

СОКОЛОВ МАКСИМ АЛЕКСАНДРОВИЧ

**ГИДРОДИНАМИКА ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУИ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА В
ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

Специальность 1.3.14 – Теплофизика и теоретическая теплотехника

**Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук**

Москва – 2026

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Объединенном институте высоких температур Российской академии наук.

Научный руководитель: **Разуванов Никита Георгиевич**
доктор технических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории №5 ФГБУН «Объединённый институт высоких температур РАН», старший научный сотрудник кафедры Инженерной теплофизики им. В.А. Кириллина ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ».

**Официальные
оппоненты:**

**Ведущая
организация:**

Защита состоится « » декабря 2026 г. в « » часов на заседании диссертационного совета 24.1.193.01 (Д 002.110.102) созданного на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Объединенного института высоких температур, по адресу 125412, г. Москва, Ижорская ул., д. 13, стр. 2.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Федерального государственного бюджетного учреждения науки Объединенного института высоких температур: jiht.ru/science/dissert-council/.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные гербовой печатью, просьба направлять по адресу: 125412, г. Москва, Ижорская ул., д. 13, стр. 2, на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Автореферат разослан «___» _____ 2026 г.

Ученый секретарь диссертационного совета 24.1.193.01
(Д 002.110.02) к. ф-м. н.

А.В.Тимофеев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы

Жидкие металлы (ЖМ) и солевые расплавы активно рассматриваются в качестве вариантов теплоносителей для элементов перспективных термоядерных установок. В международном проекте ИТЭР предусмотрена апробация модулей с жидкометаллическим охлаждением. Параллельно разрабатываются проекты гибридных термоядерных реакторов (ТЯР) - термоядерные источники нейтронов (ТИН), где ЖМ и расплавы солей являются основными средами для отвода тепла от blankets и диверторов.

Ртуть является удобной модельной средой для измерения характеристик гидродинамики и теплообмена в турбулентных потоках. Благодаря теории подобия и применению зондовых методов результаты, полученные на ртути, могут быть распространены на другие жидкометаллические теплоносители.

Конструкции blankets в ИТЭР и в ТИН содержат разветвлённые системы каналов, в том числе участки с внезапным расширением, на котором характерно возникновение затопленной струи с последующим переходом к развитому турбулентному течению в канале. Экспериментальные возможности для детального анализа такого типа течения, а также для изучения эффектов магнитной гидродинамики (МГД) и теплообмена, предоставляет жидкометаллический комплекс кафедры инженерной теплофизики НИУ МЭИ. На этом оборудовании можно исследовать типы течений, которые ранее не подвергались систематическому анализу.

Настоящая работа направлена на изучение гидродинамических характеристик затопленной струи жидкого металла в продольном магнитном поле (ПМП) применительно к геометрической конфигурации, которая ранее в литературе не рассматривалась.

Исследования, обсуждаемые в диссертации, осуществлялись в рамках государственного задания № 075-00270-26-00.

Степень разработанности темы. Гидродинамика и теплообмен ЖМ в круглой трубе при отсутствии магнитного поля изучены достаточно подробно: имеются надёжные зависимости для коэффициентов гидравлического сопротивления и теплоотдачи при ламинарном и турбулентном течениях [1, 2], а также данные по влиянию термогравитационной конвекции [3]. Влияние ПМП на течение в трубе также исследовано в ряде работ [4, 5]: показано, что ПМП подавляет турбулентные пульсации, затягивает ламинарно-турбулентный переход и снижает коэффициент гидравлического сопротивления. Влияние ПМП на теплообмен в круглой трубе исследовано теоретически и экспериментально [6, 7]; показано, что с ростом числа Гартмана теплоотдача снижается, а при

определённых условиях возможно возникновение низкочастотных пульсаций температуры аномальной амплитуды [8]. Однако все перечисленные работы выполнены либо при вынужденной конвекции без обогрева стенки, либо для опускных течений; систематические экспериментальные данные по подъёмному течению жидкого металла в обогреваемой трубе при совместном действии продольного магнитного поля и термогравитационной конвекции в литературе отсутствуют.

В отличие от канальных течений, гидродинамика затопленных струй ЖМ в ПМП исследована в значительно меньшем объёме. Большинство исследований затопленных струй проведено для воздуха или воды в неограниченном объёме [9]. Имеющиеся работы по МГД-струям [10-12] выполнены для ограниченных диапазонов параметров и не включают детальных измерений трёхкомпонентных полей скорости и пульсационных характеристик. Систематические экспериментальные данные по гидродинамике затопленной струи жидкого металла в канале с внезапным расширением при наличии продольного магнитного поля в литературе отсутствуют.

Цель диссертационной работы – провести экспериментальное и численное исследование теплообмена при подъёмном течении жидкого металла (ртути) в обогреваемой трубе, а также изучить гидродинамику затопленной струи ЖМ в продольном магнитном поле, установить закономерности течения и выбрать оптимальную расчётную модель для рассматриваемого типа задач.

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

1. Подготовка и модернизация ртутного стенда, находящегося на кафедре Инженерной теплофизики НИУ МЭИ, для исследования подъёмного течения ЖМ в вертикальной обогреваемой трубе и возникновения затопленной струи в отсутствие и при наличии продольного магнитного поля.
2. Изготовление зонда для измерения полей температуры и распределений характеристик теплоотдачи в трубе при подъёмном течении ЖМ. Разработка и изготовление микротермопарного корреляционно-кондукционного зонда для измерения трех компонент скорости (продольной, радиальной и азимутальной) в потоке с затопленной струей.
3. Экспериментальное исследование теплообмена при подъёмном течении ЖМ в вертикальной трубе, а также гидродинамики затопленной струи при наложении ПМП и при его отсутствии. Получение подробных пространственных распределений осреднённых полей скорости и температуры, а также статистических характеристик их пульсаций.
4. Выполнение численного моделирования исследуемого течения в условиях, близких к экспериментальным, с использованием подходов RANS и

гибридного метода крупных вихрей KDEs с целью выбора оптимальной расчетной модели.

5. Качественный и количественный анализ основных режимов течения в условиях влияния ПМП и без него.

Научная новизна. Впервые экспериментально с применением зондовой методики измерений установлены закономерности теплообмена при подъемном течении ЖМ в вертикальной обогреваемой трубе при наложении ПМП. Впервые в этих условиях обнаружены следующие эффекты:

1. в отсутствие и при наличии ПМП значения числа Нуссельта в условиях смешанной турбулентной конвекции при больших числах $Re \geq 400$ снижаются по сравнению с развитым турбулентным течением в отсутствие влияния гравитации, а при малых $Re \leq 400$ повышаются;
2. если при малых Re (10500) в ПМП ($Na \leq 460$) турбулентность подавляется, то при больших Re (30400 – 51000) в ПМП с ростом числа Гартмана обнаружен рост интенсивности пульсаций температуры за счёт подавления высокочастотных и усиления низкочастотных составляющих.

