

На правах рукописи

Вихров Евгений Владимирович

**ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ РАСШИРЕНИИ
УЛЬТРАХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЫ**

1.3.9 – Физика плазмы

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва
2026

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Объединенном институте высоких температур Российской академии наук.

Научный руководитель:

Зеленер Борис Вигдорович,

кандидат физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Объединенный институт высоких температур Российской академии наук, г. Москва.

Официальные оппоненты:

Думин Юрий Викторович,

кандидат физико-математических наук, Государственный астрономический институт имени П.К. Штернберга Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, г. Москва.

Жидков Алексей Геннадьевич,

доктор физико-математических наук, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”», г. Москва.

Ведущая организация:

Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук», г. Москва.

Защита состоится 28 декабря 2026 г. в 11:00 на заседании диссертационного совета 24.1.193.01 (Д 002.110.02), созданного на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Объединенного института высоких температур Российской академии наук, по адресу 125412, г. Москва, Ижорская ул., д. 13, стр. 2., конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИВТ РАН и на сайте ОИВТ РАН: https://jiht.ru/science/dissert-council/diss_texts/

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные гербовой печатью, просьба направлять по адресу: 125412, г. Москва, ул. Ижорская, д. 13, стр. 2, на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Автореферат разослан

«__» _____ 2026 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета

24.1.193.01 (Д 002.110.02)

к.ф.-м.н. А.В.Тимофеев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Часто различные виды плазмы, например, плазма газовых разрядов, плазма солнечной короны или плазма термоядерного синтеза, являются относительно горячими. Экстремальные значения параметров, при которых существуют многие виды горячей плазмы, обуславливают сравнительно быструю динамику физических процессов, протекающих в ней, а также приводят к различным экспериментальным трудностям при их изучении.

С помощью методов лазерного охлаждения и фотоионизации ультрахолодного газа, находящегося в магнитооптической ловушке, возможно создание полностью ионизованной ультрахолодной плазмы, состоящей из электронов и однократно заряженных ионов. Начальная температура электронов в такой плазме находится в диапазоне от 1 до 1000 К, а начальная температура ионов составляет величину порядка 1 мК. При этом начальная пиковая концентрация достигает значения порядка 10^{11} см^{-3} . Характерный начальный размер плазмы не превышает 0.2 см.

Ультрахолодная плазма обладает рядом значительных преимуществ. Во-первых, относительная простота эксперимента, который может быть выполнен усилиями небольшой лаборатории. Причем, оптические методы, используемые при получении ультрахолодной плазмы, обеспечивают очень хорошо контролируемые начальные условия. Во-вторых, экстремально низкие значения начальных температур компонентов плазмы обуславливают сравнительно медленную динамику различных процессов. Более того, возможно создание плазмы с достаточно высоким значением параметра неидеальности $\Gamma \approx 1$, которую, как правило, достаточно трудно получить в лаборатории. В-третьих, возможно получение плазмы в состоянии динамического равновесия плотности.

Таким образом, актуальность тематики обусловлена тем, что специфика ультрахолодной плазмы позволяет как проверить рамки применимости уже существующих теорий, так и использовать её для более детального изучения физических процессов, протекающих в плазме. Необходимо отметить, что активно ведётся экспериментальная работа по исследованию воздействия на ультрахолодную плазму внешних электрического и магнитного полей. Кроме того, ультрахолодная плазма уже находит прикладные применения. Одним из которых является электронная микроскопия, где ультрахолодная плазма выступает в качестве источника холодных электронов.

Эксперимент обладает и недостатками. Так, для измерения параметров ультрахолодной плазмы, невозможно использование различных твёрдых зондов. В связи с этим, в основу измерений положены методы лазерной спектроскопии и методы детектирования заряженных частиц. Как следствие, диагностика электронов затруднена.

Недостающие сведения можно получить с помощью численного моделирования, что является достаточно распространенным при изучении плазмы. Здесь существуют различные методы, например: магнитная гидродинамика

ка, различные кинетические модели, методы частицы в ячейке (Particle In Cell) и молекулярная динамика. Эти методы дают различную детализацию процессов и применяются на различных характерных пространственных и временных масштабах.

Принимая во внимание начальные значения параметров ультрахолодной плазмы, получаем, что ионная компонента находится в режиме сильной неидеальности ($\Gamma_i \gg 1$), а электронная от слабой ($\Gamma_e \ll 1$) до умеренной ($\Gamma_e \approx 1$). Чаще всего ультрахолодная плазма расширяется в вакуум и типичное время её существования варьируется от десятков до сотен микросекунд. Поэтому значения параметра неидеальности, равно как и изначально сравнительно большое среднее расстояние между частицами, претерпевают существенные изменения во времени.

В связи с этим, для моделирования такой плазмы представляется целесообразным использование метода молекулярной динамики. При этом решаются уравнения движения отдельных взаимодействующих частиц плазмы и естественным образом учитываются как самосогласованное электрическое поле плазмы, так и столкновения между частицами. Таким образом, метод должен давать реалистичные сведения о динамике плазмы.

Однако вычислительная сложность этого метода квадратично зависит от числа частиц, а реализация способов её понижения для открытых (нулевых) граничных условий сопряжена с известными трудностями. Это приводит к тому, что для моделирования доступно значительно меньшее число частиц, чем в реальном эксперименте. Таким образом, ещё одной актуальной задачей является выработка критериев подобия, которые позволят сравнивать результаты молекулярно-динамического моделирования с экспериментальными.

Целью работы является верификация модели ультрахолодной плазмы, как системы классических точечных частиц, взаимодействующих друг с другом по закону Кулона и изучение физических процессов, протекающих в такой плазме. Для её достижения в работе решались следующие задачи:

1. Разработка программ для моделирования ультрахолодной плазмы и программ обработки получаемых данных.
2. Определение критериев подобия для сопоставления результатов моделирования с экспериментальными.
3. Экстраполяция полученных результатов на условия эксперимента и определение влияния как начальных параметров самой плазмы, так и параметров внешних полей на её динамику.

Научная новизна работы состоит в том, что:

1. Верифицирована самосогласованная математическая модель ультрахолодной плазмы как системы классических точечных взаимодействующих зарядов в открытых граничных условиях, а также предложены критерии подобия, позволяющие корректно экстраполировать результаты моделирования на макроскопические экспериментальные системы.

2. Выявлен механизм формирования ионного фронта, возникающего при расширении ультрахолодной плазмы в вакуум, обусловленный начальным дисбалансом зарядов.
3. Получены универсальные безразмерные зависимости для оценки времени формирования и скорости движения фронта, не зависящие от начальной температуры электронов в широком диапазоне параметров.
4. Обнаружен эффект насыщения времени удержания ультрахолодной плазмы внешним квадрупольным магнитным полем при росте его градиента.
5. Выявлен механизм возникновения колебаний радиальной скорости ионов, обусловленный формированием знакопеременного потенциального рельефа при расширении ультрахолодной плазмы во внешнем квадрупольном магнитном поле.
6. Впервые предсказаны два качественно различных механизма потери электронов ультрахолодной плазмой, находящейся в скрещенных постоянных однородных электрическом и магнитном полях (формирование дрейфующего сгустка и формирование дрейфующего протяженного пучка), и показано, что в режиме пучка развивается диокотронная неустойчивость, приводящая к его волнообразной деформации.

