_0, E_{ph}), \quad (3.7)$$

где $r_e = e^2/(mc^2)$ — классический радиус электрона, Z_n — заряд ядра, $F(\Upsilon, E_0, E_{ph})$ — функция, определяемая степенью Υ экранирования ядра полем атомных электронов, равной отношению эффективного размера атома (в модели Томаса-Ферми) к максимальному значению прицельного параметра, который определяет область взаимодействия, дающую вклад в процесс излучения [91],

$$\Upsilon = 100 \frac{mc^2}{E_0} \frac{E_{ph}}{E_0 - E_{ph}} Z_n^{-1/3}. \quad (3.8)$$

Меньшие значения Υ соответствуют большему экранированию. Согласно (3.8), экранирование увеличивается при возрастании E_0 . Для $E_0 \gg mc^2$ величина $F(\Upsilon, E_0, E_{ph})$ дается следующими выражениями:

При $\Upsilon > 15$ (отсутствие экранирования):

$$F_{\Upsilon > 15}(E_0, E_{\text{ph}}) = \left(1 + a^2 - \frac{2}{3}a\right) \left[\ln \left(\frac{2E_0}{m_e c^2} \frac{E_0 - E_{\text{ph}}}{E_{\text{ph}}} \right) - \frac{1}{2} - f(Z_n) \right], \quad a = 1 - \frac{E_{\text{ph}}}{E_0}; \quad (3.9)$$

При $\Upsilon \approx 0$ (полное экранирование):

$$F_{\Upsilon \approx 0}(E_0, E_{\text{ph}}) = \left(1 + a^2 - \frac{2}{3}a\right) \left[\ln \left(183 Z_n^{-1/3} \right) + \frac{1}{9}a - f(Z_n) \right], \quad a = 1 - \frac{E_{\text{ph}}}{E_0}, \quad (3.10)$$

$f(Z_n) = \tilde{z}^2 \left(\frac{1}{1+\tilde{z}^2} + \frac{0,5}{4+\tilde{z}^2} + \frac{0,333}{9+\tilde{z}^2} + \frac{0,25}{16+\tilde{z}^2} \right)$, $\tilde{z} \equiv Z_n/137$, – кулоновская поправка, уточняющая борновское приближение для больших Z_n [91]. При промежуточных значения Υ между 0 и 15, функция $F(\Upsilon, E_0, E_{\text{ph}})$ аппроксимируется выражениями, указанными в [91].

В большем диапазоне рассматриваемых нами ниже параметров следует, что дифференциальное сечение тормозного излучения σ_{br} в большей области рассматриваемых параметров (энергии электронов $10 \text{ МэВ} \lesssim E_0 \lesssim 300 \text{ МэВ}$, энергии гамма-квантов $100 \text{ кэВ} \lesssim E_{\text{ph}} \lesssim 100 \text{ МэВ}$, заряд ядра ионов $Z_n \gg 1$):

- пропорционально Z_n^2 ;
- обратно пропорционально E_{ph} ;
- слабо зависит от энергии электрона E_0 при E_{ph} не близком к E_0 и обрывается при $E_{\text{ph}} \rightarrow E_0$.

Таким образом, чтобы увеличить сечение тормозного излучения σ_{br} для случая генерации жестких гамма квантов с заданной энергией E_{p} , необходимо выбрать мишени с максимальным Z_n и обеспечить поток электронов, энергия E_0 которых с достаточным запасом (на десятки %) превышает E_{ph} .

Из выражения (3.5) в пренебрежении поглощением фотонов, формулы (3.10), взятой при $a \rightarrow 0$, и выражения (3.7), умноженного на E_{ph} и проинтегрированного по всем E_{ph} от 0 до E_0 , следует, что в таком приближении относительная потеря энергии электрона на излучение фотонов $dE/E = dx/l_{\text{rad}}$ на длине пути dx , причем радиационная длина в этом случае дается выражением [91; 92]

$$l_{\text{rad}} = \left\{ n_a \frac{4r_e^2}{137} Z_n (Z_n + 1) \left[\ln \left(183 Z_n^{-1/3} \right) - f(Z_n) \right] \right\}^{-1}. \quad (3.11)$$

Согласно (3.11), для титана, серебра, золота, вольфрама, свинца $l_{\text{rad}} \approx 36,2; 8,6; 3,4; 3,5; 5 \text{ мм}$ соответственно, см. на Рис. 3.2 сравнение с величинами l_{ph} .

Анализ вышеприведенной модели показывает, что выход γ -квантов N_{ph} определяется 3 основными факторами: i) количеством генерируемых γ -квантов на единице длины, ii) поглощением γ -квантов в толщине мишени, iii) потерями энергии электронов. При этом N_{ph} и E_γ определяются следующими физическими величинами:

- энергией E_0 налетающего электрона;
- отношениями $E_{min} = E_{ph,min}/E_0$ и $E_{max} = E_{ph,max}/E_0$ энергий левой и правой границ рассматриваемого диапазона энергий квантов к энергии E_0 ;
- отношением $D_r = d/l_{rad}$ толщины мишени d к радиационной длине l_{rad} : величина D_r должна быть достаточно велика, чтобы электрон передал заметную часть своей энергии энергиям излученных квантов;
- отношением $D_p = d/l_{ph}$ толщины мишени d к пробегу фотонов в веществе l_{ph} : чем больше величина D_p , тем больше будет поглощение и, соответственно, тем меньше будет выход N_{ph} с тыльной стороны мишени. Т.к. $D_r = D_p/L_{r-p}$, где $L_{r-p} \equiv l_{rad}/l_{ph}$, то ясно, что помимо обеспечения максимальной величины Z_n , для повышения N_{ph} желательно выбирать вещества с минимальным значением L_{r-p} , т.к. в этом случае при той же величине D_p (для которой требуется $D_p \ll 1$) можно получить большие значения величины D_r .

Для обеспечения максимальной величины потока гамма-квантов N_{ph} необходимо:

- Выбрать такую оптимальную толщину мишени $d = d_{opt}$, при которой обеспечиваются оптимальные значения величин D_r и D_p , см. выше. Из Рис. 3.2 видно, что при характерных энергиях фотонов $E_{ph} < E_{r-p}$, где $E_{r-p} \simeq 0,5-1$ МэВ, в зависимости от вещества, величина L_{r-p} становится больше 1. Это должно приводить к снижению величины d_{opt} , по сравнению со случаем генерации фотонов больших энергий. Из Рис. 3.2 также видно, что для различных веществ, указанных на рисунке, можно написать следующие соотношения для их оптимальных длин: $d_{opt}(\text{титан}) > d_{opt}(\text{серебро}) > d_{opt}(\text{золото}) \approx d_{opt}(\text{вольфрам})$.
- Учесть, что понижение энергии электронов ведет к увеличению угла их рассеяния β , а значит и угла вылета фотонов α относительно нормали к мишени. Это приводит к уменьшению оптимальной толщины мишени d_{opt} .

- Выбрать твердотельную мишень с большой плотностью вещества, чтобы обеспечить максимальную концентрацию атомов n_a .
- Обеспечить большое число частиц в электронном пучке N_b .
- Обеспечить энергию электронов в пучке, превышающую требуемую энергию гамма-квантов E_{ph} (см. выше).

Для практических применений часто необходим поток гамма-квантов с минимальной угловой расходимостью и с минимальными пространственными размерами источника. Имея в виду, что ультрарелятивистские электроны излучают в узком конусе вдоль направления их движения с углом раствора $\theta_{eff} \approx \sqrt{\left(\frac{mc^2}{E_0}\right)^2 + \left(\frac{\hbar\omega_p}{E_{ph}}\right)^2} \simeq mc^2/E_0$, где $\omega_p = \sqrt{4\pi n_e e^2/m}$ — плазменная частота [91], отсюда следует необходимость обеспечения минимально возможного нормализованного эмиттанса электронов в пучке.

3.2.2 Моделирование генерации тормозного излучения от монохроматических электронных пучков

Основным инструментом моделирования процессов прохождения жёсткого излучения и пучков высокоэнергетичных частиц через различные среды являются методы Монте-Карло. На сегодняшний день наибольшее распространение для решения подобных задач, включая моделирование генерации тормозного рентгеновского излучения при взаимодействии лазерно-ускоренных электронных пучков с конвертерными мишенями из материалов с высоким атомным номером, получили два вычислительных комплекса — FLUKA [94—96] и Geant4 [97; 98].

В рамках настоящей главы для численного моделирования был выбран пакет Geant4, представляющий собой универсальную платформу для симуляции взаимодействия частиц с веществом. Данный инструментарий обеспечивает широкий набор функциональных возможностей, включая точное отслеживание траекторий частиц, задание произвольной геометрии исследуемых систем и использование большого спектра физических моделей, описывающих взаимодействия частиц в различных диапазонах энергий.

Реализованные в Geant4 физические процессы охватывают широкий энергетический диапазон — от десятков электронвольт до сотен тераэлектронвольт —

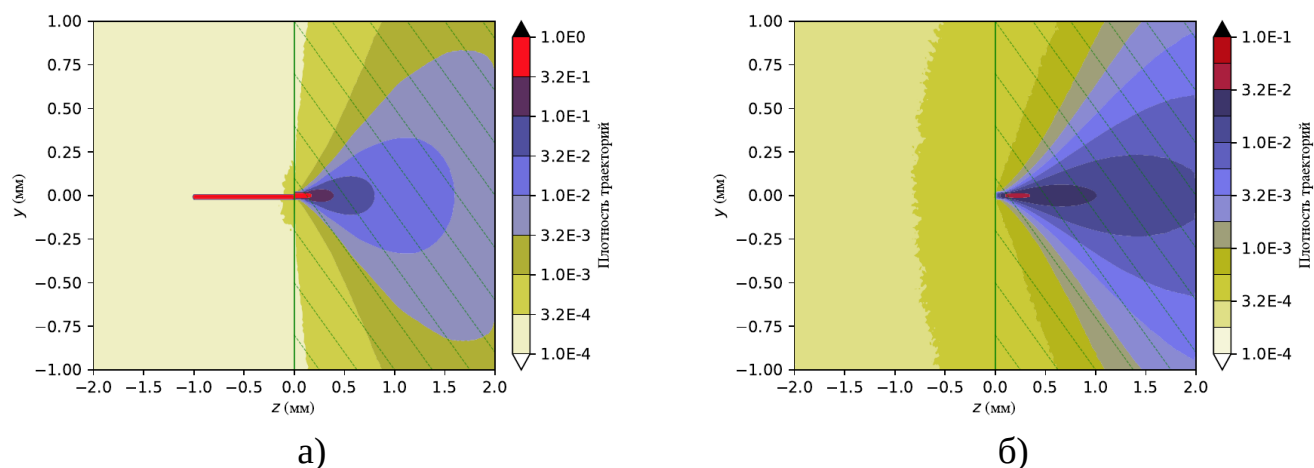


Рисунок 3.3 — Траектории электронов (а) и фотонов (б) при взаимодействии электронов с начальной энергией $E_0 = 10$ МэВ с серебряным конвертером.

и включают как электромагнитные, так и адронные и оптические взаимодействия. В библиотеке присутствует обширный набор элементарных частиц, стабильных и долгоживущих ядер, а также материалов и химических элементов. Среди электромагнитных процессов, моделируемых в Geant4, реализованы ионизация, тормозное излучение, многократное рассеяние, комптоновское и рэлеевское рассеяние, фотоэффект, образование пар, аннигиляция, а также процессы синхротронного и переходного излучения, сцинтилляции, преломления, отражения, поглощения и излучения Черенкова.

Для оптимизации были выбраны начальные энергии электронов в диапазоне 1–300 МэВ. Четыре элемента были выбраны в качестве возможного материала мишени — титан (Ti), серебро (Ag), вольфрам (W) и золото (Au). Толщина мишени варьировалась в пределах значений 100 мкм – 10 мм. Статистика собиралась на основе результатов 12 000 000 моделировании взаимодействия одного электрона с мишенью. На рисунке 3.3а и рисунке 3.3б представлены примеры траекторий электронов и генерируемых гамма-квантов при подобном взаимодействии.

Спектры тормозного гамма-излучения в зависимости от материала и толщины конвертера

Сначала рассмотрим спектры генерируемых при прохождении электрона через конвертер гамма-квантов. На рисунках 3.4-3.6 изображены спектры гене-

рируемых гамма квантов, в зависимости от начальной энергии электрона, а также материала и толщины мишени. Можно сразу заметить несколько характерных черт данных спектров. В первую очередь, данные спектры ограничены по энергии сверху энергией налетающего электрона. Также можно заметить различие характера спектров гамма квантов для разных материалов конвертера, обусловленное различиями длин пробега фотонов l_{ph} и радиационных длин l_{rad} а также различиями в сечениях тормозного излучения для этих материалов. Отметим, что спектры золота и вольфрама практически не отличаются, так как имеют почти одинаковую плотность около 19 г/см^3 , а так же имеют схожие заряды ядра – 74 для вольфрама и 79 для золота, вследствие чего имеют практически совпадающие длины пробега фотонов и радиационные длины, рисунок 3.2.

При малых толщинах мишени (0,1 мм) поглощение квантов и потери энергии электронами малы и в области энергий квантов свыше 200 кэВ, длина пробега фотонов (как и радиационная длина) много больше толщины мишени.

Поэтому для этой части спектра значения спектральной функции dN_γ/dE тем большие, чем больше заряд ядра, в соответствии с формулой Бете-Гайтлера (3.1), см рисунки 3.4а-3.6а. При возрастании толщины конвертера существенную роль начинает играть потери энергии электронов в конвертере, которые тем больше, чем меньше радиационная длина l_{rad} , обратно пропорциональная концентрации атомов вещества и квадрату заряда его ядер, а также поглощение фотонов в конвертере, которое существенно увеличивается при снижении энергии фотонов с 1 до 0,1 МэВ, что проявляется в снижении длины пробега фотона l_{ph} , см. рисунок 3.2. Из рисунка 3.2 видно, что величины l_{ph} , равно как и величины l_{rad} больше для веществ с меньшим зарядом ядер – титан и серебро.

При толщинах конвертера 1 мм и более для более тяжелых веществ с меньшими l_{ph} и l_{rad} (золото, вольфрам) при энергиях электронов 10 МэВ и менее и в области энергий квантов менее 200 кэВ потери энергии электронов и поглощение фотонов в конвертере приводят к существенному снижению величины dN_γ/dE , см. рисунки 3.4в, 3.4г и 3.5в, 3.5г. Из этих соображений целесообразно выбирать титан или серебро, если с помощью пучка относительно низкоэнергетических электронов (10 МэВ и менее) необходимо получить поток гамма квантов в спектральном диапазоне 100–200 кэВ.

Для больших начальных энергий электронов (100–300 МэВ) их потери энергии для той же длины пробега в веществе становятся менее существенными для генерации гамма квантов значительно меньших энергий. На длине пробе-

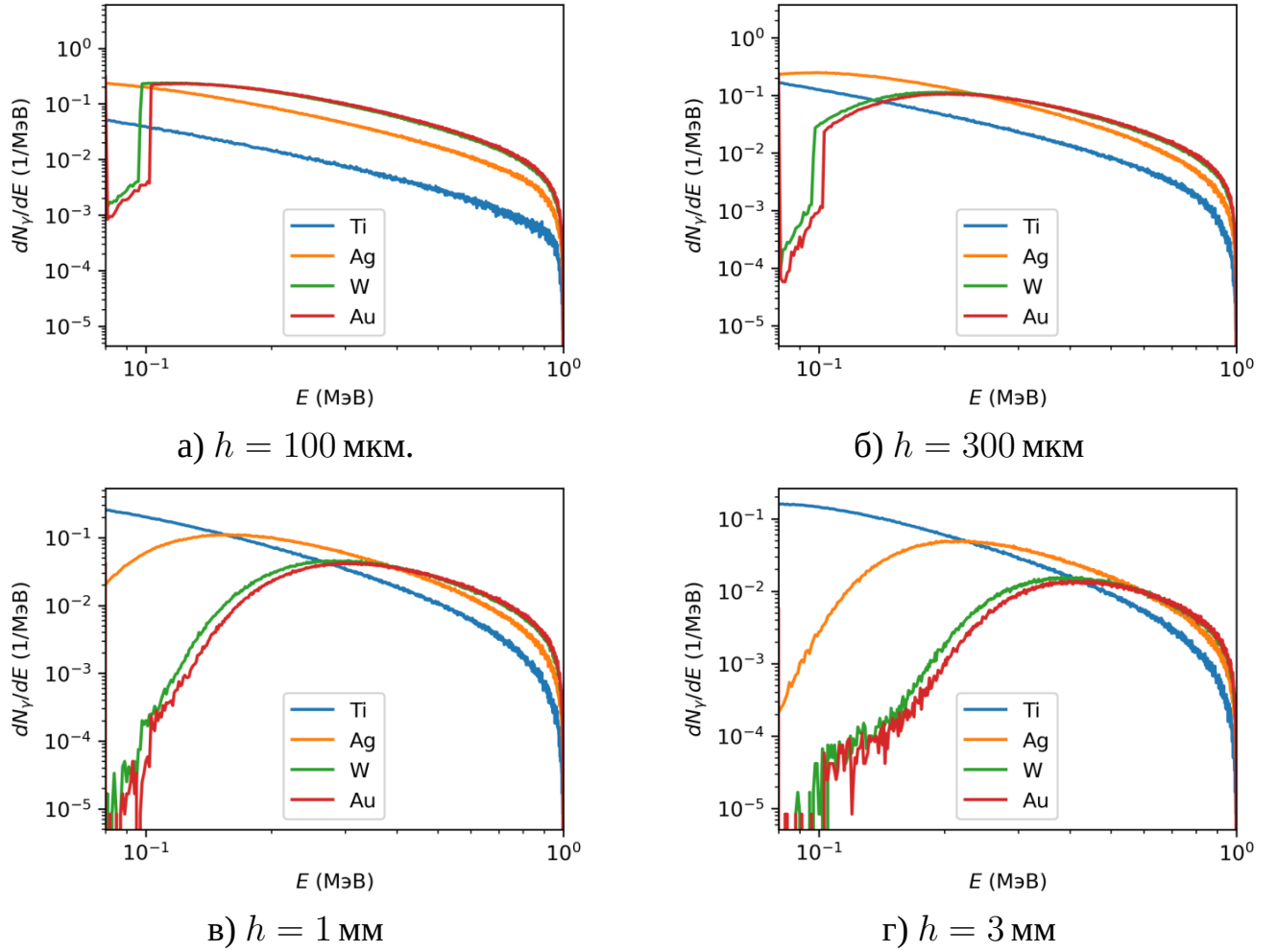


Рисунок 3.4 — Спектры генерируемых в конвертере фотонов для налетающего электрона с начальной энергией $E_0 = 1$ МэВ, в зависимости от материала и толщины конвертера.

га энергия электрона уменьшается до величины $E_0 \exp(-k)$, которой достаточно для генерации квантов с энергией, вплоть до этой энергии электрона. Благодаря этому для высокоэнергетических электронов с ростом их первоначальной энергией E_0 возрастает оптимальная толщина мишени для максимума выхода фотонов с энергией $E_{ph} \ll E_0$. По этой же причине спектры на Рис. 3.6 с увеличением толщины мишени с 0.1 мм до 3 мм качественно изменяются незначительно. Оптимальные толщины мишеней для таких электронов превышают 10 мм, см. рисунки 3.10д, 3.10е ниже.

Также отметим пики на спектрах на рисунках 3.5-3.6 около энергии 500 кэВ, которые соответствуют процессу аннигиляции вторичных позитронов в материале конвертера.

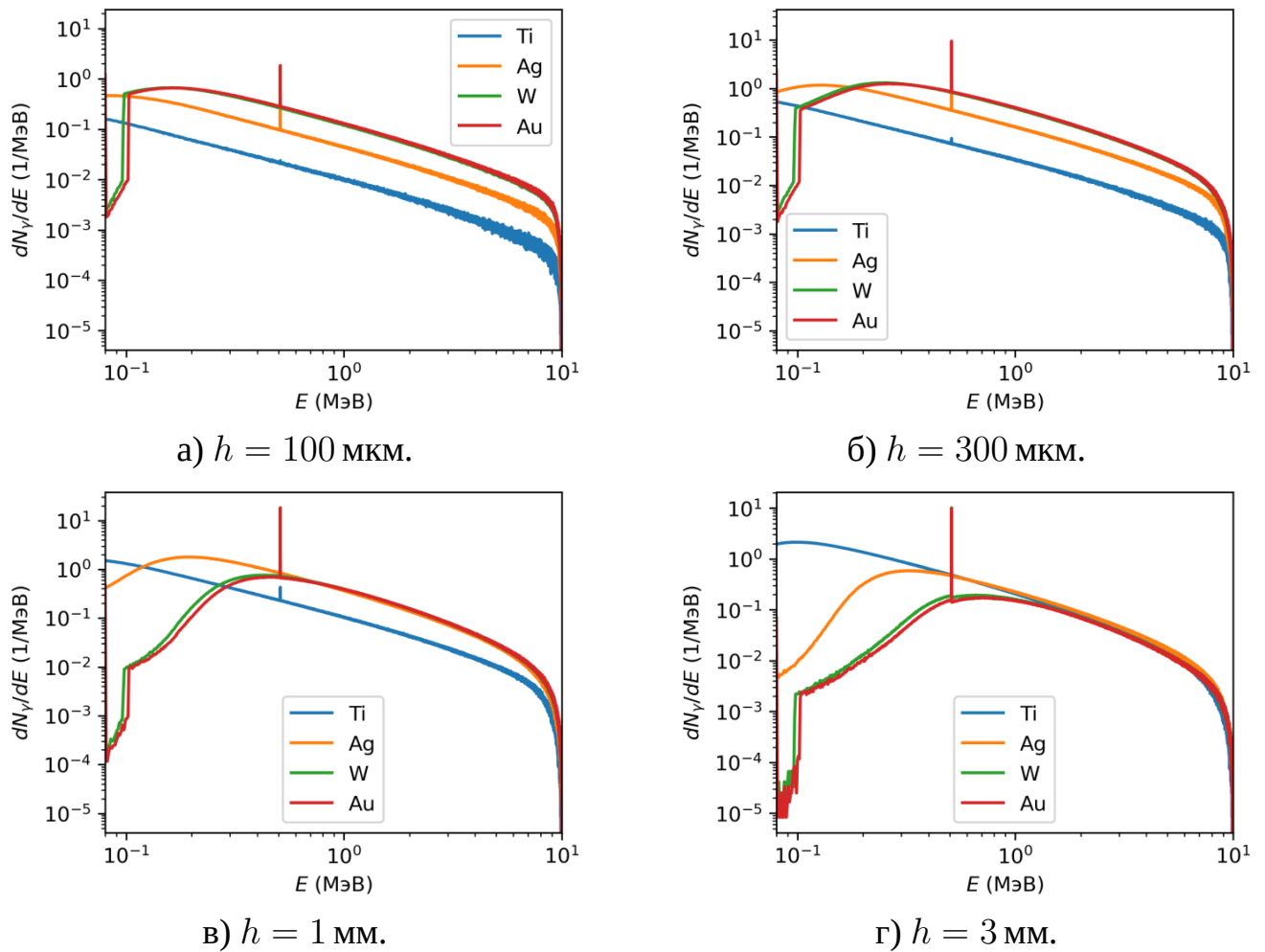


Рисунок 3.5 — Спектры генерируемых в конвертере фотонов для налетающего электрона с начальной энергией $E_0 = 10$ МэВ, в зависимости от материала и толщины конвертера.