Для проведения экспериментальных исследований изготовлен оригинальный корреляционно-кондукционный зонд, позволяющий измерять три компоненты скорости и температуру в широком диапазоне режимных параметров.

Впервые экспериментально с применением зондовой методики установлены закономерности гидродинамики затопленной струи ЖМ в ПМП. Впервые в этих условиях обнаружены следующие эффекты:

1. с ростом Na от 0 до 125 расширение струи замедляется, при этом осевая скорость струи увеличивается, обуславливая рост эффективной длины струи;
2. при наложении ПМП граница между струей и окружающей жидкостью становится более выраженной, струя сохраняет компактную форму при удалении от среза, а абсолютный уровень пульсаций снижается;
3. выявлена качественно выраженная корреляция между пульсациями поперечной и азимутальной компонент скорости;
4. в ходе экспериментальных исследований в ПМП обнаружена закрутка струи в диапазоне чисел Рейнольдса $Re = 10000 - 36000$ и чисел Гартмана $Na = 42 - 125$.

Показана ограниченная чувствительность RANS-модели к влиянию ПМП на осредненное течение, тогда как гибридный подход KDEs обладает значительно более высокой чувствительностью, что делает его предпочтительным для инженерного моделирования задач подобного типа. При $Re = 10000$ численно обнаружен эффект периодической деформации тела струи при $Na = 180$. При

увеличении числа Гартмана до $Ha = 210$ наблюдается эффект периодических смещений тела струи в поперечных направлениях.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты диссертационной работы носят как фундаментальное, так и прикладное значение. Полученные в эксперименте и расчёте данные по полям скорости, температуры и пульсационным характеристикам могут применяться для дальнейшего развития и верификации моделей турбулентности, используемых для исследования МГД-течений. Зондовая методика и оригинальный корреляционно-кондукционный зонд могут использоваться для исследования МГД-течений ЖМ в лабораторных и промышленных условиях. Установленные в работе закономерности должны учитываться при проектировании бланкетов и диверторов термоядерных установок (ИТЭР, DEMO, гибридных ТЯР, ТИН) для корректной оценки теплообмена, гидродинамики и пульсационных температурных нагрузок на конструкционные материалы. Обоснованная рекомендация использовать гибридный подход KDES вместо RANS даёт практический инструмент для инженерных расчётов подобных течений, позволяя повысить точность прогноза при умеренных вычислительных затратах.

Методология и методы исследования. Экспериментальные исследования проводились на ртутном стенде кафедры инженерной теплофизики НИУ МЭИ [13, 14]. Измерения выполнялись с использованием двух типов зондов: погружного зонда типа «гребенка» для измерения полей температуры в обогреваемой трубе [15] и оригинального корреляционно-кондукционного зонда для измерения трёх компонент скорости в затопленной струе. Продольная скорость определялась корреляционным методом по времени задержки сигналов между двумя термopарами, поперечная и азимутальная компоненты — кондукционным методом по разности потенциалов между электродами. Исследования выполнены в диапазоне $Re = 10500 - 50100$, $Ha = 0 - 460$ для трубы и $Re = 10000 - 72000$, $Ha = 0 - 125$ для струи. Численное моделирование проводилось в коде ANES20XE [16] с использованием RANS (модель $k-\omega$) и гибридной LES-модели KDES [17]. Расчёты KDES выполнялись в нестационарной постановке с генератором синтетической турбулентности PIG [18].

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Экспериментально установлены закономерности теплообмена при подъёмном течении жидкого металла в вертикальной обогреваемой трубе в продольном магнитном поле: значения числа Нуссельта в условиях смешанной турбулентной конвекции при больших числах Пекле ($Pe \geq 400$) снижаются по сравнению с развитым турбулентным течением без учёта гравитации, а при малых ($Pe \leq 400$) — повышаются; при малых числах

Рейнольдса ($Re = 10500$) магнитное поле подавляет турбулентность во всём спектре частот, тогда как при больших ($Re = 30400 - 50100$) с ростом числа Гартмана ($Ha \leq 460$) наблюдается усиление низкочастотных составляющих пульсаций температуры.

2. Экспериментально получены поля трех компонент скорости и температуры затопленной струи жидкого металла в продольном магнитном поле; с ростом числа Гартмана ($Ha = 0 - 125$) эффективная длина струи возрастает с $15d_l$ до $25d_l$; обнаружена закрутка струи с азимутальной скоростью $V_a \leq 0.1V_0$ в диапазоне $Re = 10000 - 36000$ и $Ha = 42-125$.
3. RANS-подход с применением модели $k-\omega$ имеет ограниченную чувствительность к влиянию продольного магнитного поля на осреднённое течение и даёт качественно неверный результат при $z/d_2 < 3$ для струи, тогда как гибридная модель KDES обладает существенно более высокой чувствительностью и удовлетворительно воспроизводит основные экспериментальные данные по полям скорости и пульсациям.
4. Численно с использованием модели KDES при $Re = 10000$ обнаружены эффекты периодической деформации тела струи при $Ha = 180$ и периодических поперечных смещений струи при $Ha = 210$ и 250 .

Достоверность полученных результатов и апробация работы.

Достоверность обеспечивается применением зондовой методики измерений, успешно прошедшей проверку в предшествующих исследованиях на кафедре Инженерной теплофизики НИУ «МЭИ» и в ФГБУН ОИВТ РАН, а также использованием поверенных средств измерений и автоматизированной системы сбора данных. Воспроизводимость опытных данных и их согласие с известными литературными результатами подтверждают надёжность полученных выводов. Достоверность численных расчётов обоснована применением предварительно верифицированных моделей и исследованием сеточной сходимости.

Основные результаты исследований представлялись и обсуждались на:

1. Научно-технической конференции «Теплофизика реакторов нового поколения» (г. Обнинск, 2022 г.).
2. 8-й Российской национальной конференции по теплообмену (РНКТ-8); ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» (г. Москва, 2022 г.).
3. XXIV Школе-семинаре молодых ученых и специалистов под руководством академика А.И. Леонтьева «Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках» (Казань, 2023 г.).
4. III Международной конференции «Проблемы термоядерной энергетики и плазменные технологии» (г. Таруса, 2023 г.).

5. IX Международной конференции «Тепломассообмен и гидродинамика в закрученных потоках» (г. Нижний Новгород, 2023 г.).
6. Международной конференции «Теоретические и прикладные задачи конвективного тепломассопереноса» (г. Томск, 2025 г.)
7. Заседаниях лаборатории №5 ОИВТ РАН.
8. Семинаре физического факультета МГУ.

Соответствие паспорту специальности.