Практическая значимость работы заключается в том, что разработанный автором программный комплекс (с поддержкой MPI/OpenMP/CUDA) адекватно воспроизводит динамику ультрахолодной плазмы и позволяет моделировать различные процессы, протекающие в ней. Более того, в совокупности с предложенными критериями подобия становится возможным не только сравнение результатов моделирования и эксперимента, но и предсказание новых эффектов в ультрахолодной плазме, некоторые из которых могут иметь прикладное значение.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Формирование ионного фронта при расширении ультрахолодной плазмы в вакуум в диапазоне начальных пиковых плотностей от 10^9 до 10^{10} см⁻³ и начальных температур электронов от 20 до 100 К происходит в результате нарушения её электронейтральности.
2. Безразмерная величина электрического поля, возникающего в области ионного фронта, одинакова в диапазоне плотностей от 10^7 до 10^{10} см⁻³ и начальных температур электронов от 25 до 100 К.
3. Время удержания ультрахолодной плазмы внешним квадрупольным магнитным полем не изменяется при увеличении градиента этого поля, с учётом перехода от параметров моделирования к экспериментальным, в диапазоне от 100 до 250 Гс/см и не зависит от начальной температуры электронов в диапазоне от 20 до 160 К.

4. Численно предсказаны два механизма потери электронов ультрахолодной плазмой, находящейся в скрещенных постоянных однородных электрическом поле и магнитном поле с индукцией в диапазоне от 10 до 60 Гс: покинувшие электроны формируют либо дрейфующий объёмный сгусток при напряженности электрического поля менее 10^{-5} статВ/см и их начальной температуре более 100 К, либо дрейфующий протяженный пучок при напряженности электрического поля более 10^{-5} статВ/см и их начальной температуре менее 100 К.

Апробация работы и публикации. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на научных конференциях: 15-я Всероссийская научная конференция с международным участием “Физика ультрахолодных атомов” (Новосибирск, 2021), 18-е Международное совещание “Сложные системы заряженных частиц и их взаимодействие с электромагнитным излучением” (Москва, 2022), XXI Международное Совещание по Магнитоплазменной Аэродинамике (Москва, 2022), 17 Всероссийская научная конференция с международным участием “Физика ультрахолодных атомов” (Новосибирск, 2023), 22-е Международное совещание “Сложные системы заряженных частиц и их взаимодействие с электромагнитным излучением” (Москва, 2026).

По материалам диссертации опубликовано 5 [1–5] работ в зарубежных журналах, входящих в перечень ВАК и индексируемых в базах Scopus и Web of Science, 4 из которых в журналах первого квартиля (Q1).

Достоверность полученных результатов подтверждается, прежде всего, их хорошим согласием с экспериментом, а также наличием публикаций в высокорейтинговых рецензируемых научных изданиях.

Личный вклад. В основу диссертационной работы легли результаты исследований, проведенных автором лично или при его непосредственном участии, в 2020-2025 гг., в ОИВТ РАН. Им создан комплекс программ для моделирования ультрахолодной плазмы.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы, включающего 81 ссылку. Работа изложена на 117 страницах, содержит 1 таблицу, 2 алгоритма, 62 рисунка и 92 формулы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** приводится обоснование актуальности темы работы, научной новизны и практической значимости полученных результатов. Сформулированы цель работы и положения, выносимые на защиту. Содержатся сведения о публикациях, достоверности результатов и о личном вкладе автора.

Первая глава представляет собой обзор литературы. Вначале кратко излагаются сведения о технике эксперимента и диагностики ультрахолодной плазмы. Затем даётся обзор различных экспериментальных результатов, полученных при исследовании процесса расширения ультрахолодной плазмы как в вакуум, так и при воздействии на неё внешних электромагнитных полей. Приводятся основные теоретические результаты, описывающие процесс

расширения ультрахолодной плазмы, рассматриваются различные методики численного моделирования.

Ультрахолодная плазма полностью ионизована (путем фотоионизации), ионы заряжены однократно и обладает следующими основными особенностями [6]:

- в качестве исходных выступают такие элементы, как Li, Rb, Ca, Sr, Xe;
- начальная температура электронов T_{e0} лежит в диапазоне от 1 до 1000 K;
- начальная температура ионов T_{i0} составляет величину порядка 1 мК;
- начальная концентрация плазмы n_0 лежит в диапазоне от 10^6 до 10^{11} см $^{-3}$;
- число ионов N составляет величину порядка $10^5 - 10^7$;
- начальный размер плазмы σ_0 не превышает 0.2 см;
- плазма расширяется в вакуум;
- при необходимости прикладываются внешние электромагнитные поля.

Вторая глава посвящена вопросам численного моделирования ультрахолодной плазмы, программированию вычислений и тестам.

Для моделирования используется метод классической молекулярной динамики. При этом решаются классические уравнения движения для точечных частиц, взаимодействующих друг с другом по закону Кулона, который модифицирован следующим образом:

$$U_j = \sum_{k=1, k \neq j}^N \frac{q_j \cdot q_k}{r_{jk} + r_0}. \quad (1)$$

где q_j - заряд частицы j , равный по величине заряду электрона и $r_{jk} = |r_j - r_k|$ - расстояние между частицами j и k , r_0 - параметр регуляризации.

В рамках данной работы величина сдвига потенциала фиксирована и равна $r_0 = 10^{-6}$ см. Максимально возможное среднее расстояние между частицами в начальный момент времени составляет величину порядка 10^{-4} см, что много больше r_0 . Поскольку среднее расстояние между частицами только растёт (плазма расширяется), то искажение потенциала не является существенным. Это подтверждено тестами, которые демонстрируют адекватное воспроизведение общей динамики ультрахолодной плазмы.

Для интегрирования уравнений движения, в случае расширения ультрахолодной плазмы в вакуум, используется схема Верле [7] в скоростной форме:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_j^{(n+1)} &= \mathbf{r}_j^{(n)} + \mathbf{v}_j^{(n)} \tau + \mathbf{a}_j^{(n)} \frac{\tau^2}{2} \\ \mathbf{v}_j^{(n+1)} &= \mathbf{v}_j^{(n)} + \left(\mathbf{a}_j^{(n)} + \mathbf{a}_j^{(n+1)} \right) \frac{\tau}{2}, \end{aligned} \quad (2)$$

здесь $\mathbf{r}_j^{(n)}$, $\mathbf{v}_j^{(n)}$ и $\mathbf{a}_j^{(n)}$ это радиус-вектор, скорость и ускорение частицы j соответственно, (n) номер итерации, а τ величина шага сетки по времени.

Для использования численной схемы (2) при наличии внешних электромагнитных полей, она приведена к виду [3]:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_j^{(n+1)} &= \mathbf{r}_j^{(n)} + \mathbf{v}_j^{(n)}\tau + \mathbf{a}_j^{(n)}\frac{\tau^2}{2} \\ \mathbf{u} &= \mathbf{v}_j^{(n)} + \frac{q_j\tau}{2cm_j} \left(\mathbf{E}_j^{(n)} + \mathbf{E}_j^{(n+1)} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_j^{(n)} \times \mathbf{B}_j^{(n)}] \right) \\ \mathbf{v}_j^{(n+1)} &= \frac{\mathbf{u} + [\mathbf{u} \times \mathbf{b}] + \mathbf{b}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{b})}{1 + b^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где введено обозначение $\mathbf{b} = \frac{\tau q_j}{2m_j c} \cdot \mathbf{B}_j^{(n)}$, $\mathbf{B}_j^{(n)}$ внешнее магнитное поле в точке расположения частицы j , а $\mathbf{E}_j^{(n)}$ – суммарное электрическое поле, действующее на неё.

Численная схема (3) получена в рамках работы [3], поскольку найти её в литературе, в представленном виде, не удалось.

Генерация начальных распределений координат частиц и начальных скоростей ионов, поскольку они распределены по Максвеллу, сводится к получению нормально распределенных случайных величин путем преобразования Бокса-Мюллера [8]. Начальные скорости электронов равны по величине и равномерно распределены по всем направлениям. Граничные условия нулевые.

Для программирования вычислений используется язык С. Программирование частей, связанных с использованием графических процессоров, осуществляется при помощи CUDA C.