Зависимость интегрального потока гамма-квантов от материала и толщины конвертера

Рассмотрим суммарное количество гамма квантов, генерируемых при прохождении электроном конвертера. Разделим гамма кванты на 3 группы, в зависимости от их энергии для разных приложений – от 100 кэВ до 1 МэВ; от 1 МэВ до 10 МэВ; и 10 МэВ и больше. На рисунках 3.7-3.9 изображены зависимости общего количества фотонов в каждом из интервалов энергии квантов в зависимости от начальной энергии электрона для разных материалов и толщин конвертера. Сразу можно увидеть несколько закономерностей: для невысоких энергий гамма квантов (до 1 МэВ) для разных энергий электронов явно выделяются оптимальные толщины конвертеров. Лучше всего это видно на примере вольфрама и золота:

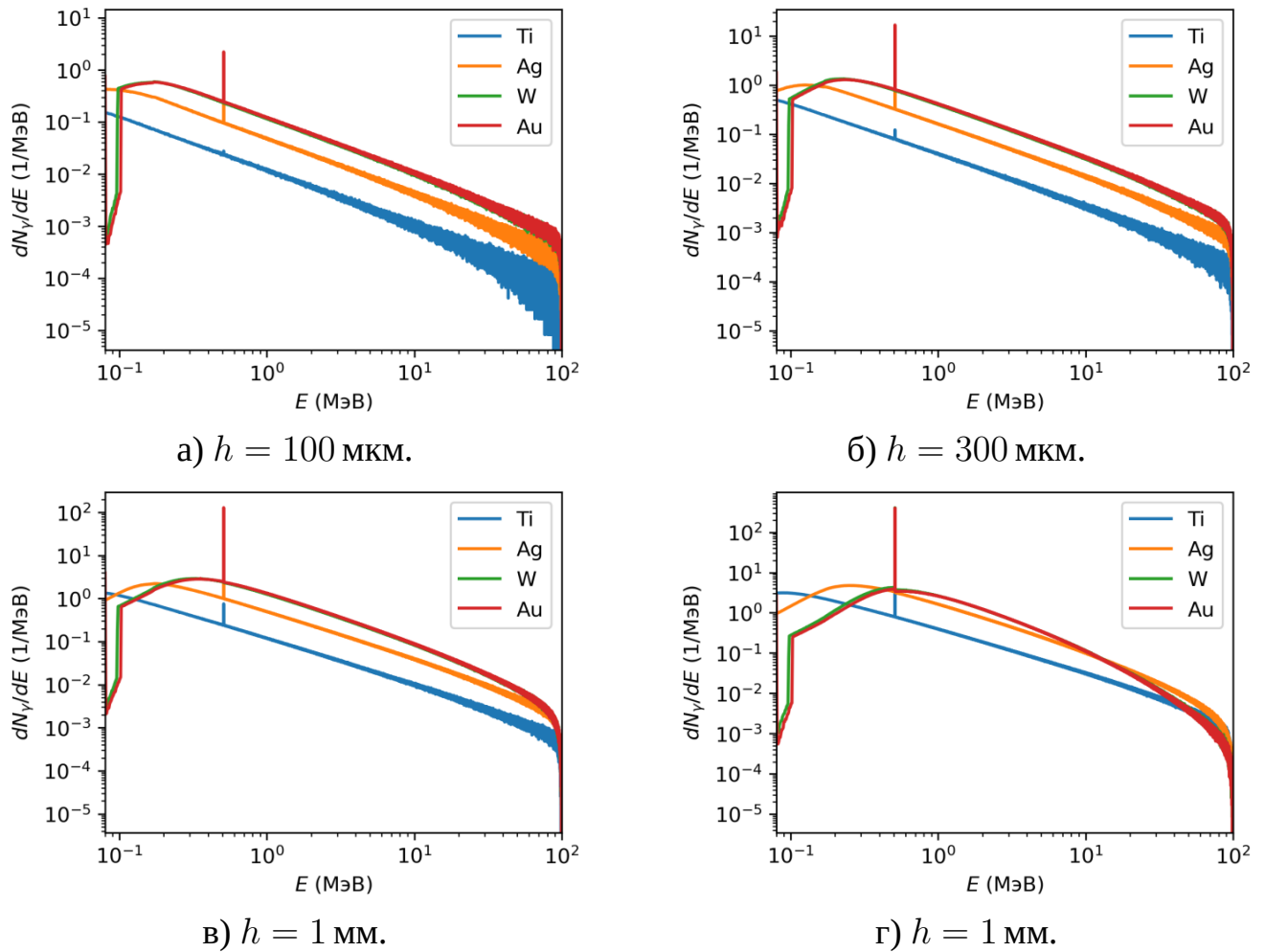


Рисунок 3.6 — Спектры генерируемых в конвертере фотонов для налетающего электрона с начальной энергией $E_0 = 100$ МэВ, в зависимости от материала и толщины конвертера.

для налетающих электронов с энергией 1 МэВ оптимальной из рассмотренных является толщина материала 100 мкм, для 3 МэВ – 300 мкм, для 10 МэВ – 1 мм, для 30 МэВ – 3 мм, для 100 и 300 МэВ – 10 мм и более. Также можно заметить, что для энергий генерируемых фотонов меньше 10 МэВ коэффициент конверсии выходит на плато с увеличением энергии налетающих электронов для толщин мишени, не превышающих 3 мкм. То есть для увеличения получаемых гамма квантов в данном диапазоне энергий недостаточно только увеличения начальной энергии электронов – необходимо соответственно с энергией увеличивать и толщину мишени.

Для нахождения оптимального материала конвертера можно по-другому изобразить данные зависимости – зафиксировать энергию электронов и изображать зависимость коэффициента конверсии от толщины конвертера для разных материалов. Подобные зависимости изображены на рисунках 3.10-3.12 для раз-

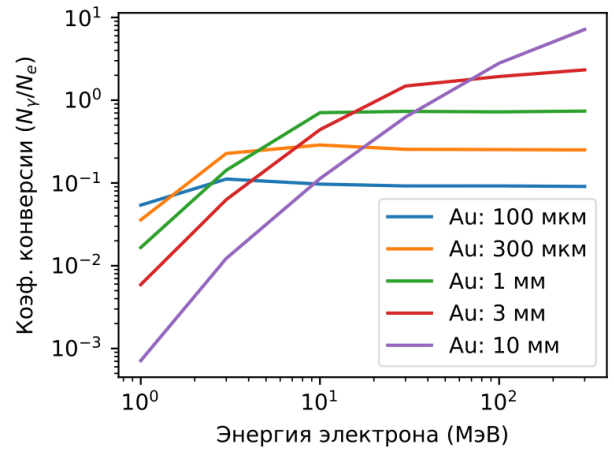
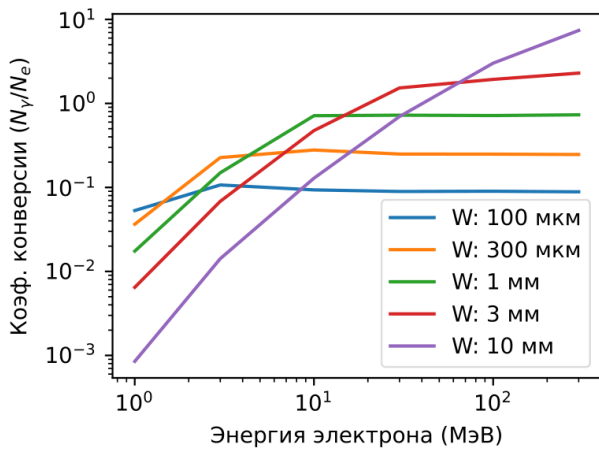
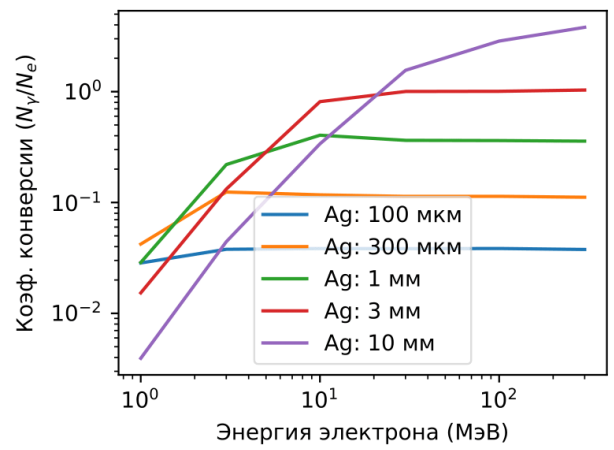
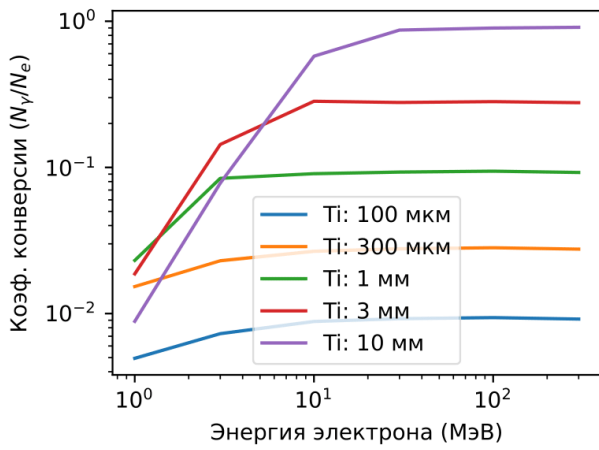
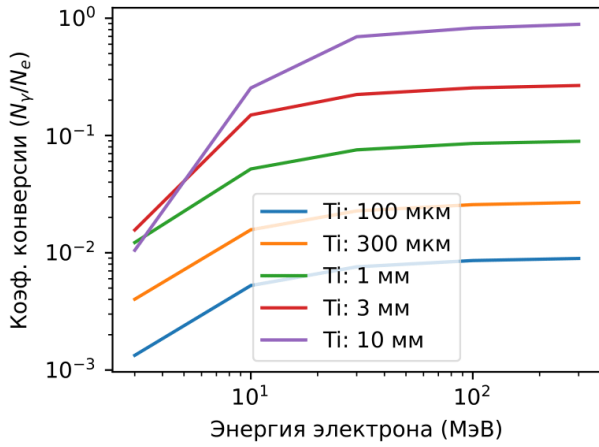
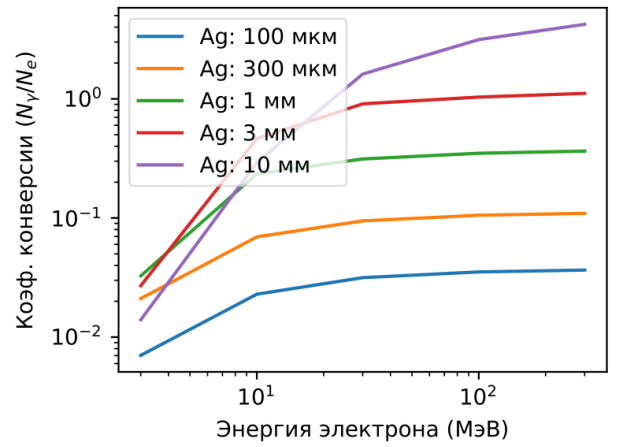


Рисунок 3.7 — Коэффициент конверсии электронов в фотоны с энергией $100 \text{ кэВ} < E_\gamma < 1 \text{ МэВ}$ для электронов в зависимости от их энергии и от материала и толщины мишени.

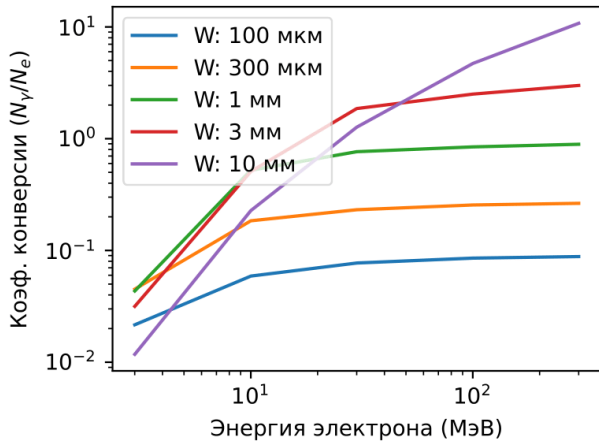
ных интервалов энергии фотонов. Из них видно, что в большинстве случаев (за исключением энергии квантов $E_\gamma \in [100; 200] \text{ кэВ}$) оптимальными материалами конвертера, из рассмотренных, являются вольфрам и золото, для которых значения сечения тормозного излучения $\sigma_{\text{бр}}$ максимальны, т.к. в соответствии с выражением Бете-Гайтлера (3.1), $\sigma_{\text{бр}} \sim Z_n^2$ для $Z_n \gg 1$. Но, поскольку, выход излучения зависит не только от сечения тормозного излучения, но и от радиационной длины и длины пробега фотонов, в некоторых случаях, а именно, для электронов относительно больших (более 10 МэВ) энергий и достаточно толстых мишеней, см. рисунки 3.10в, 3.10г и 3.11в, 3.11г, 3.10г и 3.12а, 3.12б, предпочтительным может оказаться использование конвертера из серебра достаточно большой толщины (от 3 до 10 мм). С другой стороны, чрезмерное повышение толщины мишени может



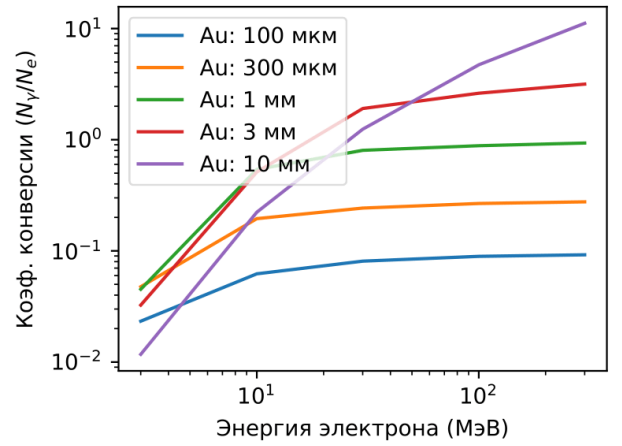
а) Титан.



б) Серебро.



в) Вольфрам.



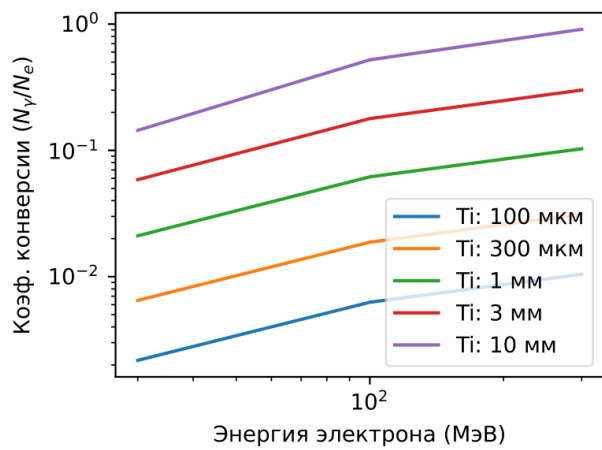
г) Золото.

Рисунок 3.8 — Коэффициент конверсии электронов в фотоны с энергией $1 \text{ МэВ} < E_\gamma < 10 \text{ МэВ}$ для электронов в зависимости от их энергии и от материала и толщины мишени

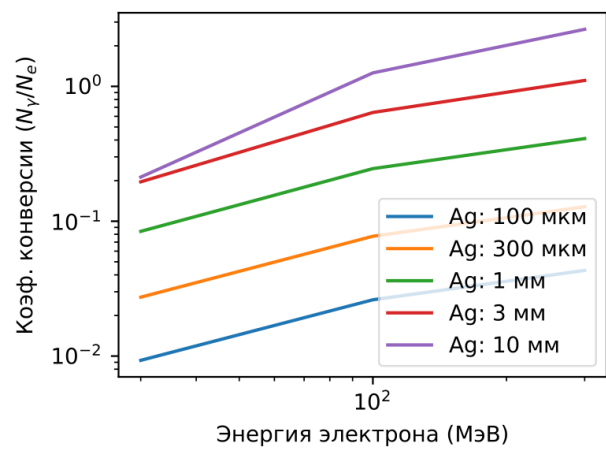
оказаться нежелательным из-за роста расходимости пучка электронов и фотонов с глубиной мишени вследствие рассеяния, см. рисунки 3.3а и 3.3б.

Рисунки 3.10-3.12 также иллюстрируют сделанное выше утверждение о том, что оптимальная для генерации фотонов с энергиями $E_{\text{ph}} \ll E_0$ толщина конвертера h растет с увеличением энергии электронов E_0 .

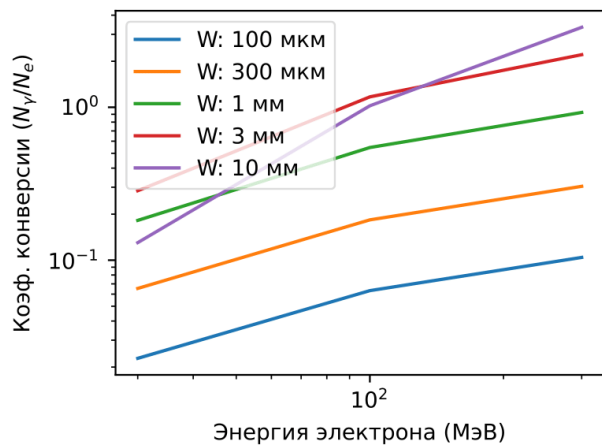
Для фотонов с энергиями $E_{\text{ph}} < E_0$ оптимальная толщина $h \sim l_{\text{rad}}$ в диапазоне энергий фотонов $E_{\text{ph}} > 1 \text{ МэВ}$, в котором $l_{\text{rad}} < l_{\text{ph}}$ (см. рисунок 3.2) и $h \ll l_{\text{rad}}$ в диапазоне энергий фотонов $E_{\text{ph}} < 1 \text{ МэВ}$, в котором $l_{\text{ph}} < l_{\text{rad}}$, и потому в этом случае оптимальная толщина мишени h в большей степени определяется поглощением фотонов, чем потерями энергии электронами. Из этих рассуждений и сравнения величин $l_{\text{ph}}, l_{\text{rad}}$ для различных веществ (см. Рис. 3.2) следует, что



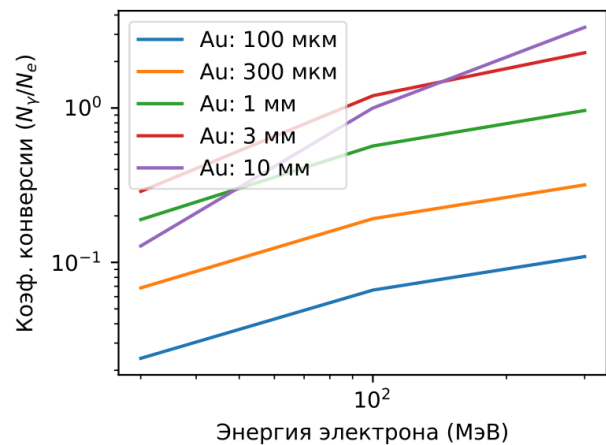
а) Титан.



б) Серебро.



в) Вольфрам.



г) Золото.

Рисунок 3.9 — Коэффициент конверсии электронов в фотоны с энергией $E_\gamma > 10$ МэВ для электронов в зависимости от их энергии и от материала и толщины мишени.

$h_{\text{Ti}} < h_{\text{Ag}} < h_{\text{Au}} \sim h_{\text{W}}$. Данное утверждение также подтверждается рисунками 3.10 - 3.12.

Из рисунков 3.10а и 3.10б видно, что оптимальные толщины конверсии энергии электронов с $E_0 = 1$ МэВ и $E_0 = 3$ МэВ, в фотоны с энергиями от 0,1 до 1 МэВ составляют, соответственно, примерно 1,5 и 4 мм для титана, 0,3 и 1,5 мм для серебра, менее 0,1 мм и 0,4 мм для вольфрама и золота. Эти значения много меньше их радиационных длин, примерно равных 36, 8,6, 3,4 и 3,5 мм для титана, серебра, золота, вольфрама, соответственно, что подтверждает сделанное выше утверждение о $h \ll l_{\text{rad}}$ для этого случая.

Аналогично, из рисунка 3.11б следует, что оптимальные толщины конверсии энергии электронов с $E_0 = 10$ МэВ в фотоны с энергиями от 1 до 10 МэВ составляют для титана, серебра, вольфрама и золота: более 10 мм, около 3 мм, 2 мм,

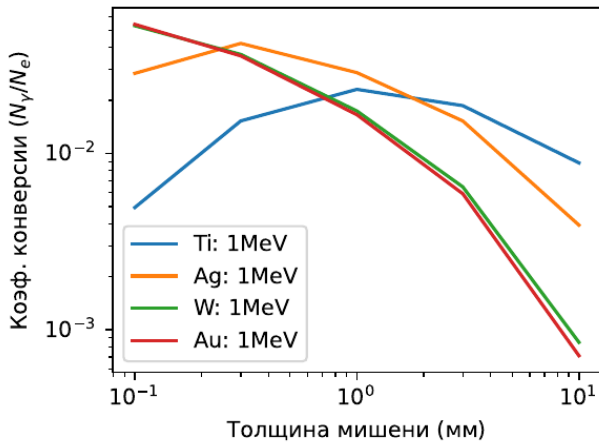
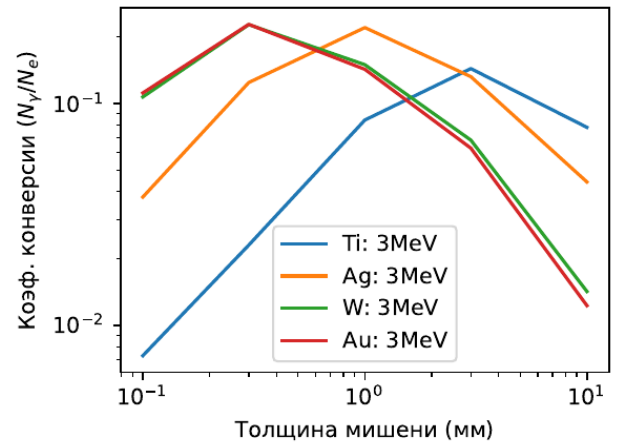
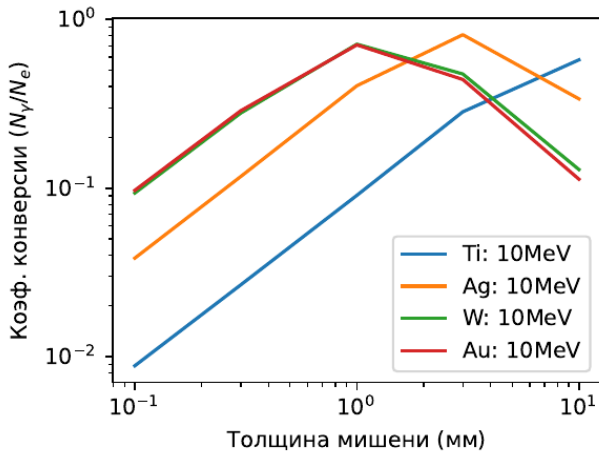
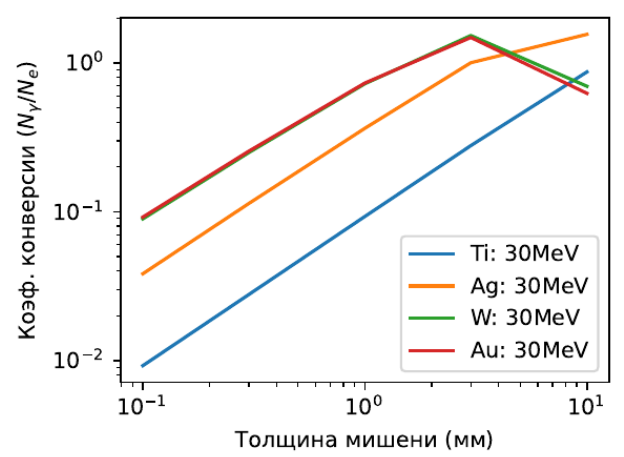
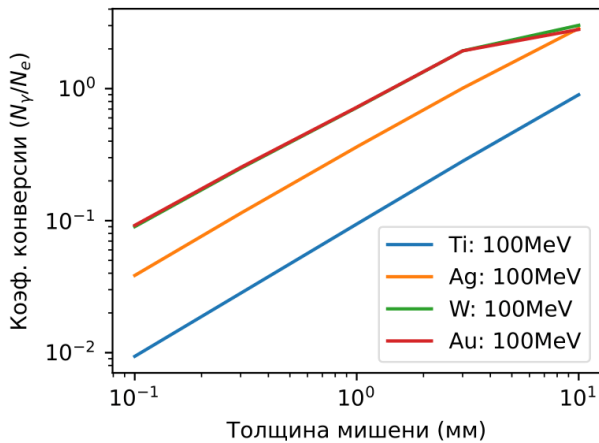
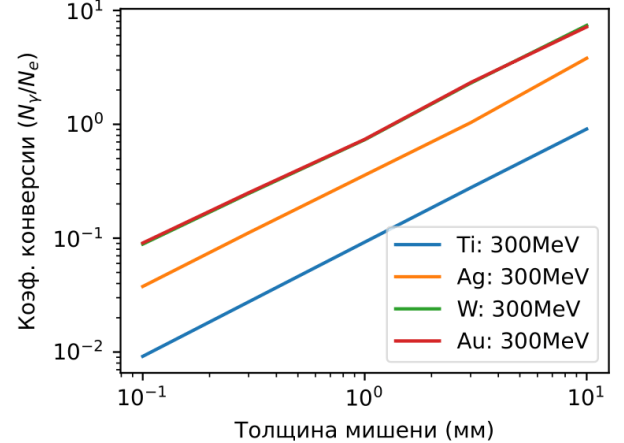
а) $E_0 = 1$ МэВ.б) $E_0 = 3$ МэВ.в) $E_0 = 10$ МэВ.г) $E_0 = 30$ МэВ.д) $E_0 = 100$ МэВ.е) $E_0 = 300$ МэВ.