Представленное экспериментальное и численное исследование подъемного течения ЖМ в обогреваемой трубе в ПМП и затопленной струи в ПМП соответствует паспорту специальности 1.3.14 – теплофизика и теоретическая теплотехника (физико-математические науки) по п.3 «Магнитная гидродинамика электропроводных сред».

Благодарности

Автор выражает благодарности своим родителям, научному руководителю в.н.с, к.т.н. Разуванову Н. Г., научной группе Янькова Г. Г. и особую благодарность Артемову В. И. за оперативную поддержку кода ANES20XE и расчетные рекомендации.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы и содержит 162 страниц машинописного текста, 107 рисунков и 1 таблицу. Список литературы включает 99 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи исследования, изложены научная новизна и практическая значимость работы, представлены выносимые на защиту положения, приведены сведения об апробации и публикациях.

В **первой главе** представлено современное состояние вопроса и обзор литературы по гидродинамике и теплообмену в условиях влияния магнитного поля. Описаны гидродинамика и теплообмен ЖМ в круглой трубе с учетом влияния ПМП и без. Влияние ПМП на ламинарное стабилизированное течение в канале круглого сечения отсутствует. В ПМП турбулентный перенос импульса подавляется частично или полностью в зависимости от соотношения чисел Re и Ha .

Описаны основные положения о гидродинамике затопленной струи в отсутствие магнитного поля при однородном профиле скорости на входе. Особенностью течения затопленных струй является подобие профилей скорости, нормированных на осевую скорость, на различном удалении от среза струи. В главе приведены основные положения гидродинамики затопленной струи в отсутствие магнитного поля при ламинарном и турбулентном режимах течения.

Большинство исследований посвящены истечению затопленных струй в большой объем. Выявлено, что эффективная длина струи и степень перемешивания в потоке зависят от геометрической формы сопла. При этом большинство авторов исследуют затопленные струи воздуха или воды.

Описано влияние продольного магнитного поля на затопленную струю жидкого металла. Сделан вывод о том, что исследования ЖМ струй в каналах представлены в небольшом количестве и в узких диапазонах режимных параметров. В существующих работах были получены следующие результаты: ПМП снижает перенос импульса в поперечном направлении, уменьшает скорость в осевом направлении, снижает характерный уровень пульсаций в потоке; в ПМП увеличивается эффективная длина струи и затягивается ламинарно-турбулентный переход.

Во **второй главе** приводится экспериментальная и численная методика исследования. В работе исследуются две задачи: подъемное стабилизированное течение и теплообмен ртути в вертикальной обогреваемой трубе (рисунок 1, а), а также гидродинамика подъемного течения затопленной струи ртути в составной трубе (рисунок 1, б) в ПМП. Экспериментальные исследования проводились на уникальном ртутном стенде, расположенном в НИУ МЭИ. Схема экспериментального стенда представлена на рисунке 2.

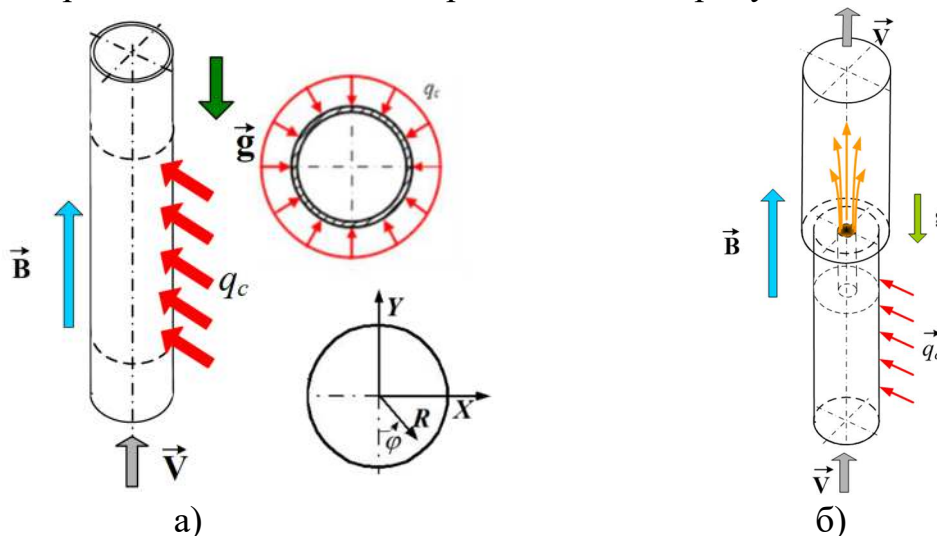


Рисунок 1. Исследуемые конфигурации течения: (а) подъемное течение в круглой обогреваемой трубе; б) подъемное течение затопленной струи в составной трубе.

Использовались два рабочих участка: труба диаметром 19 мм и составная труба, состоящая из трех секций с внутренними диаметрами 18 мм, $d_1 = 5$ мм и $d_2 = 25$ мм. Оба участка размещались в трубе соленоида. Длина рабочего участка для исследования течения и теплообмена в трубе составляла 1 м. Обогрев и воздействие ПМП осуществлялись по всей длине участка. Составная труба имела общую длину 1.4 м, из которых длина секции диаметром 18 мм равна 700 мм, секции диаметром 5 мм – 100 мм, секции диаметром 25 мм – 600 мм. На стыке

труб 5 мм и 25 мм формировалась затопленная струя. Рабочий участок составной трубы не обогревался. Длина участка наложения магнитного поля для составной трубы равнялась 0.7 м. Безразмерные параметры в эксперименте с обогреваемой трубой: $Re = (1.0 \div 5.0) \cdot 10^4$; $Pe = 250 \div 1250$; $Gr_q = (0 \div 7.5) \cdot 10^7$; $Ha = 0 \div 460$. Для затопленной струи безразмерные параметры определялись по малому диаметру: $Re = (3.0 \div 72) \cdot 10^3$; $Ha = 0 \div 125$.

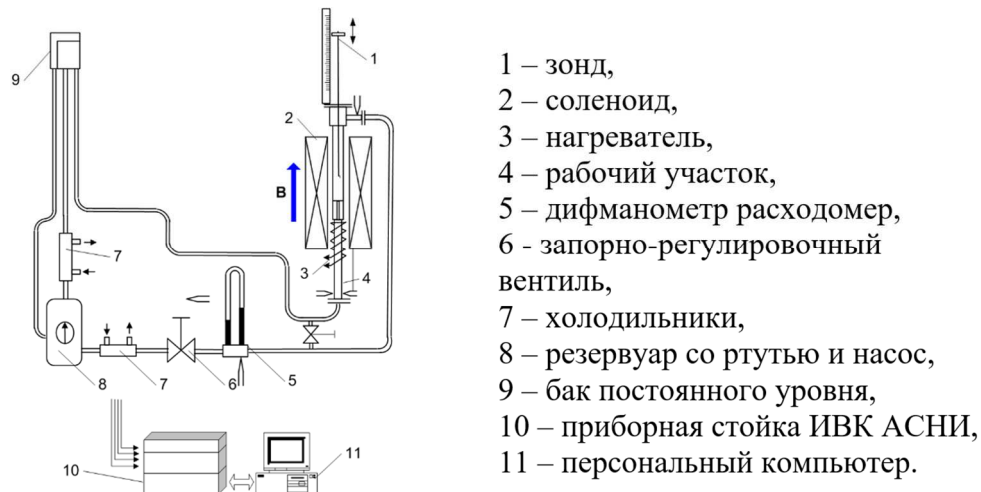


Рисунок 2. Схема ртутного стенда.