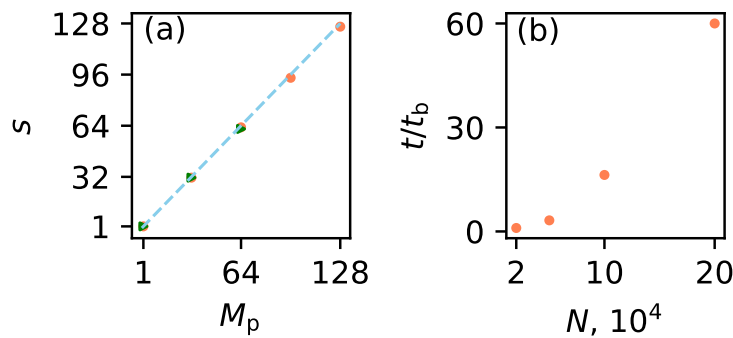


Рис. 1: Зависимости: (а) $s(M_p)$ для конфигурации А (круги) и конфигурация В (треугольники) в сравнении с идеальным случаем (пунктир); (б) относительного времени от общего числа частиц, при вычислениях на графическом процессоре.

Ускорение вычислений достигается благодаря возможности параллелизма данных. При этом, имеющиеся данные равномерно распределяются между вычислительными ресурсами. В качестве библиотек параллельного программирования используется Message Passing Interface, а MPI-процесс может расщепляться на нити (threads) при помощи OpenMP.

На Рис. 1(а) приведены зависимости ускорения вычислений, определяемого как отношение времени работы последовательной программы ко времени работы параллельной программы $s = \frac{t_s}{t_p}$, от числа процессов M_p для вычислительных ресурсов в различных конфигурациях. На первой (конфигурация А) было задействовано 4 узла с 2 процессорами Intel Xeon E5-2697 на каждом. На второй (конфигурация Б) задействован 1 процессор AMD EPYC 7742. В обоих случаях суммарное число частиц $N = 10^4$.

На Рис. 1(б) изображено относительное время работы t/t_b в зависимости от общего числа частиц, при вычислениях на NVIDIA TESLA V100 (16Gb, PCI). Здесь в качестве опорного времени t_b взято время работы при числе частиц $N = 2 \cdot 10^4$.

В **третьей главе** приводятся результаты моделирования процесса расширения ультрахолодной плазмы в вакуум. Моделируется двухкомпонентная ультрахолодная плазма. Масса иона m_i равняется массе ^{88}Sr . Масса электрона m_e соответствует своему реальному значению. Число частиц одного типа $N = N_i = N_e$ варьируется в диапазоне от 10^3 до 10^5 . Начальное пиковое значение концентрации лежит в диапазоне от 10^9 см^{-3} до 10^{10} см^{-3} . Начальная температура ионов составляет $T_{i0} = 10^{-3} \text{ K}$, а начальная температура электронов T_{e0} лежит в диапазоне от 20 K до 100 K.

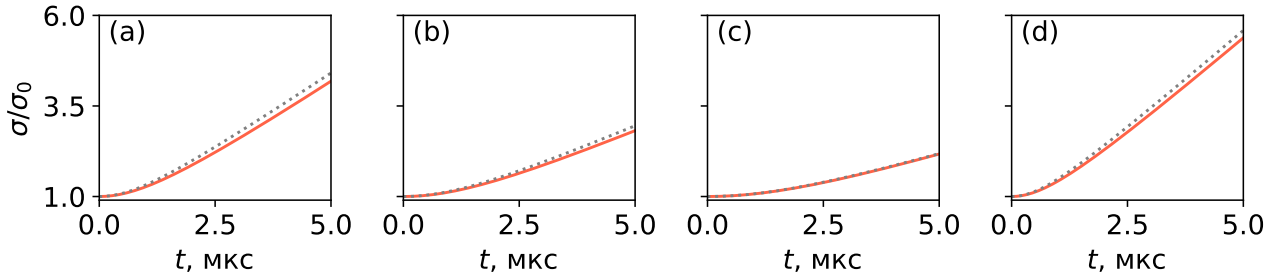


Рис. 2: Зависимости $\sigma(t)$ (сплошная) в сравнении с выражением (4) (пунктир) нормированные на свои начальные значения для: (а) ^{88}Sr , $T_{e0} = 50 \text{ K}$, $N = 5 \cdot 10^3$; (б) ^{88}Sr , $T_{e0} = 50 \text{ K}$, $N = 2.5 \cdot 10^4$; (с) ^{40}Ca , $T_{e0} = 10 \text{ K}$, $N = 2.5 \cdot 10^4$; (д) ^{40}Ca , $T_{e0} = 100 \text{ K}$, $N = 2.5 \cdot 10^4$. Всюду $n_0 = 10^9 \text{ см}^{-3}$.

Одной из основных характеристик, измеряемых в эксперименте, является зависимость $\sigma(t)$, для которой известно аналитическое выражение [6]:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sqrt{1 + \left(\frac{t}{\tau_{\text{exp}}} \right)^2}, \quad (4)$$

где $\tau_{\text{exp}} = \sqrt{m_i \sigma_0 / k_b T_{e0}}$.

На Рис. 2 изображены графики $\sigma(t)$, полученные для различных параметров моделирования, в сравнении с выражением (4). Поскольку (4) хорошо согласуется с экспериментальными данными [6], то можно говорить и о согласии модели с экспериментом.

Процесс расширения ультрахолодной плазмы в вакуум, начинается с того, что часть электронов быстро покидает плазму. Это происходит на временах

порядка 10^{-8} с. При этом возникает дисбаланс зарядов ΔN , равный доле покинувших плазму электронов. На Рис. 3(а) изображена зависимость $\Delta N(t)$ для различных режимов. Дисбаланс зависит от параметров плазмы и согласуется с теоретическими оценками, которые, в свою очередь, согласуются с экспериментом [6]. Например, для значений штрих-пунктирной линии, (Рис. 3(а)) выражение, приведённое в [6], даёт $\Delta N \approx 0.29$. Это согласуется с результатом моделирования.

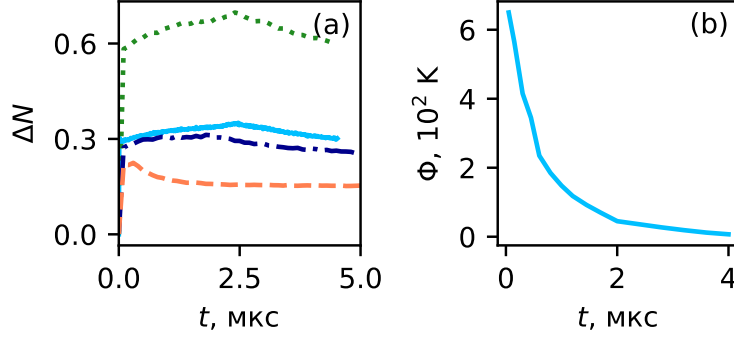


Рис. 3: Зависимости от времени (а) ΔN для ^{88}Sr и: $N = 10^4$, $n_0 = 10^9 \text{ см}^{-3}$, $T_{e0} = 100 \text{ K}$ (сплошная); $N = 5 \cdot 10^3$, $n_0 = 10^9 \text{ см}^{-3}$, $T_{e0} = 50 \text{ K}$ (пунктир); $N = 5 \cdot 10^3$, $n_0 = 10^9 \text{ см}^{-3}$, $T_{e0} = 100 \text{ K}$ (штрих-пунктир); $N = 5 \cdot 10^3$, $n_0 = 10^{10} \text{ см}^{-3}$, $T_{e0} = 100 \text{ K}$ (штрих); (б) глубины потенциальной ямы Φ от времени для $N = 10^4$, $n_0 = 10^{10} \text{ см}^{-3}$, $T_{e0} = 100 \text{ K}$.

Нарушение электронейтральности плазмы приводит к формированию потенциальной ямы, в которой запираются оставшиеся электроны [6]. Глубина этой ямы убывает по мере расширения плазмы, что продемонстрировано на Рис. 3(б) [1].