Рисунок 3.10 — Коэффициент конверсии электронов в фотоны тормозного излучения с энергией $100 \text{ кэВ} < E_\gamma < 1 \text{ МэВ}$ для электронов в зависимости от толщины мишени для различных начальных энергий электронов E_0 и разных материалов мишени.

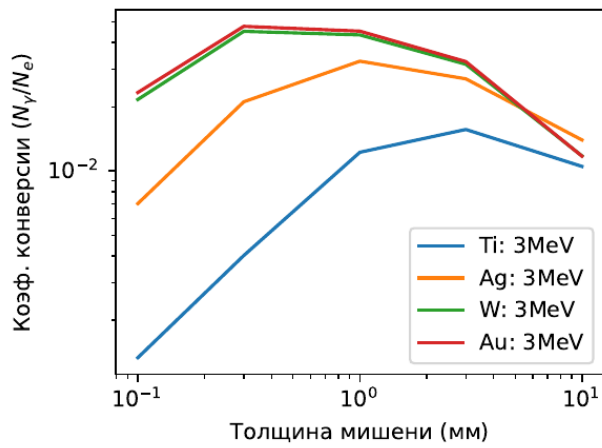
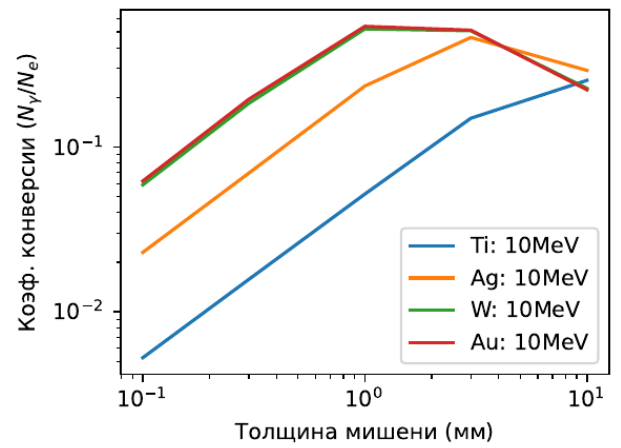
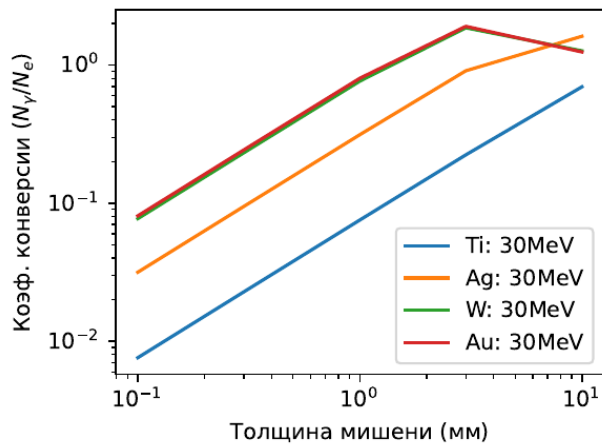
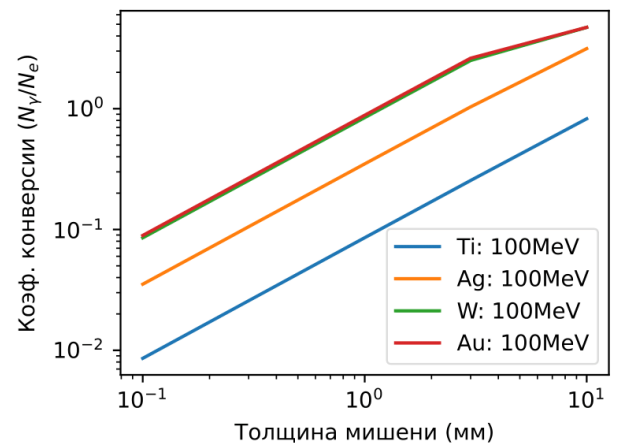
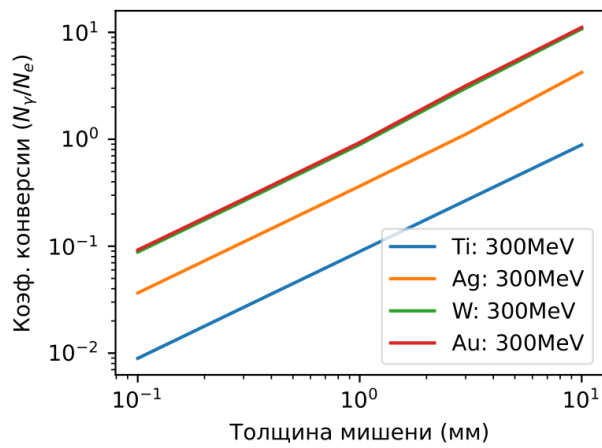
а) $E_0 = 3 \text{ МэВ}$.б) $E_0 = 10 \text{ МэВ}$.в) $E_0 = 30 \text{ МэВ}$.г) $E_0 = 100 \text{ МэВ}$.д) $E_0 = 300 \text{ МэВ}$.

Рисунок 3.11 — Коэффициент конверсии электронов в фотоны тормозного излучения с энергией $1 \text{ МэВ} < E_\gamma < 10 \text{ МэВ}$ для электронов в зависимости от толщины мишени для различных начальных энергий электронов E_0 и разных материалов мишени

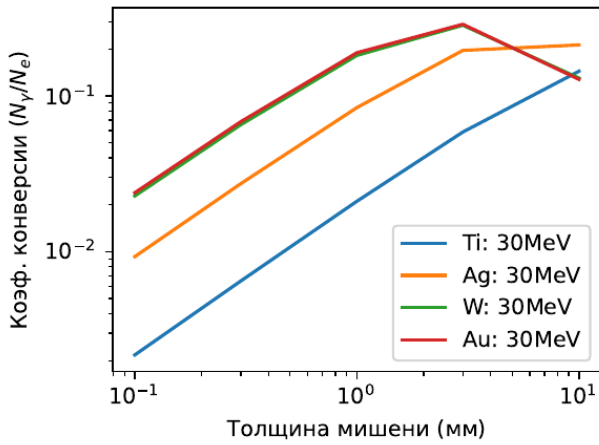
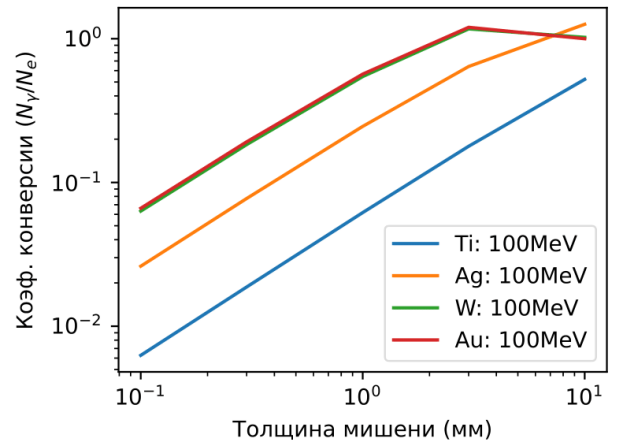
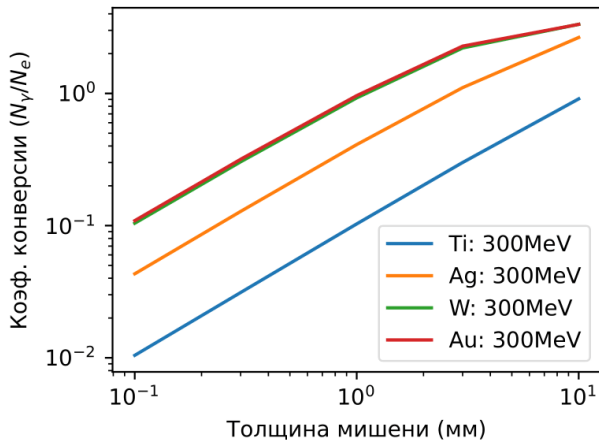
а) $E_0 = 30$ МэВ.б) $E_0 = 100$ МэВ.в) $E_0 = 300$ МэВ.

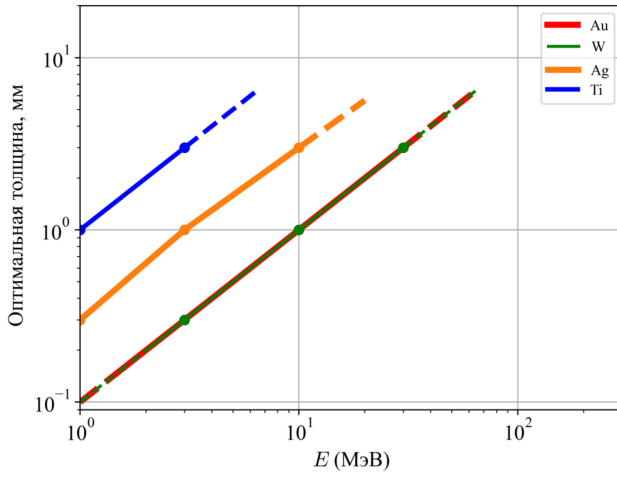
Рисунок 3.12 — Коэффициент конверсии электронов в фотоны тормозного излучения с энергией $E_\gamma > 10$ МэВ для электронов в зависимости от толщины мишени для различных начальных энергий электронов E_0 и разных материалов мишени.

2 мм, соответственно, что с точностью до коэффициента 2-3 близко к значениям их радиационных длин. Значения оптимальных толщин мишеней для конверсии энергии электронов с $E_0 = 3$ МэВ в фотоны с энергиями от 1 до 3 МэВ оказываются меньшими, чем для случая конверсии энергии электронов с $E_0 = 10$ МэВ в фотоны с энергиями от 1 до 10 МэВ, см. рисунок 3.11а. Это может быть объяснено влиянием столкновений с атомами, которое может быть существенно для потерь энергии электронами с начальными энергиями менее 10 МэВ [91], благодаря чему длина пробега электронов в веществе в этом случае может оказаться меньше радиационной длины, определяющей чисто радиационные потери.

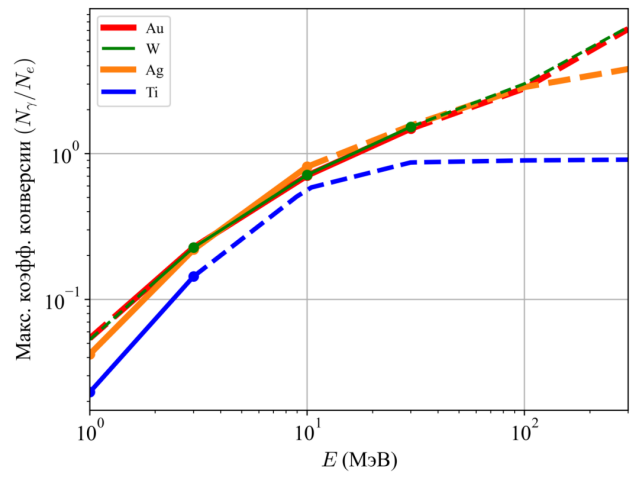
Зависимость оптимальной толщины конвертера от энергии релятивистских электронов для различных диапазонов тормозного излучения и материалов конвертера

На основании данных предыдущего параграфа по коэффициенту конверсии энергии электронов в гамма кванты в зависимости от толщины мишени построена зависимость оптимальной толщины мишени из различных материалов: золото (Au), серебро (Ag), вольфрам (W) и титан (Ti), от начальной энергии электронов, рисунок 3.13 (левый столбец). На рисунке 3.13 (правый столбец) приведены соответствующие зависимости от энергии электронов E_0 максимального коэффициента конверсии в рассмотренных диапазонах энергии гамма квантов. Пунктиром на графиках зависимости оптимальной толщины от энергии электронов обозначаются области энергии электронов E_0 , в которых значения оптимальной толщины лежат вне пределов рассмотренных толщин конвертера от 100 мкм до 10 мм (то есть, их точные значения не определены).

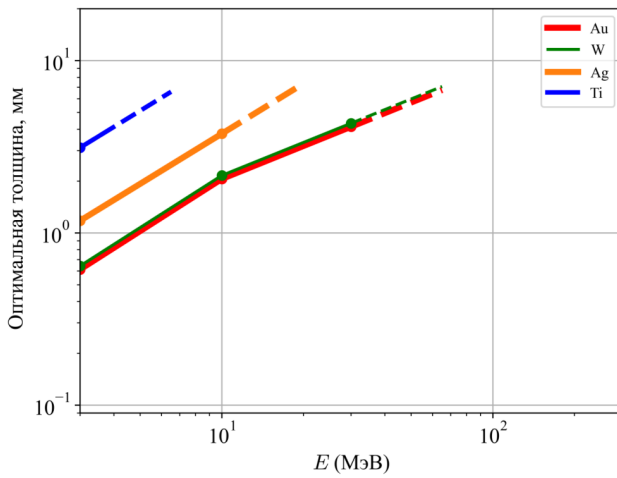
Как было показано выход гамма-излучения (количество генерируемых и вылетевших из конвертера гамма-квантов) определяется следующими основными параметрами: рассматриваемый диапазон энергий гамма-квантов E_γ , начальная энергия электронов E_0 и их число, заряд ядер вещества конвертера Z_n , концентрация атомов вещества n_a , и отношения толщины мишени d к радиационной длине l_{rad} и длине пробега фотонов l_{ph} в веществе. Увеличение d/l_{rad} повышает количество генерируемых гамма-квантов за счет тормозного излучения электронов при их многократном рассеянии в полях ядер вещества, но в то же время, увеличение d/l_{ph} повышает поглощение генерируемых гамма-квантов в веществе, а значит, снижает величину N_γ . Оптимальная толщина мишени отвечает балансу вышеуказанных факторов. При энергиях фотонов E_γ меньших чем характерная энергия $E_* \simeq 0,5-1$ МэВ, в зависимости от вещества, длина пробега фотонов l_{ph} значительно снижается (см. Рис. 3.2) и становится меньше радиационной длины l_{rad} , т.е. происходит относительно более интенсивное поглощение гамма-квантов таких энергий. Это приводит к снижению оптимальной толщины конвертера h , по сравнению со случаем генерации фотонов с энергиями $E_\gamma > 1$ МэВ, для которых $l_{\text{ph}} \simeq (2-3)l_{\text{rad}}$. Моделирование показало, что наибольший коэффициент конверсии достигается для материалов конвертера с наибольшим зарядом ядра (из выбранных это вольфрам и золото), который близок к значению для конвертера из



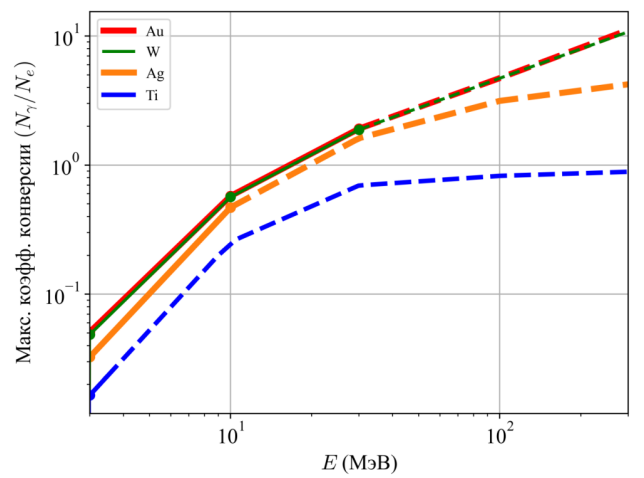
а) Оптимальная толщина мишени,
 $100 \text{ кэВ} \leq E_\gamma < 1 \text{ МэВ}$.



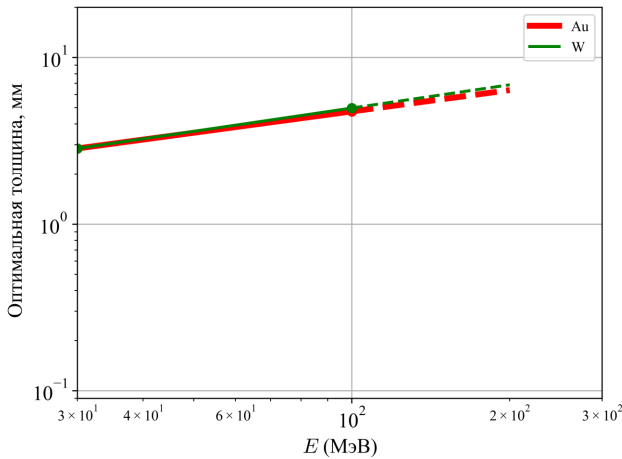
б) Максимальный коэффициент
конверсии, $100 \text{ кэВ} \leq E_\gamma < 1 \text{ МэВ}$.



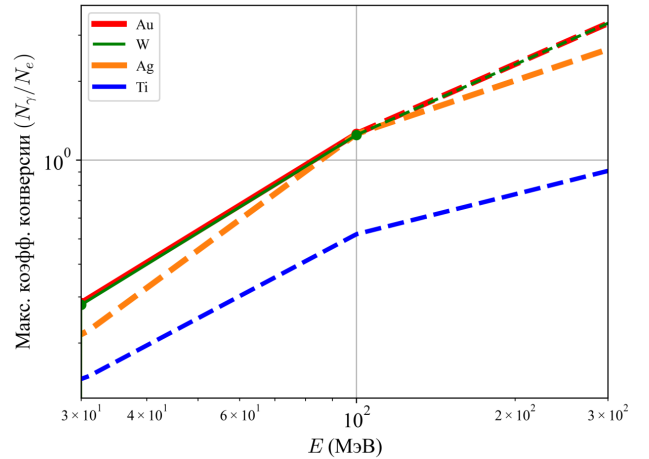
в) Оптимальная толщина мишени,
 $1 \text{ МэВ} \leq E_\gamma < 10 \text{ МэВ}$.



г) Максимальный коэффициент
конверсии, $1 \text{ МэВ} \leq E_\gamma < 10 \text{ МэВ}$.



д) Оптимальная толщина мишени,
 $E_\gamma \geq 10 \text{ МэВ}$.



е) Максимальный коэффициент
конверсии, $E_\gamma \geq 10 \text{ МэВ}$.

Рисунок 3.13 — Левый столбец — зависимость оптимальной толщины мишени от энергии электрона E_0 для генерации гамма-квантов в различных диапазонах энергий. Правый столбец — Зависимость максимального коэффициента конверсии от энергии электронов E_0 в гамма-кванты различных диапазонов энергий.

серебра (достигаемого при большей толщине конвертера). Заряды ядра и концентрации атомов в золоте и вольфраме близки ($Z_n = 74$ для вольфрама, $Z_n = 79$ для золота, $n_a = 6,3 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ для вольфрама, $n_a = 5,9 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ для вольфрама), поэтому близки и радиационные длины (3.11). Кроме того, золото и вольфрам имеет сходную структуру внутренних электронных оболочек, поэтому близки и длины пробега квантов l_{ph} . Вследствие этого конвертеры из вольфрама и золота дают практически одинаковые выходы гамма-квантов. Для рассмотренных в работе веществ и диапазонов энергий гамма квантов имеют место соотношения (рисунок 3.2): $l_{ph}, l_{rad}(\text{титан}) > l_{ph}, l_{rad}(\text{серебро}) > l_{ph}, l_{rad}(\text{вольфрам}) > l_{ph}, l_{rad}(\text{золото})$, поэтому оптимальные толщины мишеней соотносятся как $h(\text{титан}) > h(\text{серебро}) > h(\text{вольфрам}) > h(\text{золото})$. Также показано, что в диапазоне энергий электронов $E_0 \in (1; 30) \text{ МэВ}$ величины оптимальной толщины h конвертера для рассматриваемых диапазонов энергий гамма квантов E_γ пропорциональны как радиационной длине l_{rad} , так и энергии электрона E_0 , а при $E_0 > 30 \text{ МэВ}$ рост h с увеличением E_0 замедляется и выходит на насыщение.

3.3 Лазерно-плазменный источник жесткого излучения на основе тормозного излучения DLA-электрон

3.3.1 Источник на основе субпикосекундного тераваттного лазерного импульса

Моделирование взаимодействия лазерного излучения с плазмой околоритической плотности проводилось с использованием трёхмерного полностью релятивистского PiC-кода VLPL [99]. Расчёты выполнялись для параметров лазерного импульса и геометрии взаимодействия, соответствующих условиям экспериментов [37]. Применение трёхмерной геометрии в коде VLPL позволяет проводить моделирование, близкое к реальным экспериментальным условиям, и корректно описывать процессы самофокусировки лазерного излучения, формирование энергетических и угловых распределений DLA-электронов, а также определять их количество.

Пространственно-временной профиль падающего на мишень лазерного импульса аппроксимировался гауссовым распределением. Фокусное пятно имело эллиптическую форму с полуосями по полувысоте распределения интенсивности 11 мкм и 15 мкм, что соответствует параметрам, реализованным в эксперименте. Энергия импульса в фокальной области составляла 17,5 Дж, а его длительность на полувысоте — 700 фс, что обеспечивало пиковую интенсивность лазерного излучения порядка $2,5 \cdot 10^{19}$ Вт · см⁻² при безразмерной амплитуде поля $a_L = eE_y / (mc\omega_0) = 4,28$.