Поля температуры по длине и в поперечном сечении обогреваемой трубы измерялись погружным зондом типа «гребенка», включающим в себя 10 термопар. Профили компонент скорости в затопленной струе измерялись корреляционно-кондукционным зондом: корреляционная пара термопар (расстояние 4.37 мм) – для продольной скорости, кондукционные пары электродов – для радиальной (расстояние 1.3 мм) и азимутальной компонент (расстояние 1.2 мм). Схемы зондов представлены на рисунке 3.

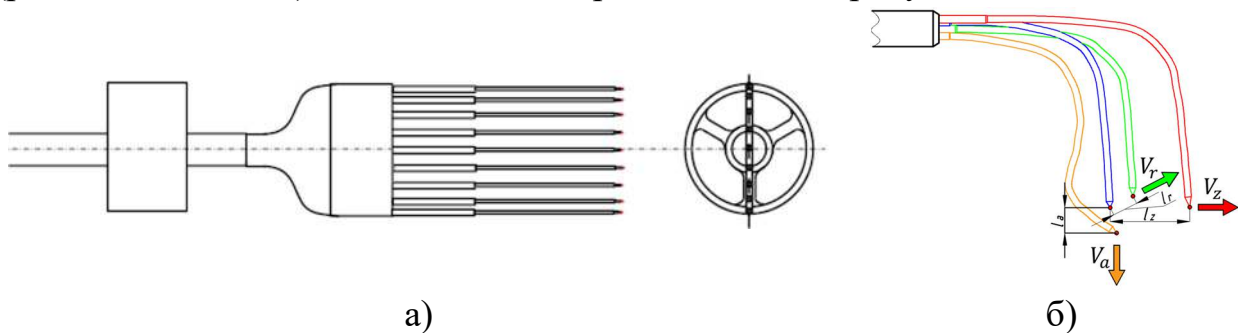


Рисунок 3. Схема зондов: а) погружной зонд типа «гребенка»; б) корреляционно-кондукционный зонд.

В работе использованы два расчётных подхода: RANS-модель $k-\omega$ и гибридная LES-модель KDEs. Для моделирования подъёмного течения в круглой обогреваемой трубе применялась только модель KDEs. Выбраны режимы при $Re = 10500$ и $Ha = 0$ и 460. Моделирование затопленной струи методом RANS проведено во всём экспериментальном диапазоне безразмерных параметров Re и Ha , а для метода KDEs выбран режим $Re = 10000$ и $Ha = 0 \div 250$.

Осредненные по Рейнольдсу уравнения неразрывности и движения, замыкаемые двухпараметрической $k-\omega$ моделью турбулентности имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\rho \bar{u}_k \bar{u}_l - (\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{u}_l}{\partial x_k} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_k} + F_k, \quad (2)$$

$$F_i = \varepsilon_{ijk} j_j B_k, \quad j_i = \sigma (E_i + \varepsilon_{ijk} \bar{u}_k B_j), \quad E_i = \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\rho \bar{u}_k k - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right) = \mu_t G - \rho C_\mu f_k \omega k, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\rho \bar{u}_k \omega - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_k} \right) = \rho (C_{\omega 1} f_\omega G - C_{\omega 2} \omega^2), \quad (5)$$

$$\mu_t = \rho f_\mu \frac{k}{\omega}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} \right) - \frac{\partial}{\partial x_k} (\sigma (\varepsilon_{kij} \bar{u}_i B_j)) = 0, \quad (7)$$

где $\bar{u}_k, \bar{u}_l$ – осредненные компоненты вектора скорости, м/с; x_k – компоненты радиус вектора, м; $\bar{p}$ – статическое давление за вычетом гидростатического столба, Па; ρ – плотность, кг/м³; μ – коэффициент динамический вязкости, Па·с; μ_t – турбулентная вязкость, Па·с; F_i – компоненты удельного силового источника (рассматривается проводящая среда ($\sigma \neq 0$) при отсутствии объемных зарядов); j_i – компоненты плотности тока, А/м²; φ – потенциал электрического поля, В; E_i – компоненты напряженности электрического поля, В/м; k – энергия турбулентных пульсаций, м²/с²; удельная скорость диссипации турбулентной энергии $\omega = \frac{\varepsilon}{k C_\mu}$, 1/с; $C_\mu = 0.09$, $C_{\omega 1} = 0.556$, $\sigma_k = \sigma_\omega = 2$ – константы модели; G – диссипативная функция. Функции f_k, f_ω, f_μ – учитывают низкорейнольдсовские эффекты течения и зависят от турбулентного числа Рейнольдса, Re_T – турбулентное число Рейнольдса; $\mathbf{B} = (0, 0, B_0)$ – индукция магнитного поля, Тл; σ – электропроводность, (Ом·м)⁻¹.

Общий вид системы уравнений модели KDES после операции фильтрации имеет вид:

$$\frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\tilde{u}_k \tilde{u}_i - (v + v_{sgs}) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k}) = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + F_i \right), \quad (9)$$

$$F_i = \varepsilon_{ijk} j_j B_k, \quad (10)$$

$$j_i = \sigma_e (E_i + \varepsilon_{ijk} \tilde{u}_j B_k), \quad (11)$$

$$E_i = -\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \quad (12)$$

$$\frac{\partial k_{sgs}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\tilde{u}_k k_{sgs} - (v + v_{sgs}) \frac{\partial k_{sgs}}{\partial x_k}) = v_{sgs} G - \varepsilon, \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\sigma_e \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} \right) - \frac{\partial}{\partial x_k} (\sigma_e \varepsilon_{kij} \tilde{u}_i B_j) = 0. \quad (14)$$

где $\tilde{u}_k, \tilde{u}_i, \tilde{p}$ – фильтрованные скорость и статическое давление за вычетом гидростатического столба; ν – коэффициент кинематической вязкости, $\text{м}^2/\text{с}$; t – время, с ; $\nu_{sgs} = \mu_{sgs}/\rho$ – кинематическая подсеточная турбулентная вязкость, $\text{м}^2/\text{с}$.