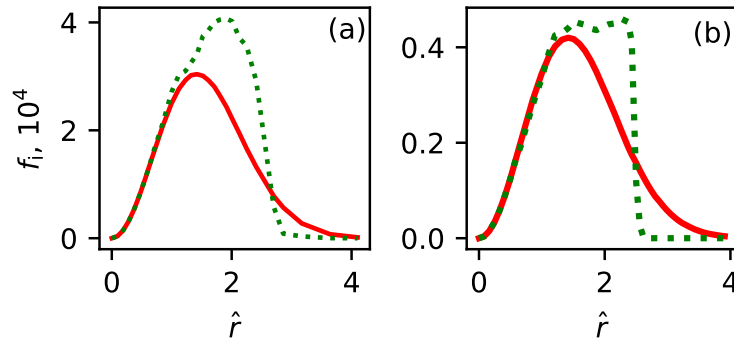


Рис. 4: Функция распределения ионов (штрих) в сравнении с исходной (сплошная) для ^{88}Sr и $T_{e0} = 50 \text{ K}$, $N = 5 \cdot 10^3$, $n_0 = 3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ в различные моменты времени: (а) $t = 1 \text{ мкс}$ и (б) $t = 10 \text{ мкс}$.

Моделирование показывает, что по мере расширения плазмы, функция распределения электронов в пространстве сохраняет свой изначальный вид. Однако, это оказывается несправедливым для ионов. На Рис. 4 изображена функция распределения ионов в моменты времени $t = 1 \text{ мкс}$ и $t = 10 \text{ мкс}$ в сравнении с начальной, вычисленной для тех же времен. На границе плазмы возникает искажение распределения ионов с резким спадом, характерное для волнового фронта [1; 2].

Радиальное распределение электрического поля плазмы достигает своего максимума в области фронта. Безразмерное электрическое $\mathcal{E}(\hat{r})$, где $\hat{r} = r/\sigma$ (значение σ соответствует моменту времени), оказывается одинаковым для различных наборов параметров плазмы [2], что изображено на Рис. 5. Это говорит о подобии процесса.

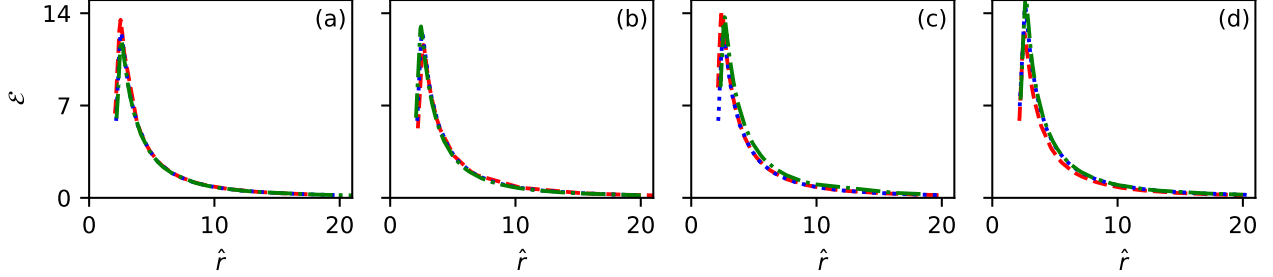


Рис. 5: Зависимость безразмерного электрического поля от безразмерного расстояния $\mathcal{E}(\hat{r})$ для различных режимов: (a) $N = 5 \cdot 10^3$, $T_{e0} = 50$ K, $n_0 = 3 \cdot 10^9$ см⁻³ и трёх различных моментов времени: $t = 10, 15$, и 20 мкс; (b) $N = 5 \cdot 10^3$, $n_0 = 3 \cdot 10^9$ см⁻³, $t = 15$ мкс и трёх значений начальных температур электронов: $T_{e0} = 25, 50$, и 100 K; (c) $N = 5 \cdot 10^3$, $t = 15$ мкс, $T_{e0} = 50$ K и трёх значений начальной пиковой концентрации: $n_0 = 10^9, 3 \cdot 10^9$, и 10^{10} см⁻³; (d) $t = 15$ мкс, $T_{e0} = 50$ K, $n_0 = 3 \cdot 10^9$ см⁻³ и трёх различных чисел частиц: $N = 5 \cdot 10^3, 1.25 \cdot 10^4$, и $2.5 \cdot 10^4$.

Поскольку тепловые скорости ионов малы, пренебрегая трением об электроны, в силу его малости, для ионов можно написать [1]:

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = e\mathbf{E} = e \frac{eN^{2/3}}{e} \frac{\mathbf{r}}{r^3} \mathcal{E}. \quad (5)$$

Из последнего следуют выражения [1]:

$$t_0 = \sqrt{\frac{m_i}{e^2 n_0}} N^{1/6} \quad (6)$$

$$v_0 = \frac{e(Nn_0)^{1/6}}{\sqrt{m_i}},$$

дающие оценки времени формирования фронта и скорости его движения.

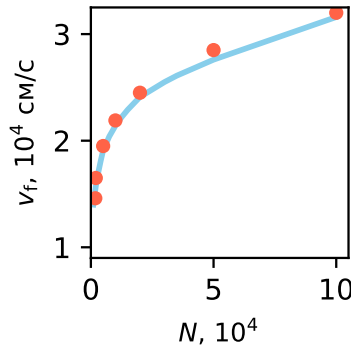


Рис. 6: Зависимость скорости ионного фронта v_f от числа частиц N результаты моделирования (точки) в сравнении с оценкой (7) (сплошная).

Скорость движения сформировавшегося ионного фронта постоянна. Её можно оценить с помощью второго из выражений (6):

$$v_f = p \cdot v_0, \quad (7)$$

где p некоторый поправочный коэффициент. На Рис. 6 изображена зависимость скорости ионного фронта v_f от числа ионов N , при значении параметра $p = 2.5$ [1], в сравнении с результатами моделирования.

Четвертая глава посвящена моделированию процесса расширения ультрахолодной плазмы, находящейся во внешнем квадрупольном магнитном поле.

Поскольку число частиц, доступное для моделирования, существенно меньше числа частиц в эксперименте, то для выбора параметров моделирования используется безразмерное кинетическое уравнение Больцмана [3]:

$$\frac{\partial f_i}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{u}} \frac{\partial f_i}{\partial \hat{\mathbf{r}}} + \beta [\hat{\mathbf{u}} \mathbf{b}] \frac{\partial f_i}{\partial \hat{\mathbf{u}}} = 0, \quad (8)$$

где $\hat{r} = r/\sigma_0$, $\hat{t} = t/\tau_{\text{exp}}$, $\hat{u} = v_i/c_s$ (c_s – скорость ионного звука), $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B'\sigma_0$, B' – градиент магнитного поля и $\beta = eB'\sigma_0^2/(c\sqrt{m_i k_b T_{e0}})$. Отметим, что соотношение циклотронного радиуса электрона и характерного размера плазмы определено им же: $\sqrt{m_e/m_i}/\beta$ [3].