В качестве мишени рассматривалась однородная плазма, состоящая из электронов и полностью ионизированных атомов углерода, водорода и кислорода. Соотношения ионных фракций соответствовали химическому составу триацетата целлюлозы [100]. Размер области моделирования составлял 350 мкм × 75 мкм × 75 мкм. Вдоль оси распространения лазерного импульса (ось ОХ) первые 10 мкм и последние 15 мкм из общего объёма (350 мкм) изначально были свободны от плазмы.

Пространственный шаг сетки выбирался равным 0,1 мкм по оси ОХ и 0,5 мкм по осям ОУ и ОZ. В каждой ячейке расчётной сетки задавались четыре макрочастицы электронов и по одной макрочастице для каждого типа иона. Для полей и частиц во всех направлениях использовались поглощающие граничные условия, что исключало влияние отражённых волн на результаты моделирования.

На рис. 3.14а представлено энергетическое распределение электронов, покидающих мишень в направлении распространения лазерного импульса за время $t = 2,5$ пс, полученное в результате трёхмерного PiC-моделирования. Момент $t = 0$ соответствует времени, когда максимум лазерного импульса достигает передней поверхности мишени. На графике показаны спектры всех вылетевших электронов (квадраты), а также спектры электронов, распространяющихся в пределах телесного угла 0,1 ср (кружки). Указанный телесный угол соответствует узкому конусу расходимости с половинным углом порядка 10° , в котором сосредоточена основная часть суперпондеромоторных электронов, ускоренных до энергий свыше 7,5 МэВ (см. рис. 10 в [37] и рис. 3.14б).

Как видно из рис. 3.14б, полученные энергетические спектры в диапазоне энергий $E > 2$ МэВ хорошо аппроксимируются двухтемпературными максвелловскими распределениями: с эффективными температурами 1,9; 10 МэВ для всех вылетевших электронов (сплошная кривая) и 1,3; 12 МэВ для электронов, распространяющихся в телесном угле 0,1 ср (штриховая кривая). Полное число электро-

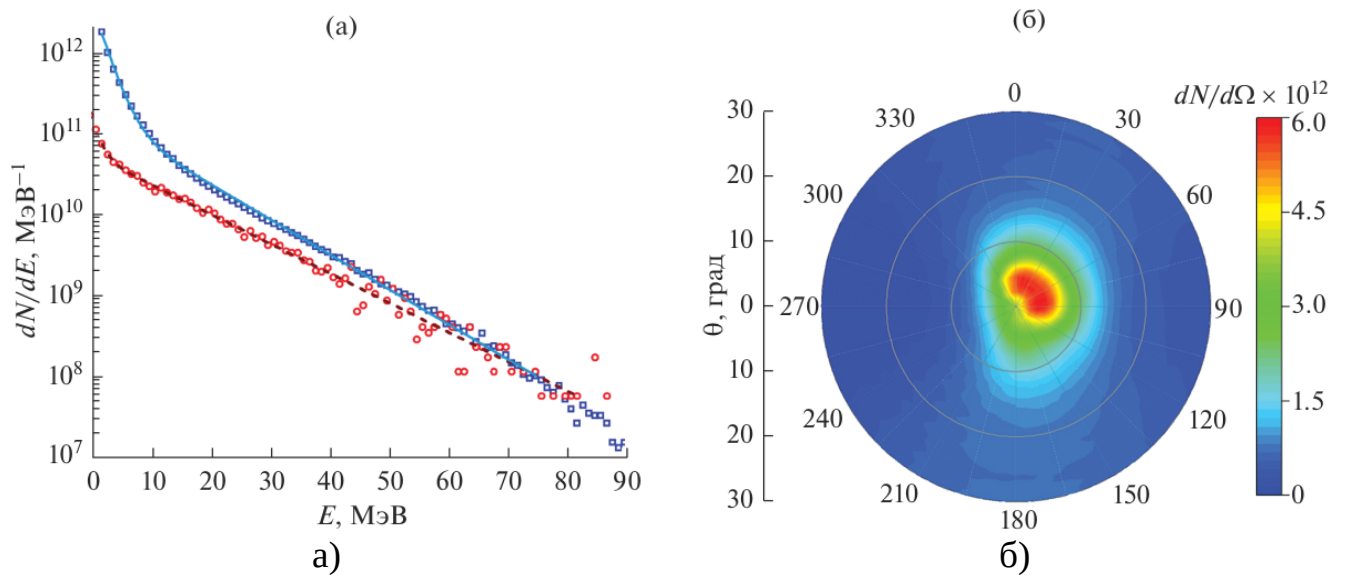


Рисунок 3.14 — Энергетические спектры электронов dN/dE , вылетевших из мишени за время $t = 2,5$ пс в направлении распространения лазерного импульса в телесный угол $0,1$ ср (кружки), а также всех вылетевших электронов (квадраты) (а), линиями обозначены двухтемпературные максвелловские аппроксимации. Угловое распределение электронов $dN/d\Omega$, вылетевших из мишени с энергией $E > 7,5$ МэВ (б).

нов, покидающих мишень в направлении распространения лазерного импульса с энергией $E > 2$ МэВ, составляет порядка $5 \cdot 10^{12}$, что соответствует заряду ≈ 1 мКл и эффективности преобразования энергии лазера в энергию релятивистских электронов около 27 %.

Учитывая, что длительность пучка ускоренных релятивистских электронов составляет порядка 1 пс, его пиковый ток достигает мегаамперного уровня. Согласно результатам расчётов, приблизительно 30 % электронов с энергиями $E \approx 10\text{--}20$ МэВ распространяются в пределах узкого телесного угла $\approx 0,1$ ср; с увеличением энергии доля таких электронов возрастает, достигая почти 100 % при $E > 60$ МэВ (см. рис. 3.14а).

Полученные значения эффективных температур суперпондеромоторных электронов и их численная плотность находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными [37]. Это подтверждает адекватность трёхмерного PIC-моделирования и демонстрирует перспективность предложенного подхода к генерации узконаправленных пучков релятивистских электронов, основанного на DLA-процессе в плазме околоскритической плотности.

Для анализа характеристик рентгеновского излучения, возникающего при взаимодействии пучков релятивистских электронов с конвертером, изготовлен-

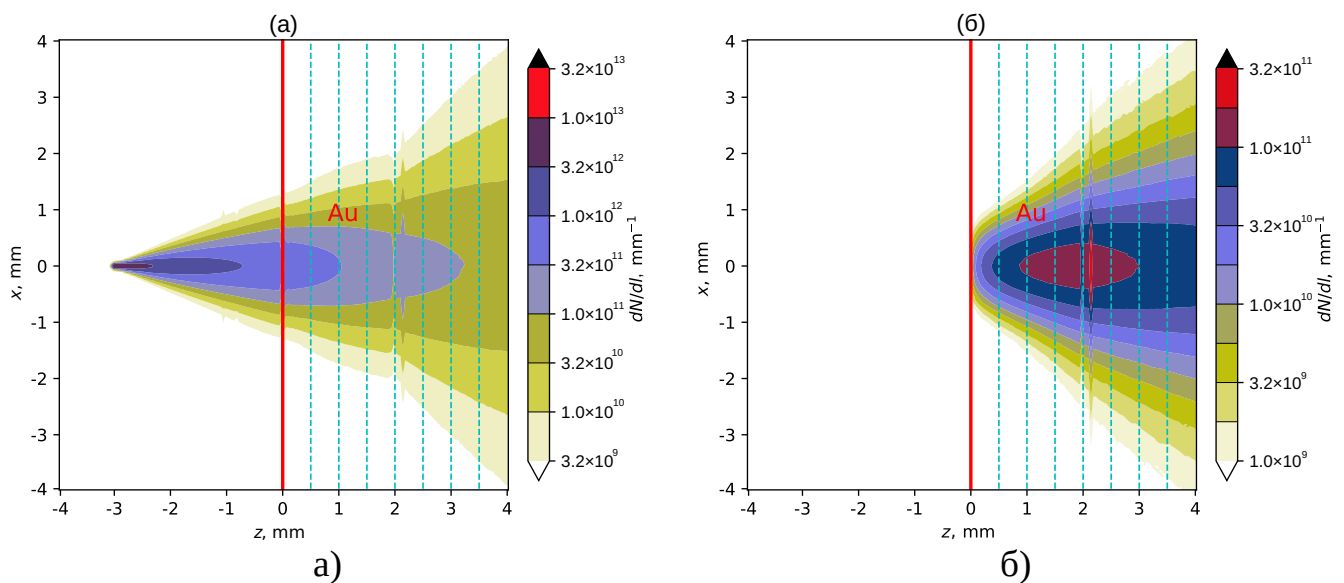


Рисунок 3.15 — Проекция на плоскость XOZ распределения: а – электронов; б – фотонов. Энергия частиц $E > 7,5$ МэВ

ным из металла с высоким атомным номером, было выполнено численное моделирование [118] с использованием пакета Geant4 [97]. В расчётах применялся физический список Shielding, в котором стандартный модуль электромагнитных взаимодействий был заменён на EM Opt4, обеспечивающий повышенную точность описания электромагнитных процессов. Для повышения статистической достоверности результаты моделирования усреднялись по 12 независимым расчётам. Полученные спектры γ -излучения отражают распределения фотонов, непосредственно покидающих конвертер заданной толщины, то есть на его внешней границе, без использования дополнительных моделей детектирования излучения.

Ниже представлены результаты численного моделирования генерации тормозного рентгеновского излучения при облучении золотого конвертера пучком электронов, ускоренных в режиме DLA (Direct Laser Acceleration) в протяжённой плазменной мишени околоритической плотности. Конвертер моделировался в виде набора золотых пластин толщиной от 1–4 мм. Источник электронов размещался на расстоянии 3 мм от поверхности пластины. Геометрия расчётной области показана на рис. 3.15 для пучка электронов с энергией $E > 7,5$ МэВ, распространяющегося слева направо вдоль оси OZ (см. рис. 3.15а). Пример пространственного распределения фотонов, генерируемых в золотом конвертере толщиной 4 мм, представлен на рис. 3.15б для фотонов с энергией $E > 7,5$ МэВ в проекции на плоскость XOZ.

Параметры пучка электронов соответствовали экспериментальным данным, приведённым в работе [37]. Электроны имели начальное радиальное распре-

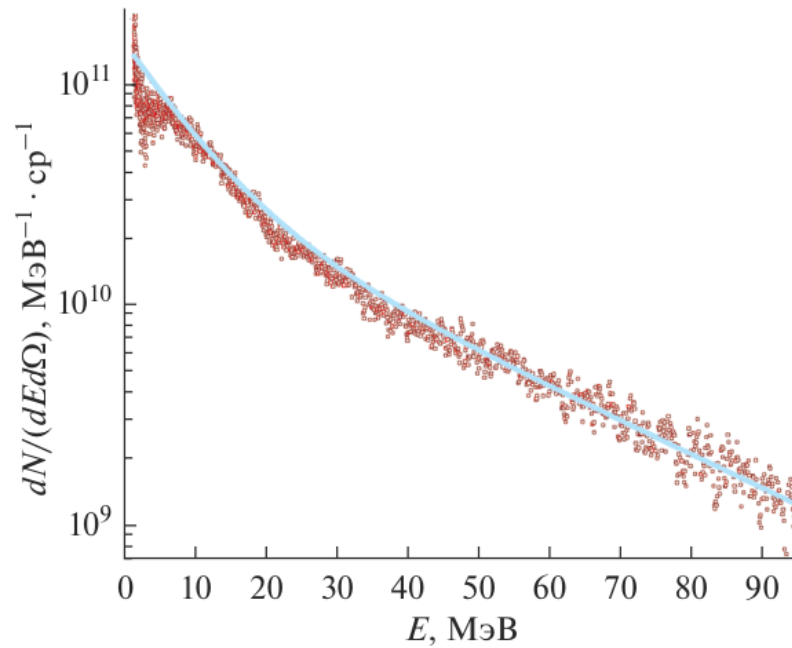


Рисунок 3.16 — Энергетический спектр электронов, вылетевших в направлении распространения лазерного импульса из мишени, состоящей из слоя предварительно ионизированной пены низкой плотности толщиной 325 мкм, соединенной с тонкой золотой фольгой толщиной 10 мкм: символы – измерение [37]; сплошная кривая – двухтемпературная аппроксимация (3.12).

деление с шириной $\sigma_r = 20$ мкм, угловое распределение $\sigma_{\text{FWHM}} = 26^\circ$ (FWHM — полная ширина на половине высоты), а их энергетический спектр описывался двухтемпературным распределением следующего вида:

$$dN/dE \sim 1,9 \exp(-E/T_1) + 0,54 \exp(-E/T_2), T_1 = 7,92 \text{ МэВ}, T_2 = 28,4 \text{ МэВ}. \quad (3.12)$$

Данное распределение хорошо аппроксимирует измеренный в эксперименте спектр электронов (рис. 3.16), вылетевших в направлении распространения лазерного импульса из мишени, состоящей из слоя предварительно ионизированной пены низкой плотности толщиной 325 мкм, соединённой с тонкой золотой фольгой толщиной 10 мкм (см. рис. 5 в [37]). Данный спектр электронов использовался в качестве входного для моделирования тормозного излучения, измеренного в работе [22] методами ядерной диагностики, поскольку в эксперименте золотой конвертер миллиметровой толщины был непосредственно состыкован с мишенью низкой плотности.

На рис. 3.17 представлен спектр γ -квантов, генерируемых в золотом конвертере толщиной 1 мм пучком ускоренных электронов с энергетическим распределением (3.12). Измеренное с помощью ядерной диагностики распределение γ -

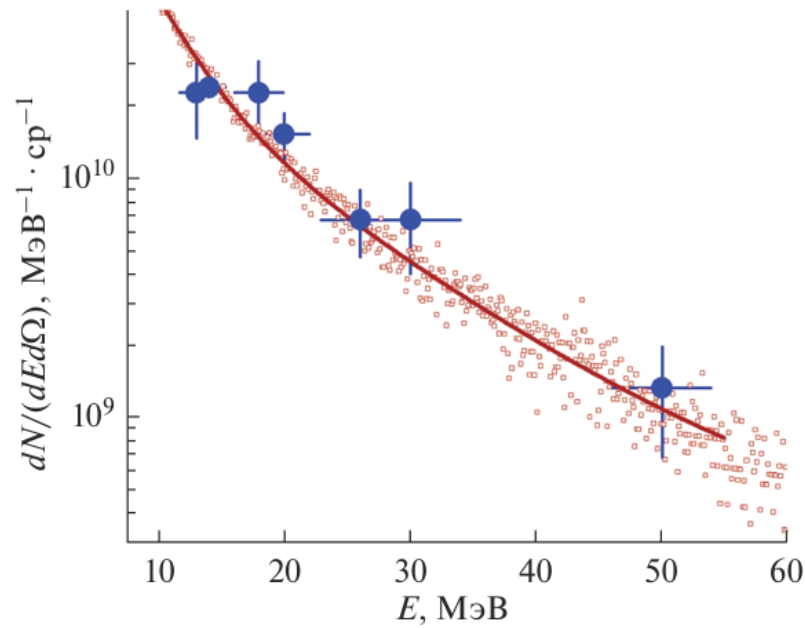


Рисунок 3.17 — Распределение γ -квантов по энергии в единице телесного угла: кружки – измерение (рис. 3.15 в [22]); квадраты – моделирование с помощью GEANT4; сплошная линия – аппроксимация двухтемпературным распределением.

квантов по энергии в единицу телесного угла $dN/(dEd\Omega)$ [МэВ $^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}$] показано кружками с погрешностями (см. рис. 3.15 в [22]). Соответствующее распределение, полученное в результате моделирования с использованием пакета GEANT4 и энергетического спектра электронов (3.12), обозначено квадратами; сплошной линией показана его аппроксимация двухтемпературным распределением.

В расчётах количество фотонов в единицу телесного угла определялось с учётом геометрии эксперимента [22], т. е. в направлении распространения лазерного импульса и пучка ускоренных электронов. Число электронов, взаимодействующих с золотым конвертером миллиметровой толщины, непосредственно сопряжённым с мишенью низкой плотности, корректировалось в соответствии с данными, представленными на рис. 3.14а. Полученный спектр γ -излучения хорошо воспроизводит измеренное в эксперименте распределение γ -квантов во всём диапазоне энергий $E = 10\text{--}50$ МэВ и может быть аппроксимирован распределением с характерными температурами 3,5; 12,2 МэВ, что примерно в два раза меньше соответствующих температур энергетического распределения электронов, генерирующих γ -излучение.

Коэффициент преобразования энергии электронов ($E > 7,5$ МэВ) в энергию γ -квантов ($E_{\text{ph}} > 7,5$ МэВ) составляет около 12 % для золотого конверте-

Таблица 3 — Сравнение коэффициентов преобразования энергии лазерного излучения в энергию γ -квантов при различных условиях эксперимента и моделирования.

Источник/ Установка	Интенсивность, I (Вт $\cdot$ см $^{-2}$)	Материал/ Толщина	Метод	Конв., %
Данная работа	2.5×10^{19}	Ау, 1 мм	DLA $\rightarrow$ Конвертер	1.4
Данная работа	2.5×10^{19}	Ау, 2 мм	DLA $\rightarrow$ Конвертер	2.4
VULCAN [18]	1×10^{19}	Ау, 1 мм	Прямое облучение	0.2
NOVA [101]	3×10^{20}	Ау, 1 мм	Прямое облучение	0.18

ра толщиной $L = 1$ мм и увеличивается с ростом толщины до 21 % при $L = 2$ мм. Отношение числа генерируемых фотонов к числу электронов составляет $N_{ph}/N_e = 0,18$ при $L = 1$ мм и $N_{ph}/N_e = 0.31$ при $L = 2$ мм. Коэффициент преобразования энергии лазерного импульса (17,5 Дж) в энергию γ -квантов ($E_{ph} > 7,5$ МэВ) равен 1,4 % при толщине конвертера $L = 1$ мм и хорошо согласуется с экспериментальными данными [22], достигая 2,4 % при $L = 2$ мм. Эти значения примерно на порядок превышают коэффициенты конверсии энергии лазера в γ -излучение в области гигантского дипольного резонанса, полученные в режиме прямого облучения золотого конвертера на установках VULCAN (0,2 %, интенсивность $1 \cdot 10^{19}$ Вт $\cdot$ см $^{-2}$, [18]) и NOVA (0,18 %, интенсивность $3 \cdot 10^{20}$ Вт $\cdot$ см $^{-2}$, [101]) (Табл. 3).

Для разработки рентгеновских источников, предназначенных для радиографии быстропротекающих процессов, а также для создания интенсивных источников нейтронов, основанных на ядерном фотоэффекте, одной из ключевых характеристик является длительность импульса γ -излучения.

В рассматриваемом случае генерации γ -квантов пучком DLA-ускоренных электронов в миллиметровом золотом конвертере длительность ультракороткого импульса γ -излучения составляет примерно 4 пс. Эта величина определяется суммарным вкладом длительности электронного пучка, обусловленной длительностью лазерного импульса (~ 1 пс), и времени пролёта релятивистских электронов через конвертер (~ 3 пс при толщине 1 мм).

3.3.2 Источник на основе фемтосекундного петаваттного лазерного импульса

Далее было проведено численное моделирование [117] для параметров лазерного излучения и геометрии взаимодействия, соответствующих предлагаемым экспериментам в рамках проекта XCELS. Взаимодействие лазерного импульса с плазмой околоритической плотности (OCD-плазмой) моделировалось с использованием полностью релятивистского трёхмерного PIC-кода VLPL.

В расчётах рассматривался гауссов лазерный импульс как по временной, так и по радиальной координате. Полная энергия фокусированного импульса составляла 300 Дж, из которых 150 Дж приходилось на фокальное пятно диаметром $D_{\text{FWHM}} = 10$ мкм (на полувысоте распределения интенсивности). Длительность импульса $\tau_{\text{FWHM}} = 60$ фс соответствовала пиковой интенсивности $I_0 = 4,1 \cdot 10^{21}$ Вт · см⁻² и безразмерной амплитуде поля $a_0 = eE_y / (m_e c \omega_0) = 55$, где E_y — амплитуда электрического поля лазерного импульса, а c — скорость света.

Плазма моделировалась как однородная, состоящая из электронов и полностью ионизованных ионов углерода, водорода и кислорода с электронной плотностью $n_e = 1,0 n_{cr}$. Состав плазмы соответствовал химической формуле триацетата целлюлозы $C_{12}H_{16}O_8$ (см., например, [100]).

Размер области моделирования составлял 430 мкм × 85 мкм × 85 мкм. Вдоль оси распространения лазерного импульса (ось x) первые 10 мкм и последние 20 мкм из общего объёма (430 мкм) изначально были свободны от плазмы. Размеры расчётной ячейки равнялись 0,1 мкм по оси x и 0,35 мкм по осям y и z . В каждой ячейке задавались четыре макрочастицы электронов и по одной частицы для каждого типа ионов. Для частиц и электромагнитных полей во всех направлениях использовались поглощающие граничные условия, что исключало влияние отражённых волн на результаты моделирования.

На рис. 3.18 представлены результаты моделирования энергетических спектров ускоренных электронов, покидающих расчётную область длиной $ct = 760$ мкм, где t — время, отсчитываемое от момента, когда максимум лазерного импульса достигает левой границы мишени. Следует отметить, что максимальная энергия электронов более чем на порядок превышает пондеромоторный потенциал. Кроме того, наблюдается существенное увеличение как эффективной температуры, так и числа ускоренных электронов с энергиями свыше 100 МэВ. Полученный в моделировании спектр (пунктирная кривая на рис. 3.18) хорошо аппрок-

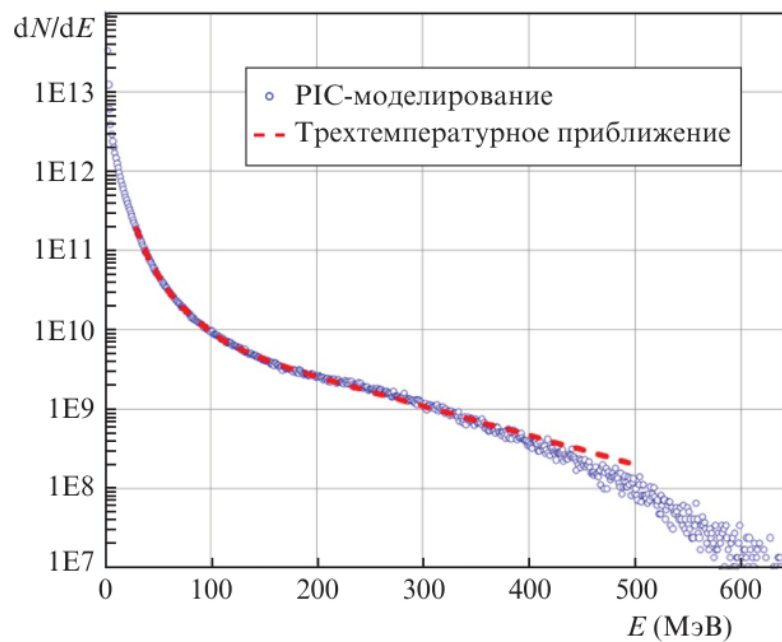


Рисунок 3.18 — Спектр ускоренных электронов, вылетевших из расчетной области за все время взаимодействия, полученный в PIC-моделировании (кружки), и его трехтемпературное приближение (пунктирная кривая).