В модели KDES скорость диссипации ε и подсеточная вязкость ν_{sgs} определяются алгебраическими соотношениями:

$$\nu_{sgs} = C_\mu^{\frac{1}{4}} f_\mu(R_k) \sqrt{k_{sgs}} L_{des}, \quad (15)$$

$$\varepsilon = C_\mu^{\frac{3}{4}} f_\varepsilon(R_k) \frac{k_{sgs}^{\frac{3}{2}}}{L_{des}}, \quad (16)$$

где $L_{des} = \min\{L_{rans}, L_{les}\}$; $L_{les} = C_{sgs} \Delta_{les} \psi_L$, $\psi_L = f_\varepsilon^{\frac{1}{4}}/f_\mu^{\frac{3}{4}}$; $L_{rans} = \kappa y_w$; κ, C_μ – константы; f_μ, f_ε – демпфирующие функции; R_k – модифицированное число Рейнольдса.

На входной границе расчетной области для RANS моделирования использовались профили скорости и турбулентных характеристик, соответствующие стационарному течению в трубе с внутренним диаметром 5 мм без влияния ПМП. Указанные профили являлись результатом предварительного моделирования отдельной задачи.

При выполнении KDES моделирования входные граничные условия формировались с использованием синтетического генератора турбулентности PIG (Periodic Inlet Generator). Для этого непосредственно перед исследуемой областью размещался отрезок трубы диаметром 5 мм и длиной 50 мм с периодическими граничными условиями на входе и выходе. Течение в исследуемой области не влияет на течение в области PIG. Выходное сечение зоны PIG одновременно служит входом в исследуемый участок. Граничные условия для потенциала ϕ задаются из условия непротекания тока через границу расчетной области ($\partial\phi/\partial n = 0$, здесь n – по нормали).

В **третьей** главе представлены результаты экспериментального исследования подъемного течения в обогреваемой трубе в условиях влияния ПМП и в его отсутствии в диапазоне чисел Рейнольдса $Re=10500 \div 50100$, чисел Гартмана $Na=0-460$ при постоянной плотности теплового потока на стенке $q_c=30 \text{ кВт}/\text{м}^2$. Результаты сопоставляются с теоретическими зависимостями

Выявлена немонотонная зависимость влияния ПМП на теплоотдачу: при $Re \leq 400$ наложение ПМП приводит к росту Nu относительно режима без поля, тогда как при $Re \geq 400$ наблюдается обратный эффект – теплоотдача снижается (рисунок 4, а). Во всех рассмотренных режимах экспериментальные значения Nu оказываются ниже теоретической зависимости Лайона. При этом влияние ПМП на теплоотдачу оказывается существенно слабее по сравнению с поперечным полем, что согласуется с известными литературными данными.

Обработка осциллограмм и частотных спектров температурных пульсаций вблизи стенки выявила, что влияние ПМП на течение существенно зависит от числа Рейнольдса. При $Re=10500$ магнитное поле подавляет турбулентные флуктуации во всем диапазоне частот. Это проявляется в снижении

интенсивности пульсаций и в исчезновении высокочастотной составляющей (рисунок 4, б). Напротив, при $Re=30400$ и $Re=50100$ наблюдается рост интенсивности низкочастотных пульсаций при одновременном подавлении высокочастотных составляющих; спектр сужается с 10 Гц до 2 Гц. Данный эффект объясняется взаимодействием сил плавучести с магнитным полем: в условиях подавления мелкомасштабной турбулентности возрастает роль тепловой гравитационной конвекции, что приводит к отрыву вязкого подслоя и формированию крупномасштабных вихревых структур.

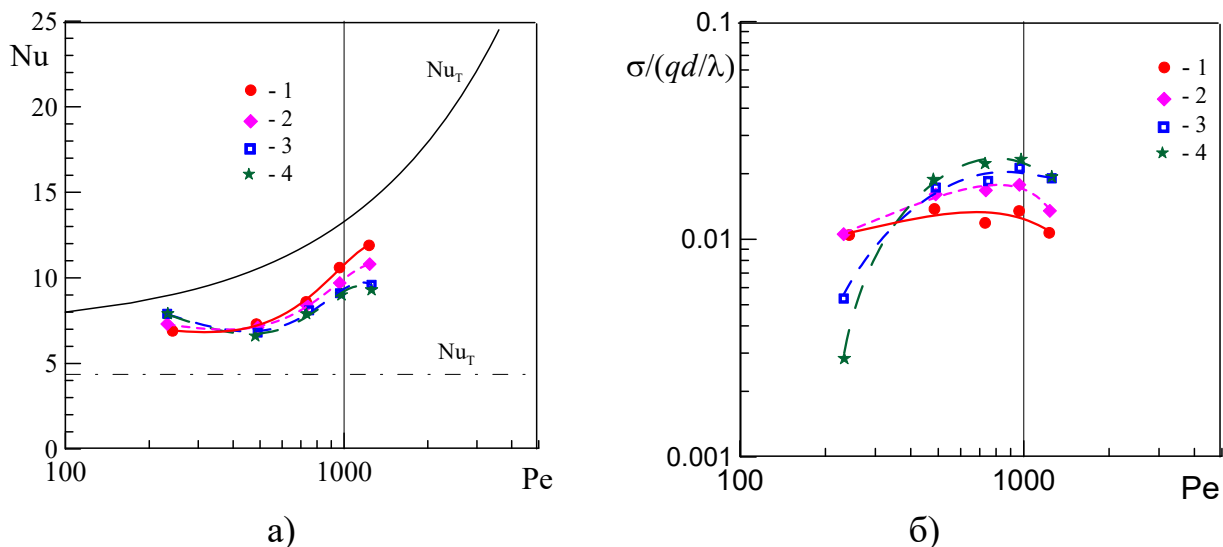


Рисунок 4. График зависимости числа Нуссельта Nu от числа Пекле Pe (а) и безразмерные интенсивности пульсаций температуры в сечении $z/d=38$ трубы при $y/r_0=0.8$ (б), $q_c=30$ кВт/м²: 1) $Ha = 0$; 2) $Ha = 150$, 3) $Ha = 300$; 4) $Ha=460$.

В четвертой главе представлены результаты экспериментальных исследований, выполненных при подъёмном течении затопленной струи ртути в отсутствие и при наличии ПМП при $Re = 10000-72000$ и $Ha = 0-125$. Получены профили трех компонент скорости (продольной, радиальной и азимутальной) в поперечных сечениях и на оси. Также измерены осциллограммы компонент скорости и температуры и определены статистические характеристики.