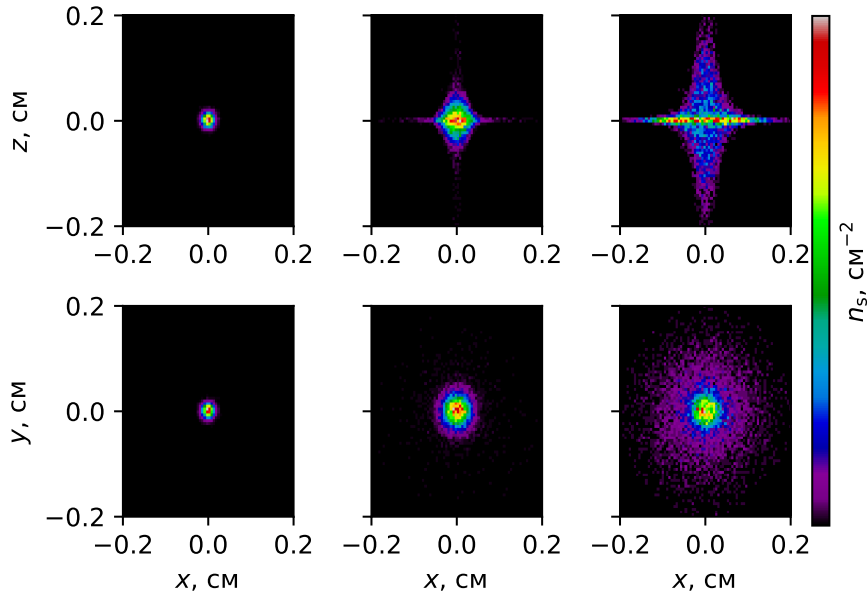


Рис. 7: Проекции электронов на плоскости XZ (верх) и XY (низ) в различные моменты времени: $t = 0$ мкс, $t = 5$ мкс и $t = 15$ мкс, для $T_{e0} = 20$ К, $N = 10^4$, $n = 10^9$ см $^{-3}$, $B' = 1.5 \cdot 10^3$ Гс/см. Цветная шкала представляет собой нормированную плотность n_s см $^{-2}$ на единицу площади.

Аналогично эксперименту [9], моделируется ультрахолодная плазма ^{88}Sr . При этом, массы электрона и иона соответствуют своим реальным значениям, а число частиц составляет $N_i = N_e = 10^4$. Начальная пиковая концентрация лежит в диапазоне от 10^9 см $^{-3}$ до $3 \cdot 10^9$ см $^{-3}$, температура электронов T_{e0} изменяется в диапазоне от 20 К до 200 К.

Задано внешнее квадрупольное магнитное поле, ось симметрии которого совпадает с направлением оси Z декартовой системы координат. Оно характеризуется градиентом B' , направленным вдоль Z . Параметр β изменяется как $0.1\beta_e < \beta < 2\beta_e$, где β_e соответствует условиям эксперимента [9].

Воздействие внешнего магнитного поля приводит к тому, что распределение частиц обоих типов существенно меняет свой вид и приобретает цилиндрическую симметрию, аналогично полю. Это изображено на Рис. 7, где представлены проекции электронов на различные плоскости. Проекции ионов выглядят аналогично.

Магнитное поле влияет на дисбаланс зарядов и его пространственную структуру [4]. Так ΔN демонстрирует медленный рост. Это хорошо видно из Рис. 8(a), где изображены зависимости $\Delta N(\hat{t})$ для различных величин B' . Моделирование дает одинаковую зависимость $\Delta N(\hat{t})$ в рассматриваемом диапазоне величин B' .

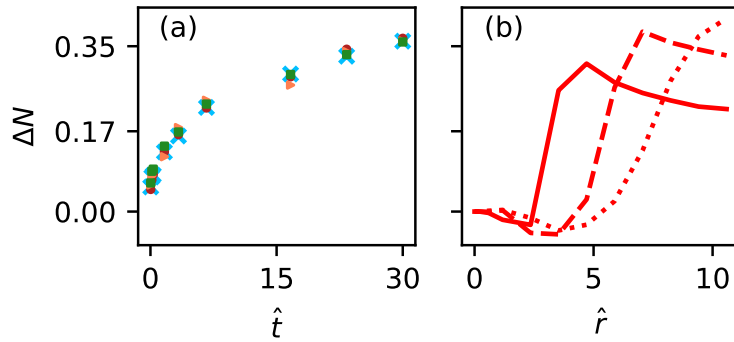


Рис. 8: Зависимости: (a) $\Delta N(\hat{t})$ для различных градиентов магнитного поля $B' = 10^3$ Гс/см (иксы), $B' = 3 \cdot 10^3$ Гс/см (круги), $B' = 6 \cdot 10^3$ Гс/см (квадраты); $B' = 1.5 \cdot 10^4$ Гс/см (треугольники); (b) $\Delta N(\hat{r})$ в различные моменты времени $\hat{t} = 2.5$ (сплошная), $\hat{t} = 5$ (штрих) и $\hat{t} = 7.5$ (пунктир) при $\beta = 38$; для $N = 10^4$, $T_{e0} = 20$ К, $n = 10^9$ см $^{-3}$.

Помимо этого, в одних областях плазмы преобладают ионы, а в других электроны, причем эти области существуют одновременно. На Рис. 8(b) показаны зависимости $\Delta N(\hat{r})$ в различные моменты времени. Видно, что величина $\Delta N(\hat{r})$ знакопеременная.

Такое распределение зарядов в плазме приводит к формированию сложного потенциального рельефа, который оказывает влияние на движение ионов. В центре плазмы возникает электрическая потенциальная яма для ионов. На Рис. 9(a) показана зависимость потенциальной энергии иона, отнесенной к начальной температуре электронов, от расстояния в различные моменты времени. Величина потенциальной энергии усреднена по угловым координатам. Видно, что с течением времени формируется потенциальная яма, ширина которой растёт [4].

По-видимому, потенциальная яма приводит к колебаниям радиальной скорости ионов [4]. На Рис. 9(b) изображена зависимость нормированной радиальной скорости иона $u_r = \tau_{\text{exp}} v_{\text{ir}} / r$ от времени в присутствии магнитного

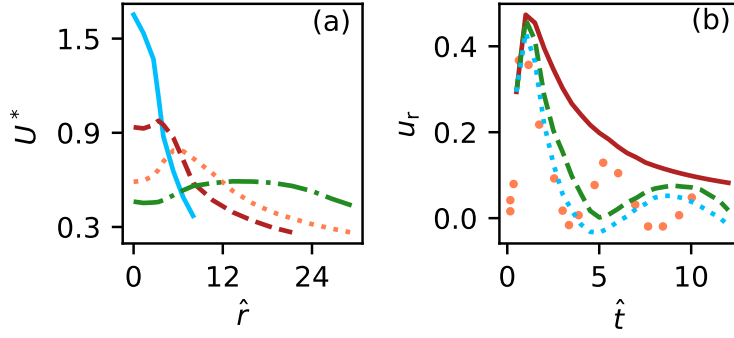


Рис. 9: Зависимости (a) энергии иона $U^*(\hat{r})$ отнесенная к T_{e0} при $\beta = 38$ в различные моменты времени – $\hat{t} = 0.5$ (сплошная), $\hat{t} = 1.5$ (штрих), $\hat{t} = 2.5$ (пунктир), $\hat{t} = 5$ (штрих-пунктир); (b) нормированной радиальной скорости u_r при $\beta = 0$ (сплошная), $\beta = 38$ (штрих, плоскость $x = 0$), $\beta = 38$ (вдоль оси симметрии поля, пунктир),

поля и без него. Величина u_r не испытывает колебаний без магнитного поля, в то время как при $B' \neq 0$ наблюдаются её колебания.

Точки, изображенные на Рис. 9(b) соответствуют данным, представленным в эксперименте [10]. Хотя вначале колебания совпадают, с течением времени возникает расхождение. Это обусловлено тем, что в эксперименте [10] другие параметры плазмы. Прежде всего, плазма эксперимента [10] получена из ^{40}Ca .