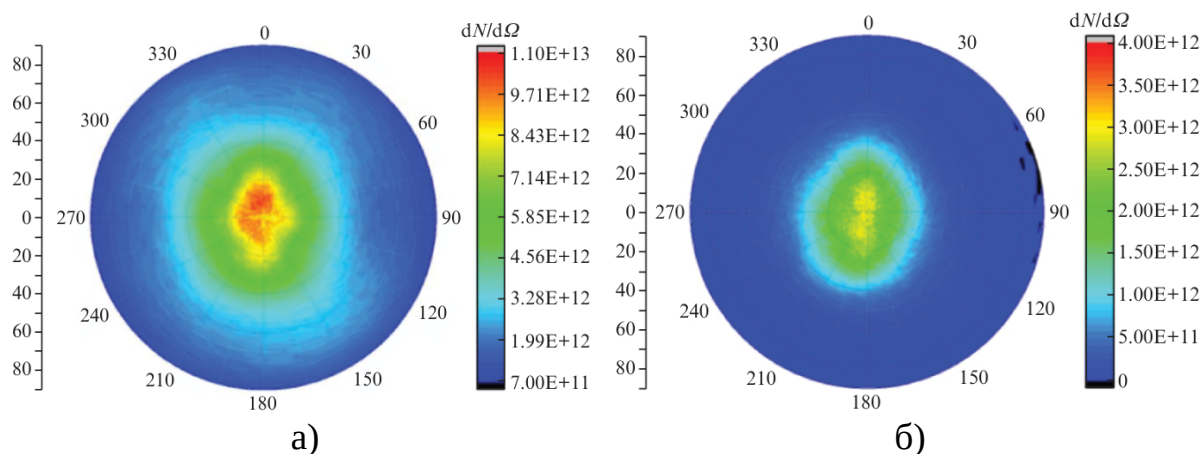


Рисунок 3.19 — Угловое распределение (в единицу телесного угла) ускоренных электронов, вылетевших из расчетной области с энергиями, превышающими 7 (а) и 40 МэВ (б).

симируется трёхтемпературным распределением с эффективными температурами $T_1 = 8,3$ МэВ, $T_2 = 22,7$ МэВ, $T_3 = 118$ МэВ.

На рис. 3.19 представлено угловое распределение ускоренных электронов, покидающих расчётную область с энергиями выше 7 МэВ и 40 МэВ. Из представленных данных видно, что с ростом энергии электронов наблюдается усиление их направленности, что указывает на увеличение коллимации пучка при более высоких энергиях.

Сравнение результатов, полученных для параметров лазерных установок PEARL ($D_{\text{FWHM}} = 4,12 \text{ мкм}$, $\tau_{\text{FWHM}} = 60 \text{ фс}$, $I_0 = 1,2 \cdot 10^{21} \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2}$, $a_0 = 30$, $n/n_{\text{cr}} = [1.0, 2.0]$) [38] и XCELS, показывает, что эффективность преобразования энергии лазера в энергию ультрарелятивистских электронов возрастает с увеличением как энергии, так и интенсивности лазерного импульса. Для параметров XCELS эффективность преобразования энергии в электроны с энергиями выше 100 МэВ примерно в десять раз превышает соответствующий показатель для параметров установки PEARL. При этом число ускоренных электронов растёт пропорционально энергии лазерного импульса: для параметров XCELS заряд электронов с энергиями $E > 7 \text{ МэВ}$ и $E > 30 \text{ МэВ}$ достигает соответственно 3 мкКл и 0,6 мкКл.

Для анализа характеристик рентгеновского излучения, возникающего при взаимодействии релятивистских электронных пучков с конвертерами из металлов с высоким атомным номером, было проведено моделирование с использованием инструментария GEANT4. В расчётах применялся физический список Shielding с заменой стандартных электромагнитных подбиблиотек на расширенный набор EM Opt4, обеспечивающий повышенную точность описания процессов взаимодействия. Результаты были усреднены по 12 независимым расчётам для повышения статистической достоверности. Ниже приведены результаты моделирования генерации тормозного рентгеновского излучения в золотом конвертере, облучаемом пучком электронов, ускоренных в режиме DLA в протяжённой плазменной мишени околоритической плотности. В расчётах рассматривался конвертер в виде золотой пластины толщиной в диапазоне 1–20 мм.

На рис. 3.20 представлено пространственное распределение γ -квантов с энергией $E > 7 \text{ МэВ}$, генерируемых в золотом конвертере при облучении пучком ускоренных DLA-электронов с параметрами, полученными в трёхмерном PiC-моделировании (см. рис. 3.18 и 3.19). Соответствующие энергетические спектры γ -квантов, формирующихся в золотых конвертерах различной толщины, показаны на рис. 3.21.

Согласно результатам численного моделирования, доля преобразования энергии лазерного импульса в γ -излучение с энергией фотонов $E_{\text{ph}} > 1 \text{ МэВ}$ составляет 5,22 %, а для фотонов с энергией $E_{\text{ph}} > 7 \text{ МэВ}$, соответствующих области гигантского дипольного резонанса фотоядерных реакций, эффективность достигает 2,63 %. Эти значения более чем на порядок превышают результаты (0,2 %),

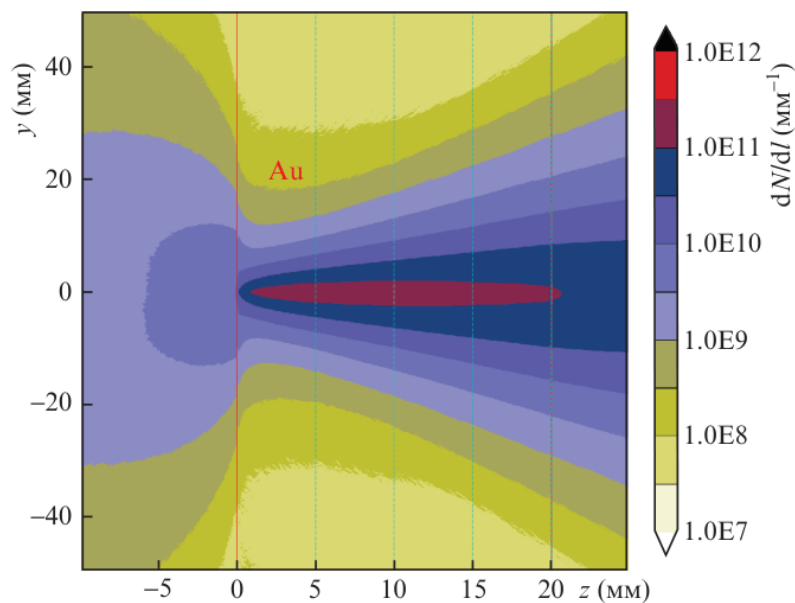


Рисунок 3.20 — Пространственное распределение гамма-квантов с энергией больше 7 МэВ, генерируемых в конвертере из золота толщиной 20 мм.

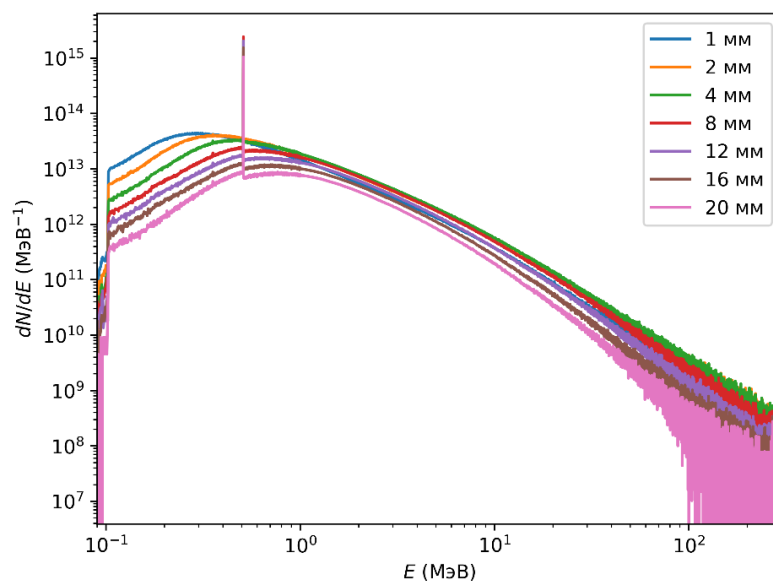


Рисунок 3.21 — Спектр вылетевших фотонов, полученных в результате взаимодействия релятивистских DLA-электронов с золотым конвертером.

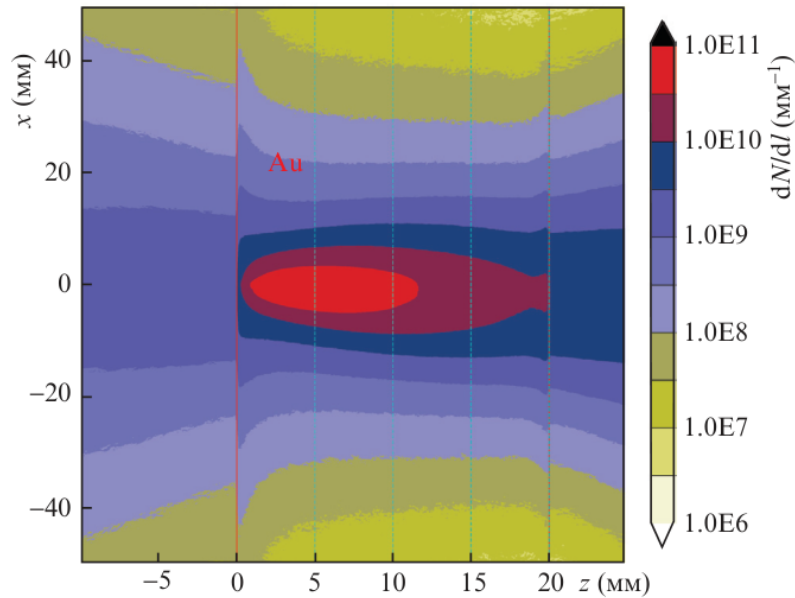


Рисунок 3.22 — Пространственное распределение позитронов с энергией больше 1 МэВ, генерируемых в конвертере из золота, в зависимости от его толщины.

полученные при прямом лазерном облучении золотых конвертеров на установках VULCAN [18] и NOVA [101].

Жёсткое излучение с энергией фотонов выше 1 МэВ, генерируемое в конвертере, приводит к рождению электрон-позитронных пар в кулоновском поле ядер материала. На рис. 3.22 показаны результаты моделирования генерации позитронов с использованием инструментария Geant4 для пучка DLA-ускоренных электронов с характеристиками, полученными в PiC-моделировании. Пространственное распределение позитронов, покидающих конвертер, также представлено на рис. 3.22.

Следует отметить, что расчёты в GEANT4 не учитывали влияние электростатического поля, возникающего на тыльной поверхности конвертера в результате пространственного разделения зарядов, индуцированного высокоэнергетическими электронами. Это поле может приводить к дополнительному ускорению позитронов по механизму TNSA (Target Normal Sheath Acceleration) и, как следствие, к увеличению их конечных энергий [102].

Согласно результатам моделирования, при толщине конвертера $z = 5$ мм общее число рождающихся позитронов достигает $6,5 \cdot 10^{11}$, что соответствует заряду около 104 нКл. Указанная толщина конвертера является близкой к оптимальной с точки зрения баланса между процессами рождения и аннигиляции электрон-позитронных пар (см. рис. 3.23). Из анализа зависимостей числа актов рождения и аннигиляции e^+e^- -пар от глубины проникновения в материал (рис. 3.24),

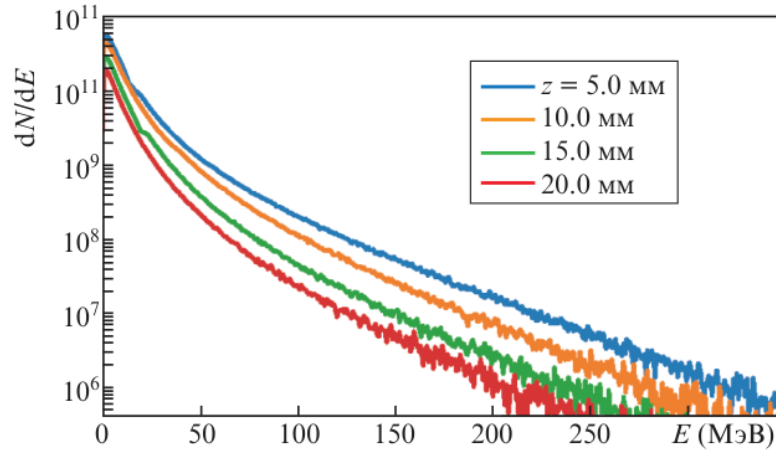


Рисунок 3.23 — Спектры позитронов, генерируемых DLA-электронами в золотых пластинах разной толщины z .

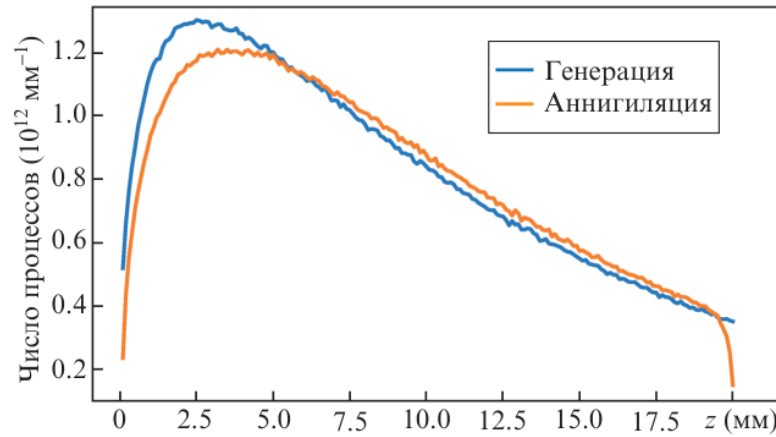


Рисунок 3.24 — Число процессов генерации и аннигиляции электрон-позитронных пар в зависимости от длины прохождения в материале, нормированное на длину прохождения.

нормированных на длину пробега, следует, что оптимальная толщина составляет $z \approx 6$ мм; при дальнейшем увеличении толщины конвертера число позитронов начинает монотонно уменьшаться.

Даже без учёта постускорения позитронов по механизму TNSA эффективность преобразования энергии лазерного импульса в энергию пучка позитронов составляет около 1 %. Это значение примерно в десять раз превышает эффективность, полученную в QED-PIC-моделировании при взаимодействии сверхинтенсивного лазерного импульса мощностью 10 ПВт ($I = 4 \cdot 10^{23}$ Вт $\cdot$ см $^{-2}$, $a_0 = 540$, $E_{\text{las}} = 60$ Дж, $\tau_{\text{las}} = 15$ фс) [103].

Фокусировка нескольких 10-петаваттных лазерных импульсов установки XCELS на мишень с низкой плотностью плазмы, даже без необходимости жёсткой синхронизации во времени и пространстве, позволит пропорционально уве-

личить интенсивность источников релятивистских частиц и жёсткого рентгеновского излучения. Согласно проведённым расчётам, использование десяти пучков установки XCELS позволит получить пучок позитронов с рекордным зарядом порядка 1 мкКл.

3.3.3 Сравнение результатов

Максимальное количество гамма-квантов в каждом из рассмотренных спектральных диапазонов приведено в Таб 4.

Таблица 4 — Максимальное количество гамма-квантов для различных диапазонов энергий фотонов при взаимодействии лазерно-ускоренных пучков электронов с золотой мишенью.

Диапазон энергий фотонов	Параметры лазерного импульса	
	$I_L = 2,5 \cdot 10^{19} \text{ Вт/см}^2$ $E_L = 17,5 \text{ Дж}$	$I_L = 4,1 \cdot 10^{21} \text{ Вт/см}^2$ $E_L = 150 \text{ Дж}$
$100 \text{ кэВ} < E_\gamma < 1 \text{ МэВ}$	$1,38 \cdot 10^{12} \text{ фотонов}$	$2,62 \cdot 10^{13} \text{ фотонов}$
$1 \text{ МэВ} < E_\gamma < 10 \text{ МэВ}$	$3,12 \cdot 10^{12} \text{ фотонов}$	$5,36 \cdot 10^{13} \text{ фотонов}$
$10 \text{ МэВ} < E_\gamma < 100 \text{ МэВ}$	$3,46 \cdot 10^{11} \text{ фотонов}$	$5,1 \cdot 10^{12} \text{ фотонов}$

Выход N_γ гамма квантов при воздействии электронов, ускоренных ультра-релятивистским лазерным импульсом, оказывается более чем на порядок больше, чем в случае генерации гамма-излучения электронами, ускоренными субпикосекундными лазерными импульсами умеренно-релятивистской интенсивности, см таблицу 4. Связано это с приблизительно на порядок большей энергией ультра-релятивистского лазерного импульса (150 Дж против 17,5 Дж в предыдущем случае). Большая энергия лазерного импульса в несколько раз повышает количество ускоренных электронов, которому пропорционален выход гамма квантов, а большая интенсивность I_L лазерного импульса повышает характерные температуры ускоренных электронов (т.е. относительное количество более высокоэнергетических электронов), которые пропорциональны $I_L^{1/2}$.

3.4 Оптимальная толщина конвертера источника интенсивного излучения

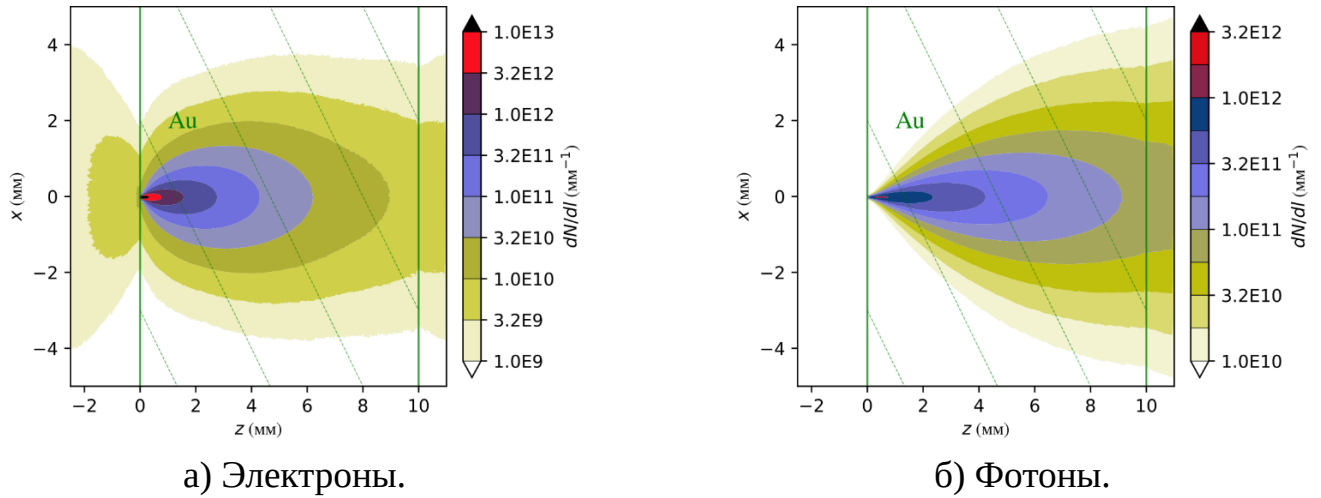


Рисунок 3.25 — Спектры электронов и гамма-квантов на тыльной стороне конвертера для разных толщин конвертера.

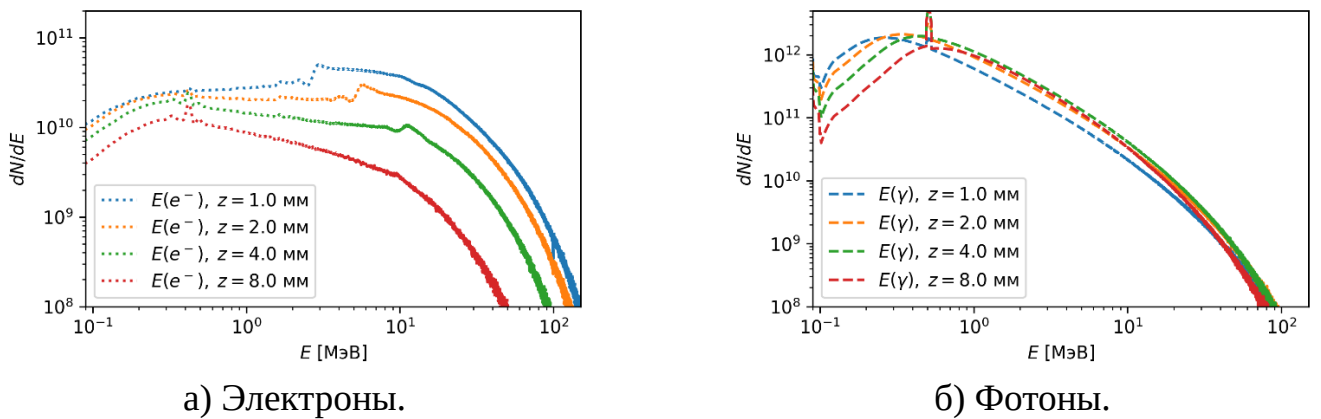


Рисунок 3.26 — Спектры электронов и гамма-квантов на тыльной стороне конвертера для разных толщин конвертера.

Для изучения зависимости характеристик источника гамма-излучения от материала и толщины мишени-конвертера с помощью кода Geant4 было проведено моделирование взаимодействия пучка электронов, ускоренных субпикосекундным лазерным импульсом в NCD плазме из пены, с конвертерами из золота (Au) различной толщины от 1 до 10 мм. Мишень была пристыкована вплотную к источнику DLA-электронов. На Рис. 3.25 изображены траектории в мишени налетающих электронов и генерируемых вследствие тормозного излучения фотонов для мишени из золота толщины 10 мм. Спектры электронов и фотонов изображены на Рис. 3.26.

Таблица 5 — Оптимальная толщина мишени для различных диапазонов энергий фотонов при взаимодействии лазерно-ускоренных пучков электронов с золотой мишенью.

Диапазон энергий фотонов	Параметры лазерного импульса	
	$I_L = 2,5 \cdot 10^{19} \text{ Вт/см}^2$ $E_L = 17,5 \text{ Дж}$	$I_L = 4,1 \cdot 10^{21} \text{ Вт/см}^2$ $E_L = 150 \text{ Дж}$
$100 \text{ кэВ} < E_{\text{ph}} < 1 \text{ МэВ}$	2,3 мм	1,7 мм
$1 \text{ МэВ} < E_{\text{ph}} < 10 \text{ МэВ}$	2,8 мм	2,7 мм
$E_{\text{ph}} > 10 \text{ МэВ}$	3,5 мм	3,7 мм

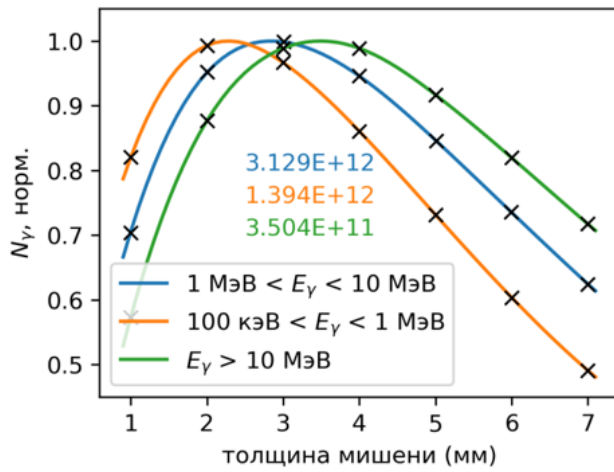
На рисунке 3.28 изображены распределения интенсивности гамма-излучения на тыльной стороне конвертера из золота для разных толщин h для фотонов с $E_{\text{ph}} > 7 \text{ МэВ}$. Из рисунка видно, что толщина мишени $h \approx 3 \text{ мм}$, близкая к радиационной длине золота l_{rad} , дает наибольшее число квантов с энергиями более 1 МэВ. Для квантов с энергиями менее $E = 0,5 \text{ МэВ}$, как уже говорилось выше, длина пробега квантов l_{ph} становится меньше l_{rad} и значительно возрастает роль поглощения квантов. Поэтому для квантов с $E < 1 \text{ МэВ}$ величина $h_{\text{opt}} \approx 2 \text{ мм} < l_{\text{rad}}$, что согласуется с аналитическими оценками.