Увеличение Ha существенно трансформирует форму профиля скорости (рисунок 5). С ростом Ha осевая скорость в ядре струи возрастает, а ее ширина уменьшается, что указывает на рост эффективной длины. Это связано с тем, что ПМП подавляет поперечные пульсации, ослабляя турбулентное перемешивание с окружающей жидкостью. Потери кинетической энергии струи на вовлечение внешней среды при этом снижаются, что позволяет струе сохраняться на больших расстояниях от среза. Возникающая при радиальном движении проводящей жидкости электромагнитная сила противодействует расширению струи, делая ее границу более четкой, а также смещает зону снижения осевой скорости вниз по потоку с ростом Ha .

Внутри струи пульсации безразмерной температуры и компонент скорости имеют более высокие амплитуду и частоту, чем вне ее. В условиях влияния ПМП снижается уровень флуктуаций температуры, что объясняется подавлением поперечной составляющей скорости. С ростом Re данное уменьшение

проявляется в большей степени: для $Re = 72000$ снижение амплитуды примерно в 5 раз, в свою очередь для $Re = 10000$ амплитуда пульсаций вблизи среза и на удалении сопоставимы по величине.

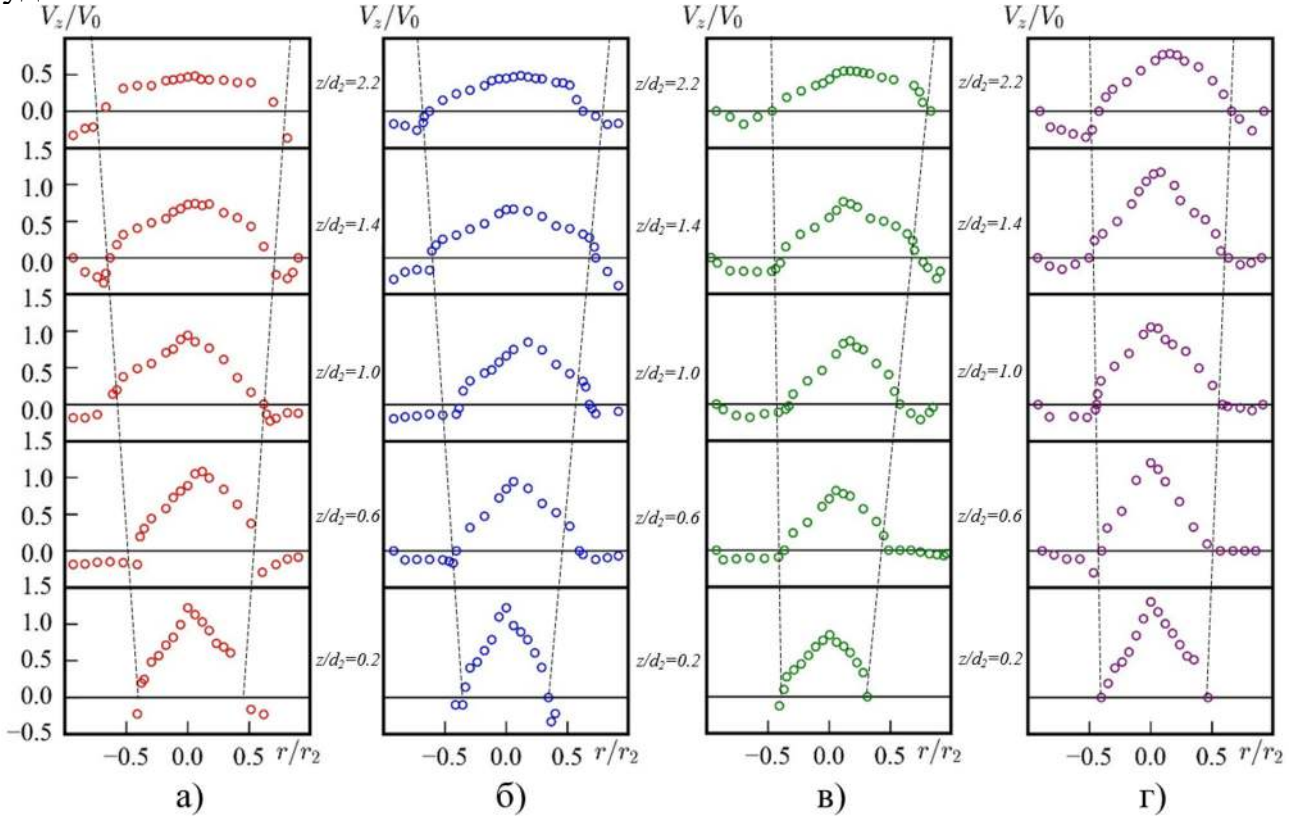


Рисунок 5. График зависимости безразмерной скорости V_z/V_0 от радиальной координаты r/d_2 при $Re = 10000$: а) $Na = 0$; б) $Na = 42$; в) $Na = 83$; г) $Na = 125$.

Результаты исследования осциллограмм поперечной и азимутальной компонент скорости указывают на наличие качественно выраженной корреляции между пульсациями поперечной и азимутальной компонент скорости: сигналы имеют схожую форму, положения максимумов и минимумов практически совпадают по времени.

В экспериментах при наличии ПМП наблюдается закрутка струи (наличие закрутки определялось по изменению знака V_a/V_0 при переходе через $r/r_2 \approx 0$ (рисунок 7, е). Наличие закрутки обнаружено на режимах при числах Рейнольдса в диапазоне $Re = 10000-36000$ и при числах Гартмана $Na = 42-125$. Обнаружено смещение участка закрутки в сторону роста z/d_2 с ростом Re . Также обращает на себя внимание более выраженная несимметричность профиля интенсивности турбулентных пульсаций азимутальной скорости σ_a при наличии закрутки. Важно отметить, что осредненные азимутальная и радиальная компоненты скорости близки к нулю, при этом амплитуды сигналов осциллограмм существенно превосходят осредненные значения и могут превышать значение $0.1 \cdot |V_r/V_0|$.

Анализ интенсивности пульсаций температуры на оси струи вдоль продольной координаты выявил немонотонное влияние ПМП. При относительно низких $Re = 10000$ и 15500 с ростом Na до 42 наблюдается увеличение интенсивности на удалении от среза ($z/d_2 \geq 4$), что связано с подавлением мелкомасштабной турбулентности и сохранением крупных вихревых структур.

Дальнейшее повышение Na до 125 приводит к снижению пульсаций во всём спектре масштабов. При $Re \geq 28000$ инерционные эффекты начинают доминировать: вблизи среза интенсивность растёт с Na , а на развитом участке ($z/d_2 \gg 4$) выходит на стационарный уровень, отражая баланс между генерацией и диссипацией турбулентности. При удалении от среза струи спектр пульсаций последовательно проходит зоны развитой турбулентности, перестройки и ламинаризации, что согласуется с данными спектрального анализа. Интенсивности пульсаций радиальной и азимутальной компонент скорости имеют М-образный профиль (рисунок 8).