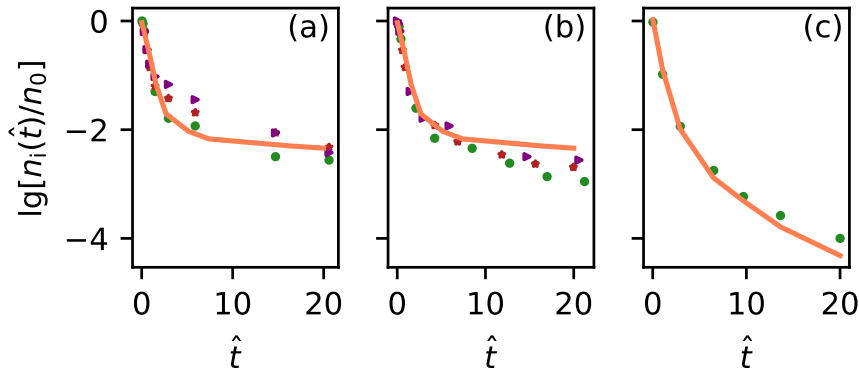


Рис. 10: Зависимости $\lg(n_i(\hat{t})/n_{i0})$: (a) $B'_e = 150$ Гс/см (эксперимент [9], сплошная), $B' = 3 \cdot 10^3$ Гс/см (круги), $B' = 10^4$ Гс/см (звезды), $B' = 3 \cdot 10^4$ Гс/см (треугольники) при $T_{e0} = 20$ К; (b) $T_{e0} = 40$ К (эксперимент [9], сплошная), $T_{e0} = 20$ К (круги), $T_{e0} = 40$ К (звезды), $T_{e0} = 200$ К (треугольники), $B' = 3 \cdot 10^3$ Гс/см; (c) $B'_e = 0$ Гс/см (эксперимент [9], сплошная), $B' = 0$ Гс/см (круги), $T_{e0} = 20$ К. Всюду символами обозначены результаты моделирования при $n_{i0} = 3 \cdot 10^9$ см $^{-3}$ и $N = 10^4$.

Воздействие внешнего квадрупольного магнитного поля влияет на временную зависимость концентрации плазмы $n(t)$, определённую в центре магнитооптической ловушки. Это влияние проявляется в сравнительно медленной её убыли, т.е. возникает удержание плазмы. На Рис. 10 (a) изображены зависимости $\lg(n_i(\hat{t})/n_{i0})$ для различных величин градиента магнитного поля. Символами изображены результаты моделирования, сплошной линией результат эксперимента [9]. Моделирование показывает, что с увеличением B' время удержания плазмы насыщается [3].

Начальная температура электронов влияет на удержание плазмы слабо [3]. Это видно из Рис. 10 (b), где для различных T_{e0} изображены зависимости $\lg(n_i(\hat{t})/n_{i0})$ при фиксированном значении B' . Сплошная линия представляет собой результат эксперимента [9], в то время как символами представлены результаты моделирования.

На Рис. 10 (c) изображены зависимости $\lg(n_i(\hat{t})/n_{i0})$ для случая расширения плазмы в вакуум. Видно, что концентрация ионов убывает быстрее в отсутствии магнитного поля.

Эффект насыщения времени удержания подтвержден в эксперименте группой под руководством Бергесона, путем удвоения величины градиента внешнего магнитного поля [10].

В **пятой главе** рассматриваются результаты моделирования ультрахолодной плазмы, находящейся во внешних однородных постоянных скрещенных электрическом и магнитном полях.

Параметры моделирования выбраны с ориентиром на эксперимент [11], поскольку в нём реализованы схожие условия. Число частиц в эксперименте превышает число частиц, доступное для моделирования, поэтому абсолютные значения как параметров плазмы, так и величин внешних полей различаются.

Массы частиц m_i и m_e соответствуют своим реальным значениям для ^{131}Xe и электрона соответственно. При этом $N = N_i = N_e = 5 \cdot 10^3$. Начальное пиковое значение концентрации варьируются от $n_0 = 10^7 \text{ см}^{-3}$ до $n_0 = 10^{11} \text{ см}^{-3}$. Начальная температура электронов лежит в диапазоне от $T_{e0} = 10 \text{ К}$ до $T_{e0} = 250 \text{ К}$. К плазме приложены внешние однородные постоянные скрещенные электрическое $\mathbf{E}$ и магнитное $\mathbf{B}$ поля. Причем, электрическое поле направлено вдоль оси X, $\mathbf{E} = (E, 0, 0)$, а магнитное вдоль оси Z, $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ декартовой системы координат. Напряженность электрического поля изменяется в диапазоне $E = 10^{-5} - 2.3 \cdot 10^{-4} \text{ статВ/см}$, а индукция магнитного поля в диапазоне $B = 5 - 60 \text{ Гс}$.

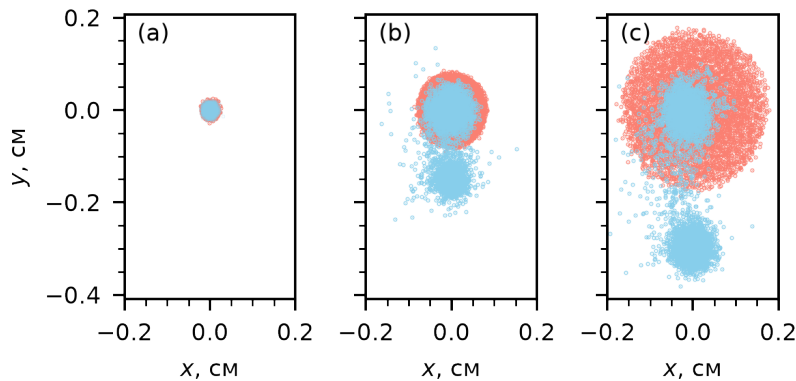


Рис. 11: Проекции координат электронов (синий) и ионов (красный) на плоскость XY для $N = 5 \cdot 10^3$, $n_0 = 10^9 \text{ см}^{-3}$, $T_{e0} = 100 \text{ К}$, $E = 1 \cdot 10^{-5} \text{ статВ/см}$, $B = 10 \text{ Гс}$ в различные моменты времени: (a) $t = 0 \text{ мкс}$, (b) $t = 5 \text{ мкс}$, (c) $t = 10 \text{ мкс}$.

Моделирование предсказывает наличие двух механизмов потери электронов плазмой, а именно, электроны могут покидать её в либо в виде сгустка, либо в виде протяжённого пучка [5].

Рассмотрим случай сгустка. На Рис.11 изображены проекции электронов и ионов на плоскость XY для $N = 5 \cdot 10^3$, $n_0 = 10^9 \text{ см}^{-3}$, $T_{e0} = 100 \text{ К}$, $E = 10^{-5} \text{ статВ/см}$, $B=10 \text{ Гс}$ в различные моменты времени. Видно разделение электронов на две части. Верхнее пятно, сгруппированное вблизи начала координат, представляет собой электроны плазмы. Электроны сформировавшегося сгустка, покинувшего плазму, образуют на проекциях нижнее пятно, дрейфующее в направлении $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ (коллинеарно Y) с постоянной скоростью $V_d = -cE/B$ [5]. Отделившийся сгусток свободно расширяется вдоль направления Z поскольку вдоль данного направления действуют лишь силы отталкивания между электронами.

Качественно объяснение причин представляется следующим. На Рис. 12(a) показана зависимость дисбаланса зарядов ΔN от времени для двух различных начальных пиковых концентраций.

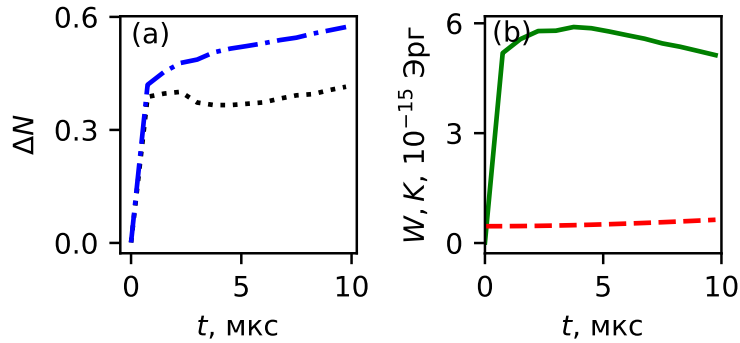


Рис. 12: Зависимости для $N = 5 \cdot 10^3$, $T_{e0} = 100 \text{ К}$, $B = 10 \text{ Гс}$ и $E = 10^{-5} \text{ статВ/см}$. (a) $\Delta N(t)$ при $n_0 = 10^7 \text{ см}^{-3}$ (пунктир) и $n_0 = 10^9 \text{ см}^{-3}$ (штрих-пунктир); (b) $K(t)$ (штрих) и $W(t)$ (сплошная) для $n_0 = 10^7 \text{ см}^{-3}$.