В таблице 5 приведены значения оптимальной толщины мишени-конвертера из золота, при которой генерируется максимальное количество гамма-квантов в каждом из рассмотренных спектральных диапазонов.

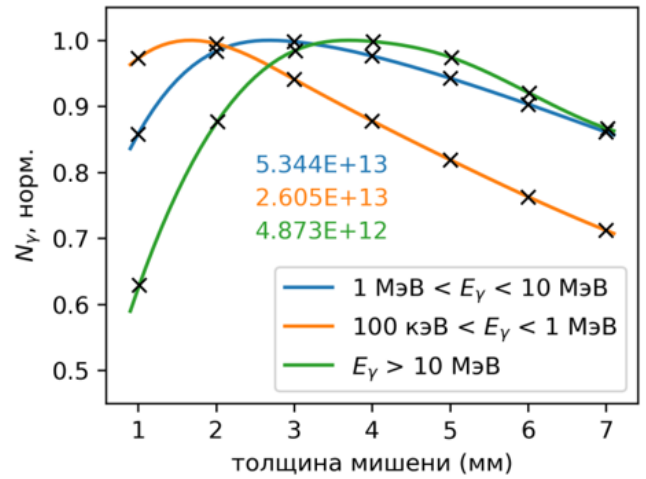
Для обоих лазерных установок (PHELIX и XCELS) величины оптимальных толщин получаются практически идентичными, несмотря на существенное различие параметров лазерных импульсов — длительность отличается на 1 порядок, а мощность на два.

Помимо яркости источника гамма-излучения, для практических приложений важное значение имеют его поперечные размеры. В связи с этим представляет интерес исследование зависимости размера источника гамма-квантов от толщины мишени. В некоторых случаях размер источника может достигать величин порядка 1 мм (рис. 3.28), что является неприемлемым для ряда задач, связанных с диагностикой веществ, обладающих более мелкой внутренней структурой. С целью уменьшения размеров источника при сохранении высокого уровня эффективной яркости была проведена его оптимизация для параметров установки PHELIX.

На рис. 3.29а представлена зависимость радиуса источника r_{FWHM} , определяемого на уровне половины максимального потока dN/dS , от толщины мишени

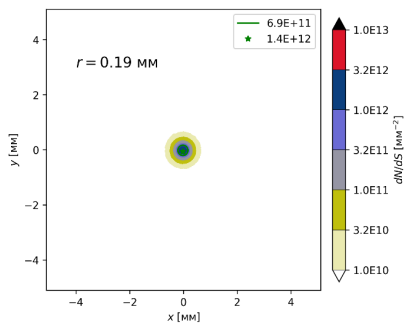
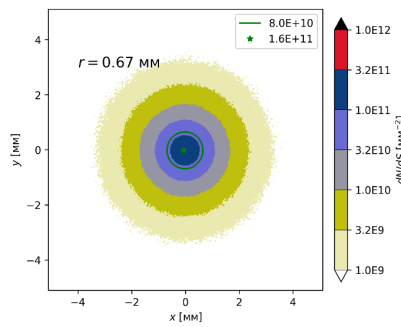
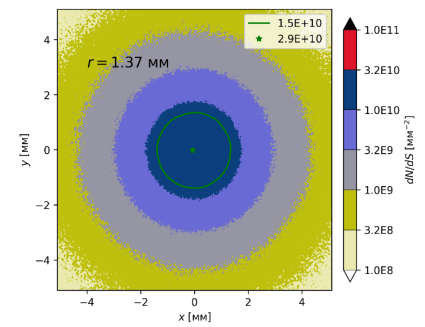


а) PHELIX



б) XCELS

Рисунок 3.27 — Зависимость общего количества фотонов с тыльной стороны конвертера для различных диапазонов энергий фотонов для двух лазерных установок — PHELIX и XCELS — от толщины конвертера.

а) $h = 1 \text{ mm}$ б) $h = 4 \text{ mm}$ в) $h = 8 \text{ mm}$

Зеленая сплошная линия – уровень интенсивности, равный половине от максимума, зеленая звезда – положение максимума интенсивности.

Рисунок 3.28 — Распределение интенсивности гамма-излучения на тыльной стороне золотого конвертера для разных толщин. Энергия частиц $E > 7 \text{ МэВ}$.

для различных материалов — титана (Ti), серебра (Ag) и золота (Au). Несмотря на то, что длина пробега фотонов в золоте меньше, чем в других материалах (что подразумевает большее количество актов рассеяния на той же длине), размеры источников для всех представленных материалов оказываются практически одинаковыми. Это объясняется тем, что при выбранной схеме генерации гамма-излучения определяющим фактором, задающим размер источника, является исходный угловой разброс электронов, налетающих на конвертер и генерирующих тормозное излучение. С этим обстоятельством также связана линейная зависимость размера источника от толщины мишени.

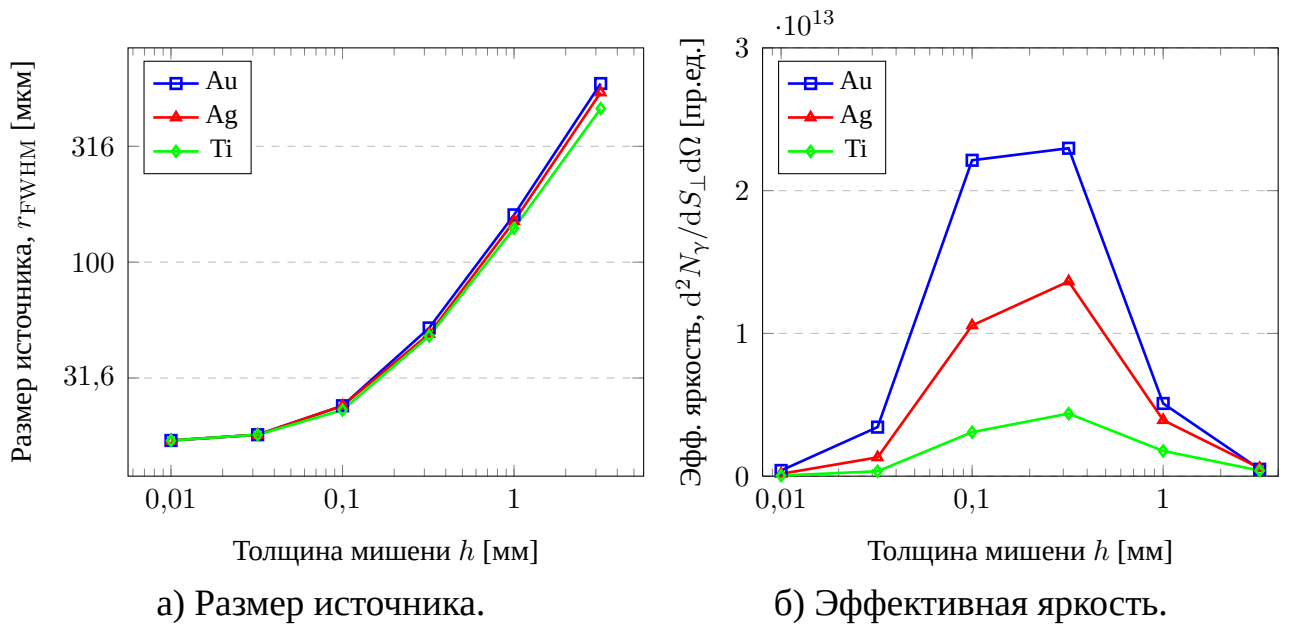


Рисунок 3.29 — Зависимость размера (а) и эффективной яркости (б) источника для параметров PHELIX от толщины конвертера.

На рис. 3.29б показаны зависимости эффективной яркости источника, $d^2 N_\gamma / (dS_\perp d\Omega)$, от толщины конвертера для различных материалов. Эффективная яркость оценивалась как интегральный поток фотонов, излучаемых с поверхности, ограниченной границей источника радиусом r_{FWHM} . Из графика видно, что яркость источника возрастает при уменьшении радиационной длины материала l_{rad} . Это связано с тем, что размер источника практически не зависит от вида материала, а уменьшение радиационной длины приводит к увеличению доли энергии электронов, преобразуемой в излучение, и, следовательно, к росту числа гамма-квантов, испускаемых с той же эффективной площади источника.

Для параметров лазерного импульса комплекса PHELIX получено, что оптимальная толщина конвертера составляет $\sim 0,1–0,3$ мм. При выборе такой толщины общий поток гамма-квантов уменьшается примерно в 4–8 раз (в зависимости от точного значения толщины), однако размеры источника и его эффективная яркость при этом остаются близкими к оптимальным.

3.5 Выводы

В данной главе представлен перспективный подход к генерации направленных высокоинтенсивных пучков γ -излучения с энергией порядка несколь-

ких МэВ. Метод основан на механизме прямого лазерного ускорения (DLA) в протяжённой плазме околоритической плотности, в результате которого формируются суперпондеромоторные электроны с энергиями в диапазоне от 100–500 МэВ, в зависимости от мощности используемой лазерной установки.

Проведённое комплексное сквозное моделирование, включающее трёхмерные PiC-расчёты и Монте–Карло симуляции взаимодействия ускоренных электронов с металлическим конвертером, продемонстрировало возможность количественно воспроизвести результаты, полученные в экспериментах. Согласно результатам моделирования, сильноточные пучки ультрарелятивистских электронов могут быть реализованы с использованием современных пикосекундных и фемтосекундных лазерных систем петаваттного класса мощности. Такие пучки способны эффективно служить источником интенсивного γ -излучения в МэВ-ном диапазоне энергий, применяемых для диагностики вещества в экстремальных состояниях.

Проведённый теоретический анализ и численное моделирование методом Монте–Карло генерации тормозного излучения лазерно-ускоренными электронами позволяют определить оптимальные параметры металлического конвертера для максимизации выхода γ -излучения и/или яркости получаемого источника, что представляет значительный интерес для дальнейших экспериментальных исследований и практических применений.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. На основе аналитических оценок и трёхмерного численного моделирования исследованы процессы, происходящие в лазерно-плазменном инжекторе электронов, функционирующем по механизму самоинжекции и ускорения электронов в кильватерной волне ультрарелятивистского лазерного импульса, распространяющегося через восходящий градиент концентрации плазменной мишени. Проведено сопоставление результатов одномерных теоретических моделей с результатами трёхмерного моделирования. Показано, что сгусток ускоренных электронов, формируемый в трёхмерной мишени, сохраняет ключевые качественные особенности, предсказанные одномерной теорией: сверхкороткую длительность и близкую к платообразной форму энергетического спектра.
2. Выполнен теоретический анализ динамики относительного разброса по энергии электронного сгустка при лазерно-плазменном кильватерном ускорении с учётом эффекта самовоздействия (beam-loading). Полученные зависимости позволяют оценивать эволюцию энергетического разброса в процессе ускорения при различных параметрах кильватерной волны и электронного сгустка. Найдено оптимальное соотношение параметров, при котором достигается минимальный разброс по энергии в конце ускоряющей стадии. Результаты теоретического анализа находятся в хорошем согласии с данными численного моделирования в линейном и слабонелинейном режимах.
3. На основе полномасштабного трёхмерного самосогласованного моделирования продемонстрирована возможность реализации многостадийного лазерно-плазменного кильватерного ускорителя, обеспечивающего достижение ультрарелятивистских энергий электронных сгустков при сохранении низкого относительного разброса по энергии, с учётом влияния эффекта самовоздействия. Показано, что использование двухкаскадной схемы ускорения позволяет достичь энергий порядка 40 ГэВ при относительном разбросе по энергии на уровне 1%.
4. Установлено, что лазерные источники жёсткого γ -излучения, основанные на взаимодействии DLA-ускоренных электронов с твердотельными

мишенями, обладают высокой эффективностью преобразования энергии лазерного импульса в энергию излучаемых γ -квантов. Для параметров лазерного комплекса XCELS коэффициент конверсии достигает порядка 5% для γ -квантов с энергией выше 1 МэВ, что существенно превышает показатели, полученные при прямом лазерном облучении металлических мишеней.

5. Показано, что в лазерных источниках жёсткого излучения на основе взаимодействия DLA-ускоренных электронов с плотными мишенями оптимальная толщина конвертера составляет порядка одной радиационной длины материала. Такой выбор обеспечивает максимальный поток γ -квантов в широком диапазоне параметров лазерных систем. Использование материалов с более высокой плотностью и большим атомным номером позволяет дополнительно повысить яркость источника, что открывает возможности для создания компактных высокоэффективных лазерно-плазменных источников γ -излучения нового поколения.

Список литературы

1. *Assmann R. W.* [et al.]. EuPRAXIA Conceptual Design Report // The European Physical Journal Special Topics. — 2020. — Dec. — Vol. 229, no. 24. — P. 3675—4284. — DOI: 10.1140/epjst/e2020-000127-8.
2. *Döbert S.* RF breakdown in high frequency accelerator // Conference Record of the Twenty-Sixth International Power Modulator Symposium, 2004 and 2004 High-Voltage Workshop. — 2004. — P. 60—63. — DOI: 10.1109/MODSYM.2004.1433506.
3. *Gonsalves A. J.* [et al.]. Petawatt Laser Guiding and Electron Beam Acceleration to 8 GeV in a Laser-Heated Capillary Discharge Waveguide // Physical Review Letters. — 2019. — Feb. 25. — Vol. 122, no. 8. — P. 084801. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.122.084801.
4. *Хазанов Е. А.* [и др.]. XCELS – Международный центр исследований экстремальных световых полей // Квантовая Электроника. — 2023. — Т. 53, № 2. — С. 95—122.
5. *Кузнецов С. В.* Генерация коротких электронных сгустков при прохождении лазерным импульсом резкой границы неоднородной плазмы // ЖЭТФ. — 2016. — Т. 150, 2(8). — С. 195—213. — DOI: 10.1134/S1063776116070190.
6. *Кузнецов С. В.* Генерация сгустков электронов лазерным импульсом ультрарелятивистской интенсивности, пересекающим границу неоднородной плазмы // Письма в ЖТФ. — 2019. — Т. 45, вып. 13. — С. 48—51. — DOI: 10.21883/PJTf.2019.13.47959.17758.
7. *Кузнецов С. В.* Оптимизация толщины переходного слоя для генерации сверхкоротких сгустков электронов лазерным импульсом, воздействующим на полугораниченную плазму // Письма в ЖТФ. — 2022. — Т. 48, вып. 16. — С. 21—24. — DOI: 10.21883/PJTf.2022.16.53202.19290.
8. *Joshi C., Corde S., Mori W. B.* Perspectives on the generation of electron beams from plasma-based accelerators and their near and long term applications // Physics of Plasmas. — 2020. — Vol. 27, no. 7. — P. 070602. — DOI: 10.1063/5.0004039.

9. *Doebert, Steffen, Sicking, Eva.* Towards TeV-scale electron-positron collisions: the Compact Linear Collider (CLIC) // *Europhysics News*. — 2018. — Vol. 49, no. 1. — P. 24—28. — DOI: 10.1051/epn/2018102.
10. *Burke D. L.* [et al.]. Positron Production in Multiphoton Light-by-Light Scattering // *Phys. Rev. Lett.* — 1997. — Sept. — Vol. 79, issue 9. — P. 1626—1629. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.79.1626.
11. *Stoneking M. R.* [et al.]. A new frontier in laboratory physics: magnetized electron-positron plasmas // *Journal of Plasma Physics*. — 2020. — Vol. 86, no. 6. — P. 155860601. — DOI: 10.1017/S0022377820001385.
12. *Brambilla G.* [et al.]. Electron–Positron Pair Flow and Current Composition in the Pulsar Magnetosphere // *The Astrophysical Journal*. — 2018. — May. — Vol. 858, no. 2. — P. 81. — DOI: 10.3847/1538-4357/aab3e1.
13. *Rylov Y. A.* Electron-positron pairs production in the pulsar magnetosphere // *Astrophysics and Space Science*. — 1981. — Apr. — Vol. 75, no. 2. — P. 423—436. — DOI: 10.1007/BF00648653.
14. *Vranic M., Klimo O., Korn G., Weber S.* Multi-GeV electron-positron beam generation from laser-electron scattering // *Scientific Reports*. — 2018. — Mar. — Vol. 8, no. 1. — P. 4702. — DOI: 10.1038/s41598-018-23126-7.
15. *Katsouleas T. C.* [et al.]. Beam Loading in Plasma Accelerators // *Part. Accel.* — 1987. — Vol. 22. — P. 81—99.
16. *Rechatin C.* [et al.]. Observation of Beam Loading in a Laser-Plasma Accelerator // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — Nov. — Vol. 103, issue 19. — P. 194804. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.194804.
17. *Wang T.* [et al.]. Power Scaling for Collimated γ -Ray Beams Generated by Structured Laser-Irradiated Targets and Its Application to Two-Photon Pair Production // *Phys. Rev. Appl.* — 2020. — May. — Vol. 13, issue 5. — P. 054024. — DOI: 10.1103/PhysRevApplied.13.054024.
18. *Norreys P. A.* [et al.]. Observation of a highly directional γ -ray beam from ultra-short, ultraintense laser pulse interactions with solids // *Physics of Plasmas*. — 1999. — May. — Vol. 6, no. 5. — P. 2150—2156. — DOI: 10.1063/1.873466.
19. *Hatchett S. P.* [et al.]. Electron, photon, and ion beams from the relativistic interaction of Petawatt laser pulses with solid targets // *Physics of Plasmas*. — 2000. — May. — Vol. 7, no. 5. — P. 2076—2082. — DOI: 10.1063/1.874030.

20. *Gu Y.-J., Jirka M., Klimo O., Weber S.* Gamma photons and electron-positron pairs from ultra-intense laser-matter interaction: A comparative study of proposed configurations // *Matter and Radiation at Extremes*. — 2019. — Oct. — Vol. 4, no. 6. — P. 064403. — DOI: 10.1063/1.5098978.
21. *Pomerantz I.* [et al.]. Ultrashort Pulsed Neutron Source // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Oct. — Vol. 113, issue 18. — P. 184801. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.184801.
22. *Günther M. M.* [et al.]. Forward-looking insights in laser-generated ultra-intense γ -ray and neutron sources for nuclear application and science // *Nature Communications*. — 2022. — Jan. — Vol. 13, no. 1. — P. 170. — DOI: 10.1038/s41467-021-27694-7.
23. *Недорезов В. Г., Рыкованов С. Г., Савельев А. Б.* Ядерная фотоника: результаты и перспективы // *Усп. физ. наук*. — 2021. — Т. 191, № 12. — С. 1281—1306. — DOI: 10.3367/UFNr.2021.03.038960.
24. *Ravasio A.* [et al.]. Hard X-Ray Radiography for Density Measurement in Shock Compressed Matter // *Physics of Plasmas*. — 2008. — June 10. — Vol. 15, no. 6. — P. 060701. — DOI: 10.1063/1.2928156.
25. *Li K.* [et al.]. Developments toward Hard X-ray Radiography on Heavy-Ion Heated Dense Plasmas // *Laser and Particle Beams*. — 2014. — Dec. — Vol. 32, no. 4. — P. 631—637. — DOI: 10.1017/S0263034614000652.
26. *Negoita F., Roth M., Thirolf P.*, [et al.]. Laser Driven Nuclear Physics at ELI-NP // *Romanian Reports in Physics*. — 2021. — Vol. 68. — S37—S144.
27. *Habs D., Köster U.* Production of Medical Radioisotopes with High Specific Activity in Photonuclear Reactions with γ -Beams of High Intensity and Large Brilliance // *Applied Physics B*. — 2011. — May 1. — Vol. 103, no. 2. — P. 501—519. — DOI: 10.1007/s00340-010-4278-1.
28. *Ma Z.* [et al.]. Photonuclear Production of Medical Isotopes $^{62,64}\text{Cu}$ Using Intense Laser-Plasma Electron Source // *Matter and Radiation at Extremes*. — 2019. — Sept. 24. — Vol. 4, no. 6. — P. 064401. — DOI: 10.1063/1.5100925.
29. *Pukhov A., Sheng Z.-M., Meyer-ter-Vehn J.* Particle Acceleration in Relativistic Laser Channels // *Physics of Plasmas*. — 1999. — July 1. — Vol. 6, no. 7. — P. 2847—2854. — DOI: 10.1063/1.873242.

30. *Willingale L.* [et al.]. High-Power, Kilojoule Laser Interactions with near-Critical Density Plasma // *Physics of Plasmas*. — 2011. — Apr. 25. — Vol. 18, no. 5. — P. 056706. — DOI: 10.1063/1.3563438.
31. *Toncian T.* [et al.]. Non-Maxwellian Electron Distributions Resulting from Direct Laser Acceleration in near-Critical Plasmas // *Matter and Radiation at Extremes*. — 2016. — Jan. 28. — Vol. 1, no. 1. — P. 82—87. — DOI: 10.1016/j.mre.2015.11.001.
32. *Willingale L.* [et al.]. The Unexpected Role of Evolving Longitudinal Electric Fields in Generating Energetic Electrons in Relativistically Transparent Plasmas // *New Journal of Physics*. — 2018. — Sept. — Vol. 20, no. 9. — P. 093024. — DOI: 10.1088/1367-2630/aae034.
33. *Arefiev A. V.* [et al.]. Beyond the Ponderomotive Limit: Direct Laser Acceleration of Relativistic Electrons in Sub-Critical Plasmas // *Physics of Plasmas*. — 2016. — Apr. 20. — Vol. 23, no. 5. — P. 056704. — DOI: 10.1063/1.4946024.
34. *Khudik V., Arefiev A., Zhang X., Shvets G.* Universal Scalings for Laser Acceleration of Electrons in Ion Channels // *Physics of Plasmas*. — 2016. — Oct. 20. — Vol. 23, no. 10. — P. 103108. — DOI: 10.1063/1.4964901.
35. *Pugachev L. P., Andreev N. E., Levashov P. R., Rosmej O. N.* Acceleration of Electrons under the Action of Petawatt-Class Laser Pulses onto Foam Targets // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. — 2016. — Sept. 1. — Vol. 829. — P. 88—93. — (2nd European Advanced Accelerator Concepts Workshop - EAAC 2015). — DOI: 10.1016/j.nima.2016.02.053.
36. *Rosmej O. N.* [et al.]. Interaction of Relativistically Intense Laser Pulses with Long-Scale near Critical Plasmas for Optimization of Laser Based Sources of MeV Electrons and Gamma-Rays // *New Journal of Physics*. — 2019. — Apr. — Vol. 21, no. 4. — P. 043044. — DOI: 10.1088/1367-2630/ab1047.
37. *Rosmej O. N.* [et al.]. High-Current Laser-Driven Beams of Relativistic Electrons for High Energy Density Research // *Plasma Physics and Controlled Fusion*. — 2020. — Oct. — Vol. 62, no. 11. — P. 115024. — DOI: 10.1088/1361-6587/abb24e.