В пятой главе представлены результаты численного моделирования стационарного течения затопленной струи ЖМ в ПМП в трубе с использованием метода RANS во всем экспериментальном диапазоне режимных параметров Re и Na . Представлены поля продольной компоненты скорости и профили скорости в различных сечениях и на оси. Результаты сопоставляются с данными других авторов.

Проведена валидация модели в отсутствие магнитного поля. Сравнение с автомоделным решением и данными других авторов по затопленной струе в неограниченном объеме показало хорошее качественное и количественное соответствие на участке $0 < z/d_2 < 2.5$. При дальнейшем удалении от среза проявляется влияние стенок трубы, что приводит к отклонению от автомоделности и возникновению возвратных течений.

Выявлено, что RANS-подход в дальней зоне от среза ($z/d_2 \geq 3$) качественно отражает эффект увеличения длины струи при росте числа Гартмана, выявленный в эксперименте (рисунок 6). Однако в ближней зоне ($z/d_2 < 3$) модель дает качественно неверный результат.

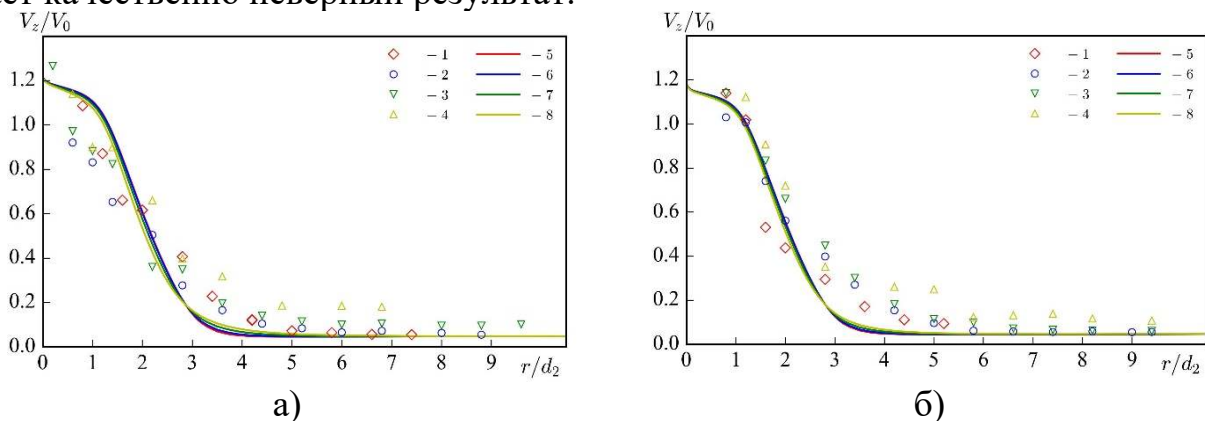


Рисунок 6. График зависимости безразмерной скорости V_z/V_0 на оси от безразмерной продольной координаты z/d_2 при $Re = 15500$ (а) и $Re = 28000$ (б): экспериментальные данные: 1) $Na = 0$; 2) $Na = 42$; 3) $Na = 83$; 4) $Na = 125$; расчетные данные: 5) $Na = 0$; 6) $Na = 40$; 7) $Na = 80$; 8) $Na = 125$.

Причиной расхождений является то, что стандартная $k-\omega$ модель существенно переоценивает роль градиента давления, возникающего при торможении радиального расширения струи силой Лоренца, и недооценивает прямое подавление турбулентных пульсаций. В RANS моделировании ПМП влияет на продольную скорость V_z опосредованно – через подавление радиальной компоненты V_r и перестройку поля давления. Также в модели

отсутствует влияние ПМП на пульсационные составляющие скорости, которые в струйных течениях могут играть ключевую роль.

В **шестой главе** представлены результаты численного моделирования методом KDES подъёмного течения в вертикальной обогреваемой трубе ($Re = 10500$, $Na = 0$ и 460) и затопленной струи в составной трубе ($Re = 10000$, $Na = 0-250$). Результаты сопоставляются с экспериментальными данными из четвертой главы работы и данными других авторов.

Для трубы получены поля продольной компоненты скорости и температуры. Результаты отражают подавление термогравитационных вихрей в сильном поле, наблюдается качественное и количественное согласие профилей температуры с экспериментом, профилей скорости без ПМП с DNS расчетом.

Для затопленной струи получены поля продольной, поперечной и азимутальной скоростей, а также профили скорости в различных сечениях и по длине. KDES-моделирование качественно воспроизводит поведение струи, наблюдаемое в опытах (рисунок 7).