На Рис. 12(b) изображены глубина потенциальной ямы $W(t)$ в сравнении с кинетической энергией электрона $K(t)$, сообщаемой ему внешним электрическим полем $E = 10^{-5} \text{ статВ/см}$ для $n_0 = 10^7 \text{ см}^{-3}$, $T_{e0} = 100 \text{ К}$ и $B = 10 \text{ Гс}$. В данных условиях $K(t) < W(t)$ для каждого момента времени.

Сгусток формируется тогда, когда электроны покидают плазму преимущественно за счёт своей начальной кинетической энергии [5]. Внешнее электрическое поле $\mathbf{E}$ при этом оказывает слабое влияние на их извлечение.

Рассмотрим теперь формирование пучка. На Рис. 13 изображены проекции электронов и ионов на плоскость XY в различные моменты времени для $N = 5 \cdot 10^3$, $n_0 = 10^9 \text{ см}^{-3}$, $T_{e0} = 10 \text{ К}$, $B = 20 \text{ Гс}$ и $E = 10^{-4} \text{ статВ/см}$. На Рис. 13(a) – Рис. 13(c) продемонстрирован процесс формирования пучка. Пучок дрейфует со скоростью V_d вдоль направления Y аналогично сгустку. На Рис. 13(d) изображен уже отделившийся от плазмы пучок. Кроме того, видно смещение оставшейся электронной плотности внутри плазмы.

Моделирование показывает, что параметры пучка зависят от внешних полей. Оказывается, что увеличение индукции магнитного поля ведёт к сокращению длины пучка. Если же изменять величину E , при прочих фиксированных параметрах, то наблюдается обратное. А именно, увеличение напряженности электрического поля ведёт к увеличению длины пучка [5].

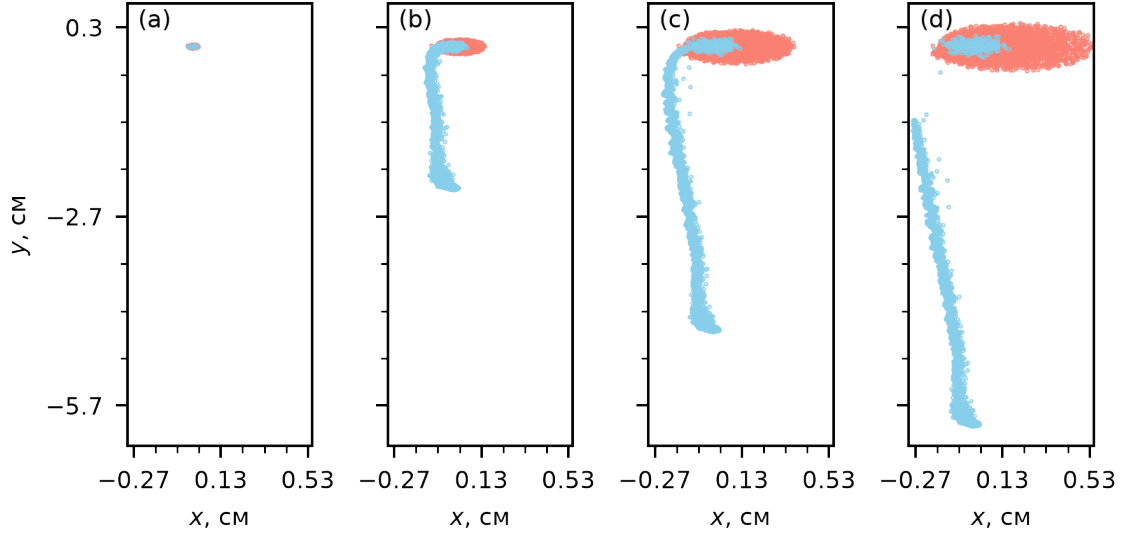


Рис. 13: Проекция координат электронов (синий) на и ионов (красный) плоскость XY при $B = 20$ Гс, $E = 10^{-4}$ статВ/см, $N = 5 \cdot 10^3$, $n_0 = 10^9$ см $^{-3}$, $T_{e0} = 10$ К, в различные моменты времени: (a) $t = 10$ мкс, (b) $t = 20$ мкс, (c) $t = 30$ мкс, (d) $t = 40$ мкс.

Качественное объяснение причин следующее. На Рис. 14(a) изображены зависимости $W(t)$ и $K(t)$ где видно, что внешнее электрическое поле быстро сообщает электронам дополнительную кинетическую энергию. При прочих фиксированных параметрах, величина E влияет на скорость извлечения электронов из плазмы. Так, на Рис. 14(b) изображены зависимости $\Delta N(t)$ для трёх различных значений E . Большим E соответствует большая скорость извлечения электронов из плазмы. Пучок формируется в том случае, если E достаточно велико [5] и электроны извлекаются из плазмы в основном за счёт внешнего электрического поля.

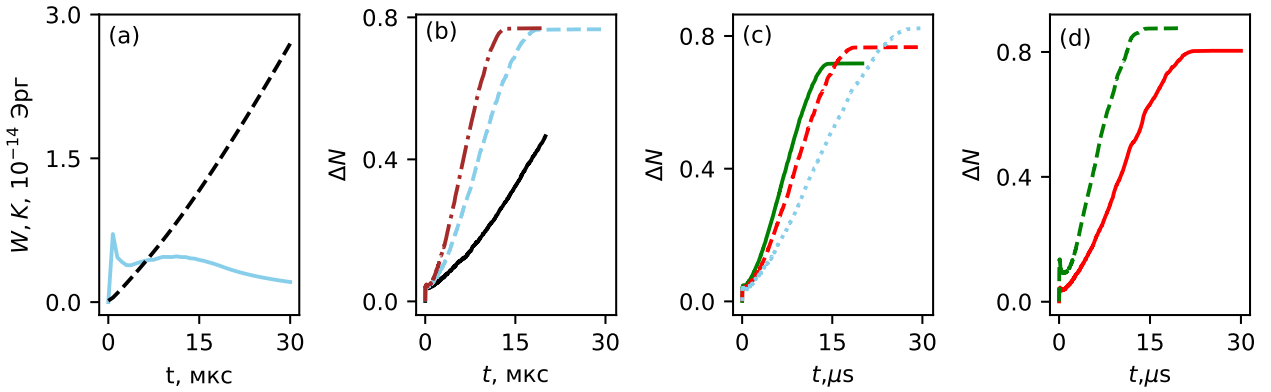


Рис. 14: Зависимость $\Delta N(t)$ при $N = 5 \cdot 10^3$, $n_0 = 10^{11}$ см $^{-3}$, $T_{e0} = 10$ К, для различных значений (a) $K(t)$ (штрих) и $W(t)$ (сплошная) при $B = 25$ Гс (штрих), $E = 1.3 \cdot 10^{-4}$ статВ/см; (b) $E = 5 \cdot 10^{-5}$ статВ/см (сплошная), $1.3 \cdot 10^{-4}$ статВ/см (пунктир) и $2.3 \cdot 10^{-4}$ статВ/см (штрих-пунктир) при фиксированном $B = 25$ Гс; (c) $B = 10$ Гс (сплошная), $B = 25$ Гс (штрих), $B = 60$ Гс (пунктир) при фиксированном $E = 1.3 \cdot 10^{-4}$ статВ/см; (d) $T_{e0} = 10$ К (сплошная), $T_{e0} = 100$ К (штрих) при $E = 1.3$ статВ/см и $B = 40$ Гс.