38. *Andreev N.* [et al.]. Efficiency Improvement of the Femtosecond Laser Source of Superponderomotive Electrons and X-ray Radiation Due to the Use of near-Critical Density Targets // *Quantum Electronics*. — 2021. — Nov. 1. — Vol. 51, no. 11. — P. 1019—1025. — DOI: 10.1070/QEL17648.
39. *Esarey E., Schroeder C. B., Leemans W. P.* Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators // *Rev. Mod. Phys.* — 2009. — Aug. — Vol. 81, issue 3. — P. 1229—1285. — DOI: 10.1103/RevModPhys.81.1229.
40. *Dawson J. M.* Nonlinear Electron Oscillations in a Cold Plasma // *Physical Review*. — 1959. — Vol. 113, no. 2. — P. 383—387. — DOI: 10.1103/PhysRev.113.383.
41. *Gordon D.* [et al.]. Observation of Electron Energies Beyond the Linear De-phasing Limit from a Laser-Excited Relativistic Plasma Wave // *Physical Review Letters*. — 1998. — Mar. 9. — Vol. 80, no. 10. — P. 2133—2136. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.80.2133.
42. *Malka V.* [et al.]. Electron Acceleration by a Wake Field Forced by an Intense Ultrashort Laser Pulse // *Science*. — 2002. — Nov. 22. — DOI: 10.1126/science.1076782.
43. *Leemans W. P.* [et al.]. Terahertz Radiation from Laser Accelerated Electron Bunches // *Physics of Plasmas*. — 2004. — May 1. — Vol. 11, no. 5. — P. 2899—2906. — DOI: 10.1063/1.1652834.
44. *Tilborg J. van* [et al.]. Single-Shot Spatiotemporal Measurements of High-Field Terahertz Pulses // *Optics Letters*. — 2007. — Feb. 1. — Vol. 32, no. 3. — P. 313—315. — DOI: 10.1364/OL.32.000313.
45. *Gorbunov L. M., Kirsanov V. I.* Excitation of Plasmawaves by an Electromagnetic Wave Packet // *Zhurnal Eksperimentalnoy i Teoreticheskoy Fiziki*. — 1998. — Vol. 93. — P. 509—518.
46. *Panofsky W. K. H., Wenzel W. A.* Some Considerations Concerning the Transverse Deflection of Charged Particles in Radio-Frequency Fields // *Review of Scientific Instruments*. — 1956. — Nov. 1. — Vol. 27, no. 11. — P. 967. — DOI: 10.1063/1.1715427.
47. *Keinigs R., Jones M. E.* Two-dimensional Dynamics of the Plasma Wakefield Accelerator // *The Physics of Fluids*. — 1987. — Jan. 1. — Vol. 30, no. 1. — P. 252—263. — DOI: 10.1063/1.866183.

48. *Bulanov S. V., Inovenkov I. N., Naumova N. M., Sakharov A. S.* Excitation of a relativistic Langmuir wave and electron acceleration through the action of an electromagnetic pulse on a collisionless plasma // *Soviet Journal of Plasma Physics*. — 1990. — June.
49. *Bulanov S., Naumova N., Pegoraro F., Sakai J.* Particle injection into the wave acceleration phase due to nonlinear wake wave breaking // *Phys. Rev. E*. — 1998. — Nov. — Vol. 58, issue 5. — R5257—R5260. — DOI: 10.1103/PhysRevE.58.R5257.
50. *Schmid K. [et al.]*. Few-Cycle Laser-Driven Electron Acceleration // *Physical Review Letters*. — 2009. — Mar. — Vol. 102, no. 12. — P. 124801. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.102.124801.
51. *Buck A. [et al.]*. Shock-Front Injector for High-Quality Laser-Plasma Acceleration // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — May. — Vol. 110, issue 18. — P. 185006. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.110.185006.
52. *Kalmykov S., Yi S. A., Khudik V., Shvets G.* Electron Self-Injection and Trapping into an Evolving Plasma Bubble // *Physical Review Letters*. — 2009. — Sept. — Vol. 103, no. 13. — P. 135004. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.135004.
53. *McGuffey C. [et al.]*. Ionization Induced Trapping in a Laser Wakefield Accelerator // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Jan. — Vol. 104, issue 2. — P. 025004. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.104.025004.
54. *Yu L.-L. [et al.]*. Two-Color Laser-Ionization Injection // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Mar. — Vol. 112, issue 12. — P. 125001. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.125001.
55. *Fubiani G., Esarey E., Schroeder C. B., Leemans W. P.* Beat Wave Injection of Electrons into Plasma Waves Using Two Interfering Laser Pulses // *Physical Review E*. — 2004. — July 20. — Vol. 70, no. 1. — P. 016402. — DOI: 10.1103/PhysRevE.70.016402.
56. *Faure J. [et al.]*. Controlled Injection and Acceleration of Electrons in Plasma Wakefields by Colliding Laser Pulses // *Nature*. — 2006. — Dec. — Vol. 444, no. 7120. — P. 737—739. — DOI: 10.1038/nature05393.
57. *Kuznetsov S. V.* Generation of Electron Bunches by an Ultrarelativistic Laser Pulse Intersecting the Boundary of an Inhomogeneous Plasma // *Technical Physics Letters*. — 2019. — July. — Vol. 45, no. 7. — P. 683—686.

58. Кузнецов С. В. Физический механизм генерации сгустков электронов при прохождении лазерным импульсом ультрарелятивистской интенсивности резкой границы плазмы // Квантовая электроника. — 2018. — Т. 48, вып. 10. — С. 945—953. — DOI: 10.1070/QEL16743.
59. Esarey E., Schroeder C. B., Leemans W. P. Physics of Laser-Driven Plasma-Based Electron Accelerators // Reviews of Modern Physics. — 2009. — Aug. 27. — Vol. 81, no. 3. — P. 1229—1285. — DOI: 10.1103/RevModPhys.81.1229.
60. Костюков И., Пухов А. Плазменные методы ускорения электронов: современное состояние и перспективы // Успехи физических наук. — 2015. — Т. 185, вып. 1. — С. 89—96. — DOI: 10.3367/UFNr.0185.201501g.0089.
61. Bura H. [et al.]. PIconGPU: A Fully Relativistic Particle-in-Cell Code for a GPU Cluster // IEEE Transactions on Plasma Science. — 2010. — Vol. 38, no. 10. — P. 2831—2839. — DOI: 10.1109/TPS.2010.2064310.
62. Andreev N. E., Kuznetsov S. V. Laser Wakefield Acceleration of Finite Charge Electron Bunches // IEEE Transactions on Plasma Science. — 2008. — Vol. 36, no. 4. — P. 1765—1772. — DOI: 10.1109/TPS.2008.2000887.
63. Tzoufras M. [et al.]. Beam loading by electrons in nonlinear plasma wakes // Physics of Plasmas. — 2009. — Vol. 16, no. 5. — P. 056705. — DOI: 10.1063/1.3118628.
64. Andreev N. E., Kirsanov V. I., Gorbunov L. M. Stimulated processes and self-modulation of a short intense laser pulse in the laser wakefield accelerator // Physics of Plasmas. — 1995. — Vol. 2, no. 6. — P. 2573—2582.
65. Andreev N. E. [et al.]. Structure of the wake field in plasma channels // Physics of Plasmas. — 1997. — Vol. 4, no. 4. — P. 1145—1153. — DOI: 10.1063/1.872186.
66. Veisman M. E., Andreev N. E. Dependence of emittance on the length of an electron bunch during laser-plasma acceleration in guiding structures // Quantum Electronics. — 2020. — Vol. 50, no. 4. — P. 392.
67. Andreev N. E., Gorbunov L. M. Laser-plasma acceleration of electrons // Phys. Usp. — 1999. — Vol. 42, no. 1. — P. 49—53. — DOI: 10.1070/PU1999v042n01ABEH000447.

68. *Li X., Nghiem P. A. P., Mosnier A.* Toward low energy spread in plasma accelerators in quasilinear regime // *Phys. Rev. Accel. Beams.* — 2018. — Nov. — Vol. 21, issue 11. — P. 111301. — DOI: 10.1103/PhysRevAccelBeams.21.111301.
69. *Sun G.-Z., Ott E., Lee Y. C., Guzdar P.* Self-focusing of short intense pulses in plasmas // *The Physics of Fluids.* — 1987. — Vol. 30, no. 2. — P. 526—532. — DOI: 10.1063/1.866349.
70. *Andreev N. E., Kuznetsov S. V.* Guided propagation of short intense laser pulses and electron acceleration // *Plasma Physics and Controlled Fusion.* — 2003. — Nov. — Vol. 45, 12A. — A39—A57. — DOI: 10.1088/0741-3335/45/12a/004.
71. *Gorbunov L. M., Kalmykov S. Y., Mora P.* Laser wakefield acceleration by petawatt ultrashort laser pulses // *Physics of Plasmas.* — 2005. — Vol. 12, no. 3. — P. 033101. — DOI: 10.1063/1.1852469.
72. *Esarey E., Shadwick B., Catravas P., Leemans W.* Synchrotron radiation from electron beams in plasma-focusing channels // *Phys. Rev. E.* — 2002. — Vol. 65, issue 5. — P. 056505. — DOI: 10.1103/RevModPhys.81.1229.
73. *Veysman M., Andreev N.* Comparative study of laser pulses guiding in capillary waveguides and plasma channels at conditions of non-perfect focusing // *Journal of Physics: Conference Series.* Vol. 774. — IOP Publishing. 2016. — P. 012109.
74. *Veisman M. E., Kuznetsov S. V., Andreev N. E.* Growth of emittance in laser-plasma electron acceleration in guiding structures // *Quantum Electronics.* — 2017. — Vol. 47, no. 3. — P. 199.
75. *Veisman M. E., Kuznetsov S. V., Andreev N. E.* Influence of asymmetric injection of laser radiation into capillary waveguides on wake acceleration of electrons possessing various injection energies // *Quantum Electronics.* — 2016. — Vol. 46, no. 4. — P. 288.
76. *Mora P., Antonsen Jr. T. M.* Kinetic modeling of intense, short laser pulses propagating in tenuous plasmas // *Physics of Plasmas.* — 1997. — Vol. 4, no. 1. — P. 217—229. — DOI: 10.1063/1.872134.
77. *Pugacheva D., Andreev N.* Laser-plasma acceleration of polarised electrons up to energies of several TeV // *Quantum Electronics.* — 2021. — Sept. — Vol. 51, no. 9. — P. 826—832. — DOI: 10.1070/qel17607.

78. *Tomassini P., Rossi A.* Matching strategies for a plasma booster // *Plasma Physics and Controlled Fusion*. — 2015. — Vol. 58, issue 3. — P. 034001. — DOI: 10.1103/RevModPhys.81.1229.
79. *Ferri J. [et al.]*. High-Brilliance Betatron γ -Ray Source Powered by Laser-Accelerated Electrons // *Phys. Rev. Lett.* — 2018. — June. — Vol. 120, issue 25. — P. 254802. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.120.254802.
80. *Huang K. [et al.]*. Resonantly Enhanced Betatron Hard X-rays from Ionization Injected Electrons in a Laser Plasma Accelerator // *Scientific Reports*. — 2016. — June 8. — Vol. 6, no. 1. — P. 27633. — DOI: 10.1038/srep27633.
81. *Ma Y. [et al.]*. Compact Polarized X-Ray Source Based on All-Optical Inverse Compton Scattering // *Physical Review Applied*. — 2023. — Jan. — Vol. 19, no. 1. — P. 014073. — DOI: 10.1103/PhysRevApplied.19.014073.
82. *Tavana P. [et al.]*. Ultra-High Efficiency Bremsstrahlung Production in the Interaction of Direct Laser-Accelerated Electrons with High-Z Material // *Frontiers in Physics*. — 2023. — May 9. — Vol. 11. — DOI: 10.3389/fphy.2023.1178967.
83. *Gahn C. [et al.]*. Multi-MeV Electron Beam Generation by Direct Laser Acceleration in High-Density Plasma Channels // *Phys. Rev. Lett.* — 1999. — Vol. 83. — P. 4772—4775. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.83.4772.
84. *Arefiev A. V. [et al.]*. Novel aspects of direct laser acceleration of relativistic electrons // *J. Plasma Phys.* — 2015. — Vol. 81, no. 4. — P. 475810406. — DOI: 10.1017/S0022377815000434.
85. *Jiang K., Arefiev A. V., Khudik V. N., Shvets G.* Injection dynamics of direct-laser-accelerated electrons in a relativistically transparent plasma // *Phys. Rev. E*. — 2018. — Vol. 98, no. 3. — P. 033206. — DOI: 10.1103/PhysRevE.98.033206.
86. *Gong Z., Arefiev A. V., Qiao B., He X. T.* Direct laser acceleration of electrons assisted by strong laser-driven quasistatic magnetic fields // *Phys. Rev. E*. — 2020. — Vol. 101, no. 1. — P. 013206. — DOI: 10.1103/PhysRevE.102.013206.
87. *Babjak R., Willingale L., Arefiev A., Vranic M.* Direct Laser Acceleration in Underdense Plasmas with Multi-PW Lasers: A Path to High-Charge, GeV-Class Electron Bunches // *Phys. Rev. Lett.* — 2024. — Mar. — Vol. 132, issue 12. — P. 125001. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.132.125001.

88. *Kostenko O. F.* Simulations of hard X-ray generation by hot electrons in a silver target // *Quantum Electronics*. — 2019. — Mar. — Vol. 49, no. 3. — P. 216—219. — DOI: 10.1070/qel16828.
89. *Urban L.* A model for multiple scattering in GEANT4. — CERN-OPEN, 2006.
90. *Berger M.* — National Institute of Standards, Technology, Gaithersburg, MD. In: NISTIR 4999., 1993.
91. *Беспалов В.* Взаимодействие ионизирующих излучений с веществом. — Издательство Томского политехнического университета, 2008.
92. *Ter-Mikhaelyan M. L.* High energy electromagnetic processes in amorphous and inhomogeneous media // *Phys. Usp.* — 2003. — Vol. 46, no. 12. — P. 1231—1252. — DOI: 10.1070/PU2003v046n12ABEH001368.
93. *H. H. J., M. S. S.* Tables of X-Ray Mass Attenuation Coefficients and Mass Energy-Absorption Coefficients (Version 1.4). // (National Institute of Standards and Technology). — Gaithersburg, 2004.
94. *Ferrari A., Sala P., Fasso A., Ranft J.* FLUKA: A Multi-Particle Transport Code : tech. rep. / CERN EUROPEAN ORGANIZATION FOR NUCLEAR RESEARCH. — 2005.
95. *Battistoni G.* [et al.]. Overview of the FLUKA code // *Annals of Nuclear Energy*. — 2015. — Vol. 82. — P. 10—18. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2014.11.007> ; — Joint International Conference on Supercomputing in Nuclear Applications and Monte Carlo 2013, SNA + MC 2013. Pluri- and Trans-disciplinarity, Towards New Modeling and Numerical Simulation Paradigms.
96. *Böhlen T.* [et al.]. The FLUKA Code: Developments and Challenges for High Energy and Medical Applications // *Nuclear Data Sheets*. — 2014. — Vol. 120. — P. 211—214. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nds.2014.07.049>.
97. *Agostinelli S.* [et al.]. Geant4—a Simulation Toolkit // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. — 2003. — July 1. — Vol. 506, no. 3. — P. 250—303. — DOI: 10.1016/S0168-9002(03)01368-8.
98. *Allison J.* [et al.]. Recent developments in Geant4 // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. — 2016. — Vol. 835. — P. 186—225. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2016.06.125>.

99. *Pukhov A.* Three-Dimensional Electromagnetic Relativistic Particle-in-Cell Code VLPL (Virtual Laser Plasma Lab) // *Journal of Plasma Physics*. — 1999. — Apr. — Vol. 61, no. 3. — P. 425—433. — DOI: 10.1017/S0022377899007515.
100. *Borisenko N. G.* [et al.]. Regular 3-D Networks with Clusters for Controlled Energy Transport Studies in Laser Plasma Near Critical Density // *Fusion Science and Technology*. — 2006. — May 1. — Vol. 49, no. 4. — P. 676—685. — DOI: 10.13182/FST06-A1185.
101. *Stoyer M. A.* [et al.]. Nuclear Diagnostics for Petawatt Experiments (Invited) // *Review of Scientific Instruments*. — 2001. — Jan. 1. — Vol. 72, no. 1. — P. 767—772. — DOI: 10.1063/1.1319355.
102. *Chen H.* [et al.]. The Scaling of Electron and Positron Generation in Intense Laser-Solid Interactions // *Physics of Plasmas*. — 2015. — May. — Vol. 22, no. 5. — P. 056705. — DOI: 10.1063/1.4921147.
103. *Bake M. A., Elaji A.* Photon and Positron Production by Ultrahigh-Intensity Laser Interaction with Various Plasma Foils // *Plasma Science and Technology*. — 2021. — Apr. — Vol. 23, no. 4. — P. 045001. — DOI: 10.1088/2058-6272/abeb04.
104. *Yee K.* Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. — 1966. — Vol. 14, no. 3. — P. 302—307. — DOI: 10.1109/TAP.1966.1138693.
105. *Boris J.* Relativistic plasma simulation-optimization of a hybrid code // *Proc. Fourth Conf. Num. Sim. Plasmas*. — Naval Res. Lab., Washington, D.C. 1970. — P. 3—67.
106. *Courant R., Friedrichs K., Lewy H.* Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik // *Mathematische Annalen*. — 1928. — Vol. 100, no. 1. — P. 32—74. — DOI: 10.1007/BF01448839.
107. *Курант Р., Фридрихс К., Леви Г.* О разностных уравнениях математической физики // *УМН*. — 1941. — Т. 8. — С. 125—160.
108. *Vay J.-L., Geddes C., Cormier-Michel E., Grote D.* Numerical methods for instability mitigation in the modeling of laser wakefield accelerators in a Lorentz-boosted frame // *Journal of Computational Physics*. — 2011. — Vol. 230, no. 15. — P. 5908—5929. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2011.04.003>.

109. *Mora P., Antonsen Jr. T. M.* Kinetic modeling of intense, short laser pulses propagating in tenuous plasmas // *Physics of Plasmas*. — 1997. — Vol. 4, no. 1. — P. 217—229. — DOI: 10.1063/1.872134.
110. *Lotov K. V.* Simulation of ultrarelativistic beam dynamics in plasma wake-field accelerator // *Physics of Plasmas*. — 1998. — Vol. 5, no. 3. — P. 785—791. — DOI: 10.1063/1.872765.
111. *Huang C. [et al.].* QUICKPIC: A highly efficient particle-in-cell code for modeling wakefield acceleration in plasmas // *Journal of Computational Physics*. — 2006. — Vol. 217, no. 2. — P. 658—679. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2006.01.039>.
112. *Li F. [et al.].* A quasi-static particle-in-cell algorithm based on an azimuthal Fourier decomposition for highly efficient simulations of plasma-based acceleration: QPAD // *Computer Physics Communications*. — 2021. — Vol. 261. — P. 107784. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2020.107784>.

Публикации автора по теме диссертации

113. *Умаров И. Р., Андреев Н. Е.* Влияние оптической ионизации на генерацию кильватерных полей фемтосекундными лазерными импульсами в неоднородной плазме // *Квантовая Электроника*. — 2020. — Т. 50, вып. 8. — С. 770—775. — DOI: 10.1070/QEL17312.
114. *Кузнецов С. В., Умаров И. Р., Андреев Н. Е.* Лазерно-плазменный инжектор сгустка электронов, генерируемого ультрарелятивистским лазерным импульсом // *Вестник Объединенного института высоких температур*. — 2022. — Т. 7. — С. 70—74.
115. *Кузнецов С. В., Умаров И. Р., Андреев Н. Е.* Лазерно-плазменный инжектор ультракороткого сгустка электронов // *Квантовая Электроника*. — 2023. — Т. 53, вып. 3. — С. 194—199. — DOI: 10.3103/S1068335623190119.

116. Вейсман М. Е., Умаров И. Р., Пугачева Д. В., Андреев Н. Е. Многокаскадное лазерно-плазменное ускорение ультракоротких сгустков электронов и позитронов // Квантовая Электроника. — 2023. — Т. 53, вып. 2. — С. 182—188. — DOI: 10.3103/S1068335623180124.
117. Андреев Н. Е., Умаров И. Р., Попов В. С. Яркие источники ультрарелятивистских частиц и гамма-квантов для междисциплинарных исследований // Квантовая Электроника. — 2023. — Т. 53, вып. 3. — С. 236—241. — DOI: 10.3103/S1068335623190028.
118. Андреев Н. Е., Умаров И. Р., Попов В. С. Интенсивные лазерные источники гамма-излучения и нейтронов на основе сильноточных пучков суперпондеромоторных электронов // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. — 2023. — Вып. 8. — С. 3—10. — DOI: 10.31857/S1028096023070026.