Характерной особенностью электронной плазмы пучка является его деформация. Это хорошо видно из Рис. 15, где изображены проекции пучка на

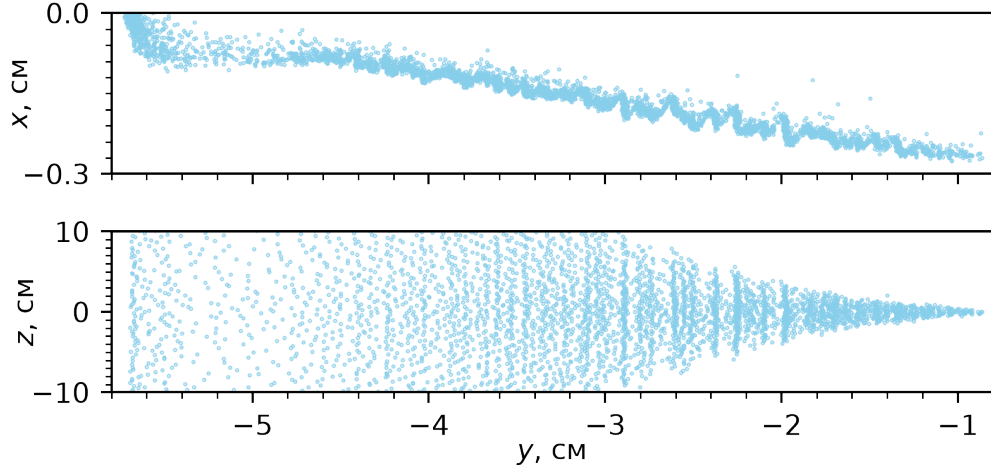


Рис. 15: Проекции электронов пучка на плоскость XY (верх) и ZY (низ) для $N = 10^4$, $n_0 = 10^9 \text{ см}^{-3}$, $T_{e0} = 10 \text{ K}$, $E = 1.3 \cdot 10^{-4} \text{ статВ/см}$ и $B = 25 \text{ Гс}$.

плоскости XY и YZ .

Волнообразная форма пучка обусловлена тем, что в сформировавшейся электронной плазме развивается диокотронная (slip-stream) неустойчивость [5]. Деформация происходит в процессе формирования пучка, когда границы электронной плазмы движутся поперек линий магнитного поля с различными скоростями [12]. Это показано на Рис. 16, где изображены проекции координат

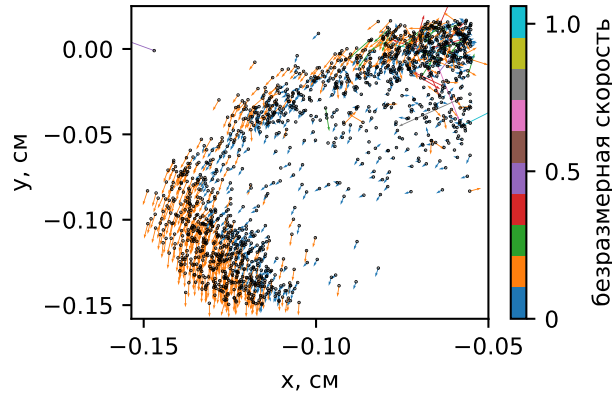


Рис. 16: Проекции электронов на плоскость XY и их усредненные скорости в процессе формирования пучка для $N = 10^4$, $n_0 = 10^9 \text{ см}^{-3}$, $T_{e0} = 10 \text{ K}$, $E = 1.3 \cdot 10^{-4} \text{ статВ/см}$ и $B = 25 \text{ Гс}$.

нат электронов на плоскость XY вместе с их средними (по набору данных) скоростями (стрелки), рядом с границей исходной плазмы. Величина скоростей нормирована на некоторое максимальное значение, встречающееся в наборе изображённых данных. Когда электроны покидают плазму они изменяют направление своего движения на дрейфовое. Это приводит к тому, что в потоке электронов возникает два слоя, средние скорости движения в которых различны. Таким образом, описанный механизм деформации соответствует представленному в работе [12].

В завершение отметим, что электронный пучок может представлять интерес в электронной микроскопии, поскольку ультрахолодная плазма уже ак-

тивно используется в качестве источника холодных электронов [13].

В **заключении** представлены основные результаты, полученные в работе. Верифицирована модель ультрахолодной плазмы, как системы классических взаимодействующих точечных зарядов.

При расширении ультрахолодной плазмы в вакуум, в следствие нарушения её электронейтральности, формируется ионный фронт. Процесс носит автомодельный характер. Получены оценки для времени формирования фронта $t_f \propto N^{1/6}/\sqrt{n_0}$ и скорости его движения $v_f \propto (n_0 N)^{1/6}$.

При расширении ультрахолодной плазмы в вакуум при воздействии внешнего постоянного квадрупольного магнитного поля внутри плазмы возникает сложный потенциальный “рельеф”. Это приводит к колебаниям радиальной скорости ионов. Продемонстрировано, что время удержания плазмы магнитным полем насыщается по мере роста величины градиента этого поля и слабо зависит от температуры электронов. Предложены критерии сопоставления результатов моделирования и эксперимента.

С помощью численного моделирования предсказано, что при расширении ультрахолодной плазмы во внешних постоянных однородных скрещенных электрическом и магнитном полях возможно существование двух различных механизмов потери электронов плазмой. В одном случае покинувшие плазму электроны формируют сгусток, который дрейфует вдоль направления $[\mathbf{E} \times \mathbf{B}]$ с постоянной скоростью. В другом случае электроны покидают плазму, формируя протяженный пучок, который, аналогично первому случаю, дрейфует в том же направлении с постоянной скоростью. В пучке развивается диокотронная неустойчивость, которая приводит к его деформации.

Список литературы

1. Simulated expansion and ion front formation of ultracold plasma / E. Vikhrov, S. Bronin, [et al.] // *Physics of Plasmas*. — 2020. — Vol. 27, no. 12. — P. 120702.
2. Ion wave formation during ultracold plasma expansion / E. Vikhrov, S. Bronin, [et al.] // *Physical Review E*. — 2021. — Vol. 104, no. 1. — P. 015212.
3. Ultracold plasma expansion in quadrupole magnetic field / S. Bronin, E. Vikhrov, [et al.] // *Physical Review E*. — 2023. — Vol. 108, no. 4. — P. 045209.
4. Reply to “Comment on ‘Ultracold plasma expansion in quadrupole magnetic field’” / S. Bronin, E. Vikhrov, [et al.] // *Physical Review E*. — 2024. — Vol. 110, no. 2. — P. 027202.
5. *Vikhrov E., Zelener B.*, [et al.]. Diocotron instability in ultracold plasma // *Physical Review E*. — 2025. — Vol. 112, no. 6. — P. 065206.
6. Ultracold neutral plasmas / T. Killian, T. Pattard, [et al.] // *Physics Reports*. — 2007. — Vol. 449, no. 4/5. — P. 77–130.
7. *Verlet L.* Computer “experiments” on classical fluids. II. Equilibrium correlation functions // *Physical Review*. — 1968. — Vol. 165, no. 1. — P. 201.
8. *Muller M.* A comparison of methods for generating normal deviates on digital computers // *Journal of the ACM*. — 1959. — Vol. 6, no. 3. — P. 376–383.
9. Magnetic confinement of an ultracold neutral plasma / G. Gorman, M. Warrens, [et al.] // *Physical Review Letters*. — 2021. — Vol. 126, no. 8. — P. 085002.
10. *Schlitters M., Miller M. Farley B.*, [et al.]. Comment on Ultracold plasma expansion in quadrupole magnetic field // *Physical Review E*. — 2024. — Vol. 110, no. 2. — P. 027201.
11. *Zhang X., Fletcher R.*, [et al.]. Observation of an ultracold plasma instability // *Physical review letters*. — 2008. — Vol. 101, no. 19. — P. 195002.
12. *Knauer W.* Diocotron instability in plasmas and gas discharges // *Journal of Applied Physics*. — 1966. — Vol. 37, no. 2. — P. 602–611.
13. *Huijts J., Luiten J.* The Coming of Age of the Ultracold Electron Source: A Review // arXiv preprint arXiv:2510.09889. — 2025.