Список рисунков

1.1	Иллюстрация процесса перемешивания траекторий электронов, опрокидывания кильватерной волны и захвата этих электронов кильватерной волной при прохождении лазерным импульсом вакуум-плазменной границы (из [57]).	22
1.2	Пространственное и энергетическое распределение сформированного и ускоренного сгустка электронов.	23
1.3	Профиль электронной концентрации плазменной мишени n_p . Точками отмечены положения сформированного сгустка в рассматриваемые моменты времени (рис. 1.5).	28
1.4	Лазерный импульс, возбуждающий кильватерную волну в плазме (фиолетово-зеленая расцветка) и распределение нормированной на критическую плотности плазменных электронов в момент времени $\tau = 152.4T_0$ в плоскости (x, y) (шкала справа). Зеленой рамкой выделена область, изображенная на рисунках 1.5а и 1.5б.	29
1.5	Распределение концентрации (а) и энергии (б) электронов в сформированном сгустке в различные моменты времени τ	30
1.6	Энергетические спектры электронов сгустка в различные моменты времени τ , соответствующее рис. 1.3, в процессе его ускорения.	31
1.7	Распределение в различные моменты времени интегрального заряда всех электронов, имеющих энергию в диапазоне от максимальной в спектре до заданного значения энергии отсечки E , при пространственном ограничении расстояния электронов до оси лазерного импульса 3 мкм (а). Спектр электронного сгустка при пространственном ограничении расстояния электронов до оси лазерного импульса 3 мкм, соответствующий моменту времени $352T_0$ (б).	33
2.1	Сравнение решений для оператора L для точечного источника при различных заданных потенциалах кильватерного поля $\varphi_0(\xi) = \varphi_0 \sin(\xi)$. Срез при $\rho = 0$, пунктирные линии обозначают φ_0 , сплошные линии — $\delta\varphi$ (а). Зависимость $\delta\varphi$ от радиуса при $\xi = 2.5$ (б).	38

2.2	Влияние формы трапецевидного профиля концентрации на относительный разброс по энергии, связанный с продольной неоднородностью поля (а). Динамика средней энергии и продольной компоненты относительного разброса по энергии электронного сгустка трапецевидной формы в процессе ускорения для оптимального параметра $a = 0.73$ (б).	45
2.3	Динамика продольной составляющей $\Delta\mathcal{E}^{\parallel}/\mathcal{E}$, поперечной составляющей $\Delta\mathcal{E}^{\perp}/\mathcal{E}$ разброса по энергии и их суммы $\Delta\mathcal{E}/\mathcal{E}$ во время ускорения для разных длин сгустка — $L = 0,4$ (а), $L = 0,1$ (а) — при остальных параметрах, соответствующим Рис. 2.2.	50
2.4	Сравнение теории и моделирования: динамика энергии — $\mathcal{E}_{\text{th}}$, $\mathcal{E}_{\text{sim}}$, левая шкала — и энергетического разброса пучка — $\Delta\mathcal{E}_{\text{th}}/\mathcal{E}$, $\Delta\mathcal{E}_{\text{sim}}/\mathcal{E}$, правая шкала — в процессе кильватерного ускорения.	51
2.5	Зависимость от длины ускорения L_{acc} ключевых характеристик на оси распространения $0z$ лазерного импульса, кильватерной волны и ускоряемого сгустка для параметров, указанных в Таб. 1, 2.	58
2.6	Зависимость от длины ускорения L_{acc} ключевых характеристик на оси распространения $0z$ лазерного импульса, кильватерной волны и ускоряемого сгустка во втором каскаде ускорителя. Параметры лазерного импульса и плазмы такие же, как в Таб. 1, 2, а параметры сгустка электронов такие же, как на выходе из 1 каскада ускорителя, см. Рис. 2.5.	59
3.1	Массовый коэффициент ослабления излучения в Ag	65
3.2	характерные длины пробега l_{ph} гамма квантов	66
3.3	Траектории электронов (а) и фотонов (б) при взаимодействии электронов с начальной энергией $E_0 = 10$ МэВ с серебряным конвертером.	70
3.4	Спектры генерируемых в конвертере фотонов для налетающего электрона с начальной энергией $E_0 = 1$ МэВ, в зависимости от материала и толщины конвертера.	72
3.5	Спектры генерируемых в конвертере фотонов для налетающего электрона с начальной энергией $E_0 = 10$ МэВ, в зависимости от материала и толщины конвертера.	73

3.6	Спектры генерируемых в конвертере фотонов для налетающего электрона с начальной энергией $E_0 = 100$ МэВ, в зависимости от материала и толщины конвертера.	74
3.7	Коэффициент конверсии электронов в фотоны с энергией $100 \text{ кэВ} < E_\gamma < 1 \text{ МэВ}$ для электронов в зависимости от их энергии и от материала и толщины мишени.	75
3.8	Коэффициент конверсии электронов в фотоны с энергией $1 \text{ МэВ} < E_\gamma < 10 \text{ МэВ}$ для электронов в зависимости от их энергии и от материала и толщины мишени	76
3.9	Коэффициент конверсии электронов в фотоны с энергией $E_\gamma > 10 \text{ МэВ}$ для электронов в зависимости от их энергии и от материала и толщины мишени.	77
3.10	Коэффициент конверсии электронов в фотоны тормозного излучения с энергией $100 \text{ кэВ} < E_\gamma < 1 \text{ МэВ}$ для электронов в зависимости от толщины мишени для различных начальных энергий электронов E_0 и разных материалов мишени.	78
3.11	Коэффициент конверсии электронов в фотоны тормозного излучения с энергией $1 \text{ МэВ} < E_\gamma < 10 \text{ МэВ}$ для электронов в зависимости от толщины мишени для различных начальных энергий электронов E_0 и разных материалов мишени	79
3.12	Коэффициент конверсии электронов в фотоны тормозного излучения с энергией $E_\gamma > 10 \text{ МэВ}$ для электронов в зависимости от толщины мишени для различных начальных энергий электронов E_0 и разных материалов мишени.	80
3.13	Левый столбец – зависимость оптимальной толщины мишени от энергии электрона E_0 для генерации гамма-квантов в различных диапазонах энергий. Правый столбец – Зависимость максимального коэффициента конверсии от энергии электронов E_0 в гамма-кванты различных диапазонов энергий.	82
3.14	Энергетические спектры электронов dN/dE , вылетевших из мишени за время $t = 2,5$ пс в направлении распространения лазерного импульса в телесный угол $0,1$ ср (кружки), а также всех вылетевших электронов (квадраты) (а), линиями обозначены двухтемпературные максвелловские аппроксимации. Угловое распределение электронов $dN/d\Omega$, вылетевших из мишени с энергией $E > 7,5$ МэВ (б).	85

3.15	Проекция на плоскость XOZ распределения: а – электронов; б – фотонов. Энергия частиц $E > 7,5$ МэВ	86
3.16	Энергетический спектр электронов, вылетевших в направлении распространения лазерного импульса из мишени, состоящей из слоя предварительно ионизированной пены низкой плотности толщиной 325 мкм, соединенной с тонкой золотой фольгой толщиной 10 мкм: символы – измерение [37]; сплошная кривая – двухтемпературная аппроксимация (3.12).	87
3.17	Распределение γ -квантов по энергии в единице телесного угла: кружки – измерение (рис. 3.15 в [22]); квадраты – моделирование с помощью GEANT4; сплошная линия – аппроксимация двухтемпературным распределением.	88
3.18	Спектр ускоренных электронов, вылетевших из расчетной области за все время взаимодействия, полученный в PIC-моделировании (кружки), и его трехтемпературное приближение (пунктирная кривая).	91
3.19	Угловое распределение (в единицу телесного угла) ускоренных электронов, вылетевших из расчетной области с энергиями, превышающими 7 (а) и 40 МэВ (б).	91
3.20	Пространственное распределение гамма-квантов с энергией больше 7 МэВ, генерируемых в конвертере из золота толщиной 20 мм.	93
3.21	Спектр вылетевших фотонов, полученных в результате взаимодействия релятивистских DLA-электронов с золотым конвертером.	93
3.22	Пространственное распределение позитронов с энергией больше 1 МэВ, генерируемых в конвертере из золота, в зависимости от его толщины.	94
3.23	Спектры позитронов, генерируемых DLA-электронами в золотых пластинах разной толщины z.	95
3.24	Число процессов генерации и аннигиляции электрон-позитронных пар в зависимости от длины прохождения в материале, нормированное на длину прохождения.	95
3.25	Спектры электронов и гамма-квантов на тыльной стороне конвертера для разных толщин конвертера.	97
3.26	Спектры электронов и гамма-квантов на тыльной стороне конвертера для разных толщин конвертера.	97

- 3.27 Зависимость общего количества фотонов с тыльной стороны конвертера для различных диапазонов энергий фотонов для двух лазерных установок — PHELIX и XCELS — от толщины конвертера. . . 99
- 3.28 Распределение интенсивности гамма-излучения на тыльной стороне золотого конвертера для разных толщин. Энергия частиц $E > 7$ МэВ. . . 99
- 3.29 Зависимость размера (а) и эффективной яркости (б) источника для параметров PHELIX от толщины конвертера. 100

Список таблиц

1	Параметры лазерного импульса	53
2	Параметры плазмы и ускоряемого сгустка	53
3	Сравнение коэффициентов преобразования энергии лазерного излучения в энергию γ -квантов при различных условиях эксперимента и моделирования.	89
4	Максимальное количество гамма-квантов для различных диапазонов энергий фотонов при взаимодействии лазерно-ускоренных пучков электронов с золотой мишенью.	96
5	Оптимальная толщина мишени для различных диапазонов энергий фотонов при взаимодействии лазерно-ускоренных пучков электронов с золотой мишенью.	98

Приложение А

Методы моделирования

А.1 PiC-метод

В PiC-методе электромагнитные поля решаются на сетке с помощью уравнений Максвелла:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad (\text{A.1a})$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{B} - \mathbf{J}, \quad (\text{A.1б})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho, \quad (\text{A.1в})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (\text{A.1г})$$

(здесь $\varepsilon_0 = \mu_0 = c = 1$), где t – это время, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ – безразмерные электрические и магнитные компоненты поля, ρ и $\mathbf{J}$ – это безразмерные плотности заряда и тока соответственно; скорость света $c = 1$. Заряженные частицы эволюционируют во времени с помощью уравнения на силу Лоренца:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v}, \quad (\text{A.2a})$$

$$\frac{d(\gamma\mathbf{v})}{dt} = \frac{q}{m}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (\text{A.2б})$$

где $m, q, \mathbf{x}, \mathbf{v}$ и $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2}$ – это масса, заряд, положение, скорость и гамма фактор частицы соответственно. Плотности заряда и тока интерполируются на сетку из положений и скоростей частиц для обновления магнитных и электрических полей, в то время как электрические и магнитные поля интерполируются с сетки в местоположения частиц для обновления их скоростей и координат.

Существует множество методов, реализующих данную схему. Одним из первых и самых популярных методов является метод Йи (Yee Solver)[104]. В этом методе электрические и магнитные поля смещены друг относительно друга по времени на половину шага дискретизации времени (например $\mathbf{E}^t$ и $\mathbf{B}^{t+1/2}$), и так же они смещены в пространстве на половину шага дискретизации пространства ($E_x|_{(i+1/2,j,k)}, E_x|_{(i,j+1/2,k)}, E_z|_{(i,j,k+1/2)}$ и

$B_x|_{(i,j+1/2,k+1/2)}, B_y|_{(i+1/2,j,k+1/2)}, B_z|_{(i+1/2,j+1/2,k)}$). Поскольку поля эволюционируют в соответствии с уравнениями Максвелла (А.1), в которых изменения электрического поля зависит от ротора магнитного поля, и наоборот, то выбор такого пространственного и временного размещения полей, а так же определение дискретных дифференциальных операторов как $\left[\partial_t F|_{i,j,k}^t = (F|_{i,j,k}^{t+1/2} - F|_{i,j,k}^{t-1/2})/\Delta t \right]$ и $\left[\partial_x F|_{(i,j,k)}^t = (F|_{(i+1/2,j,k)}^t - F|_{(i-1/2,j,k)}^t)/\Delta x \right]$ позволяет поочерёдно двигать поля во времени на основе значений предыдущего шага ($\mathbf{E}^t \rightarrow \mathbf{B}^{t+1/2} \rightarrow \mathbf{E}^{t+1} \rightarrow \mathbf{B}^{t+3/2} \rightarrow \dots$).

Для описания эволюции частиц во времени необходимо численно решить их уравнение движения. Центрированная конечно-разностная схема для уравнения движения Ньютона-Лоренца (А.2) имеет такой вид:

$$\frac{\mathbf{x}^{i+1} - \mathbf{x}^i}{\Delta t} = \mathbf{v}^{i+1/2}, \quad (\text{A.3a})$$

$$\frac{\gamma^{i+1/2} \mathbf{v}^{i+1/2} - \gamma^{i-1/2} \mathbf{v}^{i-1/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m} (\mathbf{E}^i + \bar{\mathbf{v}}^i \times \mathbf{B}^i). \quad (\text{A.3б})$$

Для того чтобы полностью определить систему, необходимо выразить $\bar{\mathbf{v}}^i$ как функцию от других величин. Существуют несколько вариантов для этого: один из самых популярных вариантов был предложен Борисом [105]:

$$\bar{\mathbf{v}}^i = \frac{\gamma^{i+1/2} \mathbf{v}^{i+1/2} + \gamma^{i-1/2} \mathbf{v}^{i-1/2}}{\gamma^{i+1/2} + \gamma^{i-1/2}} \quad (\text{A.4})$$

после этого алгоритм выглядит таким образом:

$$\mathbf{u}^- = \mathbf{u}^{i-1/2} + \left(\frac{q\Delta t}{2m} \right) \mathbf{E}^i, \quad (\text{A.5a})$$

$$\mathbf{u}' = \mathbf{u}^- + \mathbf{u}^- \times \mathbf{t}, \quad (\text{A.5б})$$

$$\mathbf{u}^+ = \mathbf{u}^- + \mathbf{u}' \times \frac{2\mathbf{t}}{1 + t^2}, \quad (\text{A.5в})$$

$$\mathbf{u}^{i+1/2} = \mathbf{u}^+ + \left(\frac{q\Delta t}{2m} \right) \mathbf{E}^i, \quad (\text{A.5г})$$

где $\mathbf{t} = (q\Delta t/2m)\mathbf{B}^i/\bar{\gamma}^i$ и $\bar{\gamma}^i = \sqrt{1 + u^-}$. В случае взаимодействия лазерного импульса с плазмой необходим шаг пространственной дискретизации не более k_l^{-1} , где k_l – это модуль волнового вектора лазерного импульса. Также для устойчивости системы необходимо выполнения критерия Куранта-Фридрихса-Леви [106; 107]. Для метода Йи это значит $c\Delta t_{CFL}/\Delta x = 1/\sqrt{3}$ [104; 108].

A.2 Метод квазистатического приближения

Квазистатическое приближение использует факт, что скорость лазерного импульса или пучка частиц, возбуждающего лазерного близка к скорости света и то что характерный период изменения формы драйвера много больше периода плазменной волны. Таким образом возможно разделение эволюции драйвера и плазмы следующим образом: предполагая драйвер заданным в определённый момент времени, малая скорость изменения его формы позволяет предположить, что он является квазистатическим в течение времени, необходимого для прохождения поперечного среза плазмы. Отклик плазмы на драйвер можно вычислить, проследив за эволюцией плазменного среза, в процессе прохождения драйвера через него. Реконструкция продольной и поперечной структуры отклика из последовательности поперечных срезов дает полную структуру отклика плазмы на возмущение драйвером, в том числе плотностей токов и зарядов, необходимых для эволюции драйвера во времени. В большинстве формулировок для отслеживания эволюции плазменных срезов используется сопутствующая движению драйвера система координат, движущаяся со скоростью света, определяемая как $\zeta = z - ct$. Существует несколько реализаций данного приближения, например [109—112]. В данной работе была выбрана модель Мора, WAKE [109]. В этой модели так же были сделаны предположения, что длина лазерного импульса много меньше характерных размеров системы, т.е. $\lambda_0 \ll \lambda_p$ (или $\omega_0 \gg \omega_p$) и $r_L \gg c/\omega_0$, где $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0 / m_e}$ плазменная частота (n_0 – концентрация плазмы, и e и m_e – заряд и масса электрона соответственно). Это позволяет рассматривать эволюцию лазерного импульса через эволюцию его огибающей, а так же рассматривать электрические и магнитные поля, действующие на частицы плазмы, как усреднённые по периоду лазерного импульса. Лазерный импульс в таком случае записывается через вектор-потенциал

$$\tilde{\mathbf{A}}_{\perp} = \hat{\mathbf{A}}_{\perp}(z, \mathbf{x}_{\perp}, t) \exp[ik_0 \zeta] + \text{к.с.}, \quad (\text{A.6})$$

где k_0 – это модуль волнового вектора. Тогда эволюция огибающей лазерного импульса $\hat{\mathbf{A}}_{\perp}$ описывается уравнением

$$\left[\frac{2\partial}{c\partial t} \left(ik_0 + \frac{\partial}{\partial \zeta} \right) + \nabla_{\perp}^2 \right] \hat{\mathbf{A}}_{\perp} = \frac{4\pi q^2}{mc^2} \left\langle \frac{\bar{n}}{\bar{\gamma}} \right\rangle \hat{\mathbf{A}}_{\perp}, \quad (\text{A.7})$$

где были выкинуты члены порядка $(\omega_p/\omega_0)^2$ и выше. Правая часть уравнения представляет собой зависимость диэлектрического коэффициента от концентрации плазмы, где $\bar{n}$ и $\bar{\gamma}$ означают медленно меняющиеся концентрацию и гамма фактор частиц плазмы соответственно, которые, в свою очередь, определяются следующими уравнениями:

$$\frac{d\bar{\mathbf{p}}}{dt} = q \left(\bar{\mathbf{E}} + \frac{\bar{\mathbf{v}}}{c} \times \bar{\mathbf{B}} \right) - \frac{q^2}{\bar{\gamma}mc^2} \nabla |\hat{\mathbf{A}}_{\perp}|^2, \quad (\text{A.8})$$

– для импульсов частиц, зная траектории которых можно найти концентрацию, и:

$$\bar{\gamma} = \sqrt{1 + \frac{1}{m^2c^2} \left[|\bar{\mathbf{p}}|^2 + 2 \left| \frac{q}{c} \hat{\mathbf{A}}_{\perp} \right|^2 \right]}, \quad (\text{A.9})$$

– для гамма фактора. Черта над величинами в данных уравнениях, как и ранее, означает медленно меняющиеся во времени компоненты. Уравнение (A.8) можно переписать в виде Гамильтониана с использованием векторного и скалярного потенциалов $\bar{\mathbf{A}}$ и $\bar{\Phi}$, связанных с кильватерной волной плазмы, и канонического импульса $\hat{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{p}} + q\bar{\mathbf{A}}/c$. Тогда Гамильтониан имеет вид $\bar{H} = \bar{\gamma}mc^2 + q\bar{\Phi}$ и зависит от времени t и координаты z только через их комбинацию $\zeta = z - ct$. Тогда можно показать постоянство величины $\bar{H} - c\bar{p}_z$, что для изначально покоящихся частиц означает

$$\bar{\gamma}mc^2 + q\bar{\Phi} - c\bar{p}_z - q\bar{A}_z = mc^2. \quad (\text{A.10})$$

Уравнения (A.9) и (A.10) позволяют выразить продольную компоненту импульса частиц, при условии, что их перпендикулярная компонента импульса, скалярный и векторный потенциалы поля известны. Таким образом, предполагая, что срез этих частиц инициализирован перед драйвером, эволюция частиц плазмы внутри среза определяется уравнениями

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{2(1 - q\bar{\Psi}/(mc^2))} \left\{ 1 + \frac{1}{m^2c^2} \left[|\bar{\mathbf{p}}_{\perp}|^2 + 2 \left| \frac{q}{c} \hat{\mathbf{A}}_{\perp} \right|^2 \right] + \left(1 - \frac{q\bar{\Psi}}{mc^2} \right)^2 \right\}, \quad (\text{A.11a})$$

$$\bar{p}_z = \frac{mc}{2(1 - q\bar{\Psi}/(mc^2))} \left\{ 1 + \frac{1}{m^2c^2} \left[|\bar{\mathbf{p}}_{\perp}|^2 + 2 \left| \frac{q}{c} \hat{\mathbf{A}}_{\perp} \right|^2 \right] - \left(1 - \frac{q\bar{\Psi}}{mc^2} \right)^2 \right\}, \quad (\text{A.11b})$$

для гамма-фактора и продольной компоненты импульса. Здесь $\bar{\Psi} = \bar{\Phi} - \bar{A}_z$. Таким образом, решая уравнения движения, только поперечная компонента импульса нуждается в эволюции в процессе прохождения частицей лазерного импульса.

Уравнения для поперечной компоненты имеет вид

$$\frac{d\bar{\mathbf{p}}_{\perp}}{d\xi} = \frac{1}{c(1 - q\bar{\Psi}/(mc^2))} \left[q\bar{\gamma} \left(\bar{\mathbf{E}} + \frac{\bar{\mathbf{v}}}{c} \times \bar{\mathbf{B}} \right)_{\perp} - \frac{q^2}{mc^2} \nabla_{\perp} |\hat{\mathbf{A}}_{\perp}|^2 \right], \quad (\text{A.12})$$

где $\xi = -\zeta$ и означает расстояние от начала лазерного импульса в противоположную сторону от его распространения. Траектория частицы определяется уравнением

$$\frac{d\mathbf{x}_{\perp}}{d\xi} = \frac{\bar{\mathbf{p}}_{\perp}}{mc(1 - q\bar{\Psi}/(mc^2))}. \quad (\text{A.13})$$

После того как траектории частиц в координатах $(\mathbf{x}_{\perp}, \xi)$ определены, плотности тока и заряда могут быть рассчитаны. В процессе прохождения частицей лазерного импульса, её вклад в локальную плотность плазмы зависит от времени, за которое она проходит лазерный импульс в данной точке. Эффективную плотность частицы таким образом можно записать как

$$\bar{n}(\mathbf{x}_{\perp}, \xi) = \bar{n}_0(\mathbf{x}_{\perp 0}) \frac{c}{c - \bar{v}_z} = \bar{n}_0(\mathbf{x}_{\perp 0}) \frac{\bar{\gamma}}{(1 - q\bar{\Psi}/(mc^2))}, \quad (\text{A.14})$$

где $\bar{n}_0(\mathbf{x}_{\perp 0})$ – это плотность невозмущённой драйвером плазмы.

Для описания взаимодействия лазера с плазмой остаются только уравнения на поля кильватерной волны, которые в данном случае записаны отдельно для продольной и поперечной компонент:

$$\frac{4\pi\bar{\mathbf{j}}_{\perp}}{c} = \nabla_{\perp} \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial \xi} + \nabla_{\perp} (\nabla_{\perp} \cdot \bar{\mathbf{A}}_{\perp}) - \nabla_{\perp}^2 \bar{\mathbf{A}}_{\perp}, \quad (\text{A.15a})$$

$$\frac{4\pi\bar{j}_z}{c} = -\frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial \xi^2} - \nabla_{\perp}^2 \bar{A}_z - \frac{\partial}{\partial \xi} (\nabla_{\perp} \cdot \bar{\mathbf{A}}_{\perp}). \quad (\text{A.15b})$$

Уравнение (A.15a) при заданной плотности тока может быть решено для $\partial \bar{\Psi}/\partial \xi$ и $\bar{\mathbf{A}}_{\perp}$ после выбора калибровки потенциала. При выборе Кулоновской калибровки, $\nabla \cdot \bar{\mathbf{A}}_{\perp} = 0$ из уравнения (A.15a) получаем

$$\frac{4\pi}{c} \nabla_{\perp} \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{j}}_{\perp}}{\partial \xi} = \nabla_{\perp}^2 \Gamma, \quad (\text{A.16})$$

где Γ – определяется уравнением

$$\frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial \xi^2} = \Gamma. \quad (\text{A.17})$$

Левая часть уравнения (A.16) определяется из траекторий частиц, которые известны из уравнений (A.11)-(A.14). После того как Γ найдено, уравнение (A.17) может

быть проинтегрировано для определения потенциала $\bar{\psi}$, а после этого с помощью уравнений (A.16) и (A.17) может быть найден и векторный потенциал $\bar{\mathbf{A}}$.

Теперь необходимо определить уравнения для движения частиц пучка, движущихся со скоростями, близкими к скорости света (драйвер или ускоряемый пучок). Опуская выкладки, можно записать для продольной и поперечной компонент импульса

$$\frac{d\mathbf{p}_\perp}{dt} = -q\nabla_\perp\psi - q\left(1 - \frac{v_z}{c}\right) \left[\nabla_\perp A_{W,z} + \frac{\partial}{\partial\xi} (\mathbf{A}_W + \mathbf{A}_L)_\perp \right], \quad (\text{A.18a})$$

$$\frac{dp_z}{dt} = q\frac{\partial\psi}{\partial\xi} + q\frac{\mathbf{v}_\perp}{c} \times [\nabla \times (\mathbf{A}_W + \mathbf{A}_L)], \quad (\text{A.18б})$$

где $\mathbf{A}_W$ и $\mathbf{A}_L$ – это векторные потенциалы кильватерного и лазерного полей соответственно, $\psi = z \cdot (\mathbf{A}_W + \mathbf{A}_L)$, $\gamma = \sqrt{1 + |\mathbf{p}/mc|^2}$. Траектории частиц определяются интегрированием уравнений (A.18) вместе с уравнениями

$$\frac{d\mathbf{x}_\perp}{dt} = \frac{\mathbf{p}_\perp}{m\gamma}, \quad (\text{A.19a})$$

$$\frac{d\xi}{dt} = c - \frac{p_z}{m\gamma}. \quad (\text{A.19б})$$

После того как траектории частиц пучка найдены, можно найти и их вклад в плотности тока и заряда, и, соответственно, учесть их вклад в электрические и магнитные поля.