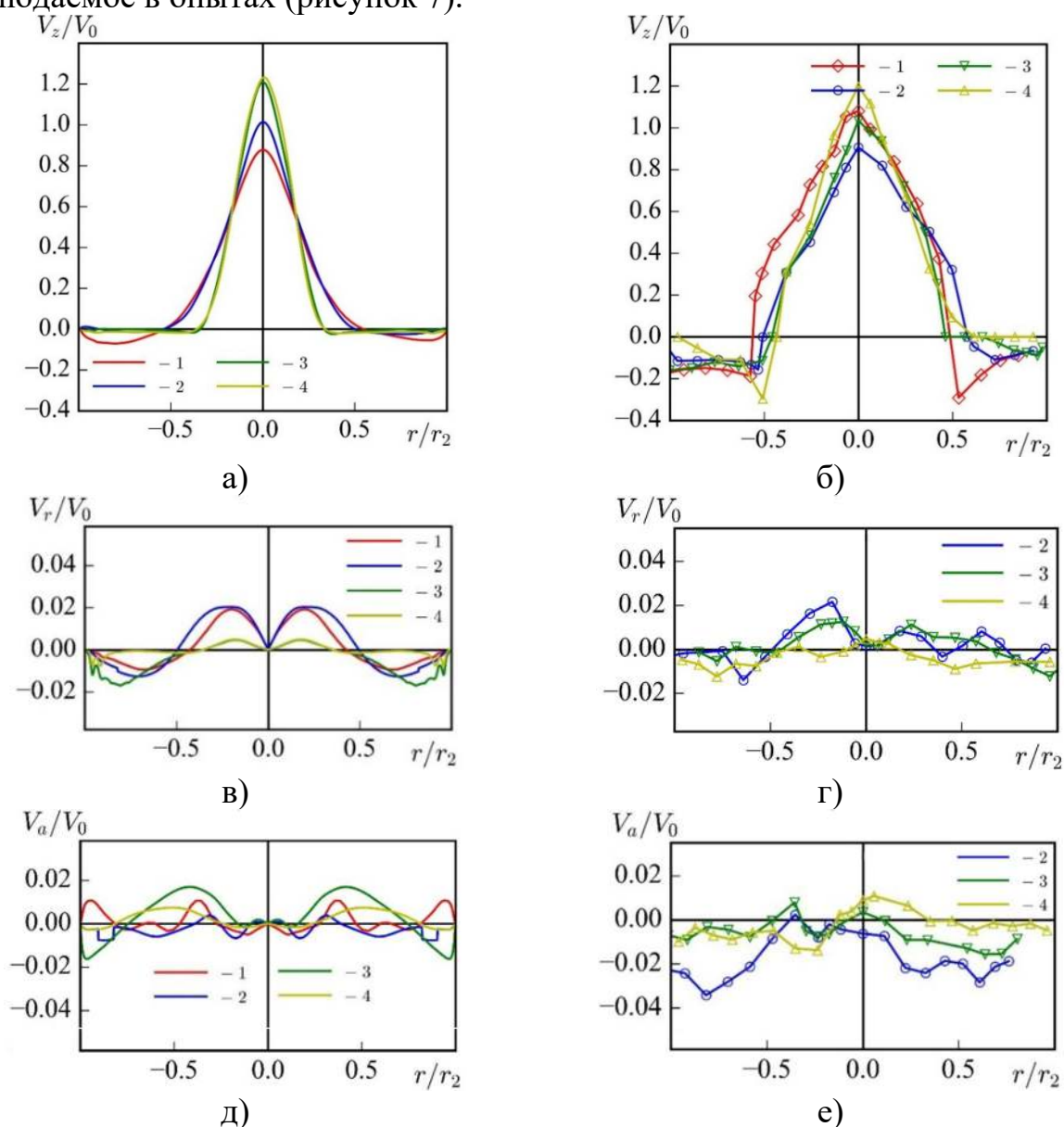


Рисунок 7. Расчетные (а, в, д) и экспериментальные (б, г, е) профили осредненной по времени продольной V_z/V_0 , радиальной V_r/V_0 и азимутальной

V_a/V_0 компонент скорости от радиальной координаты r/r_2 при $Re = 10000$ при $z/d_2 = 0.6$: 1) $Ha = 0$; 2) $Ha = 42$; 3) $Ha = 83$; 4) $Ha = 125$.

Количественное расхождение связано с тем, что расчётные граничные условия на срезе отличаются от реальных. Несмотря на количественное отклонение, наблюдается чувствительность KDES к влиянию ПМП.

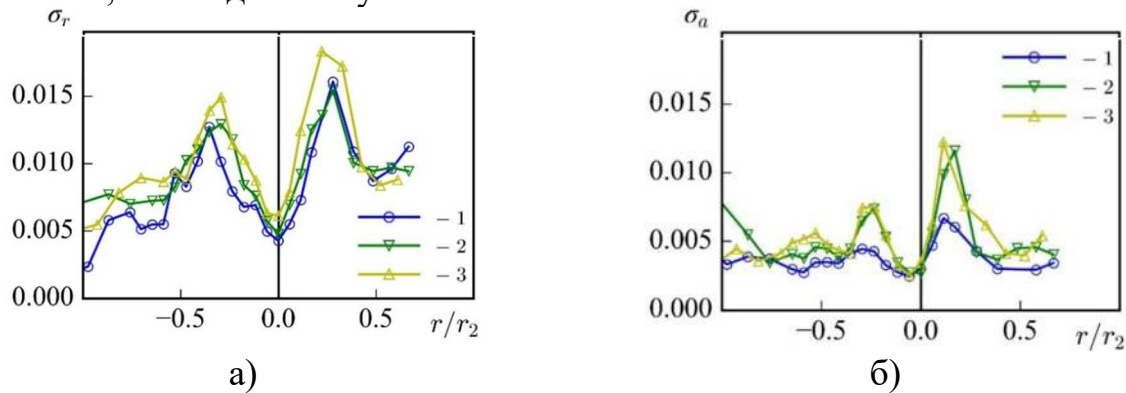


Рисунок 8. Экспериментальные профили интенсивности турбулентных пульсаций азимутальной σ_a и радиальной σ_r скорости от радиальной координаты r/r_2 при $Re = 28000$ при $z/d_2 = 0$: 1) $Ha = 42$; 2) $Ha = 83$; 3) $Ha = 125$.

С ростом числа Гартмана наблюдается изменение формы расчетных кривых осевой скорости струи (рисунок 9). При $Ha = 0$ и 42 профиль скорости имеет вогнутую форму: вблизи от среза происходит интенсивное торможение струи, которое существенно замедляется с увеличением z/d_2 . При $Ha = 83$ и 125 профиль становится выпуклым: начальный спад скорости незначителен, а основное торможение происходит на некотором расстоянии от среза. Такое изменение формы профиля указывает на смену доминирующего механизма диссипации импульса под действием магнитного поля. Хотя в экспериментальных результатах выпуклая форма профиля выражена менее отчетливо, общая тенденция к её формированию с ростом Ha также прослеживается.

При малых значениях Ha (0 и 42) определяющим является инерционно-турбулентное смешение. Отрыв пограничного слоя на срезе генерирует когерентные вихревые структуры, которые активно захватывают окружающую жидкость и вовлекают её в ядро струи, что и вызывает её интенсивное начальное торможение. По мере удаления от среза крупные вихри разрушаются, разность скоростей между струей и внешней средой уменьшается, турбулентный перенос импульса ослабевает, и темп спада скорости снижается. На расстоянии $z/d_2 \approx 4$ течение полностью перестраивается на режим, характерный для трубы большего диаметра, и осевая скорость выходит на постоянное значение, определяемое расходом жидкости.

При $Ha = 83$ и 125 сила Лоренца подавляет радиальные и азимутальные пульсации скорости. В результате струя вблизи среза становится магнитно ламинаризованной, а турбулентное перемешивание ослабевает. За счет этого начальное замедление потока ослабевает, а диссипации импульса в большей степени определяется вязким трением на границе струи и окружающей жидкости. По мере удаления от среза поверхность соприкосновения струи с окружающей жидкостью возрастает, что увеличивает эффективность вязкого

торможения и, соответственно, ускоряет спад скорости вниз по течению. Полное разрушение струи происходит на расстоянии $z/d_2 \approx 6$, после чего осевая скорость стабилизируется на постоянном уровне.

С удалением от среза струи амплитуды радиальной и азимутальной компонент скорости монотонно убывают. Профили радиальной компоненты скорости демонстрируют М-образную форму и качественное согласие с экспериментом; при $Na \geq 83$ в расчёте обнаружено формирование дискретных вихревых структур, обусловленных геометрией канала. Также важно отметить, что результаты моделирования не отражают закрутку струи, полученную в эксперименте. Это расхождение, по-видимому, обусловлено асимметрией входного профиля скорости в экспериментальной установке, которая могла инициировать азимутальные возмущения, не учтённые в расчётной постановке. Визуализация течения (рисунок 10) качественно согласуется с данными DNS, выполненного другими авторами.

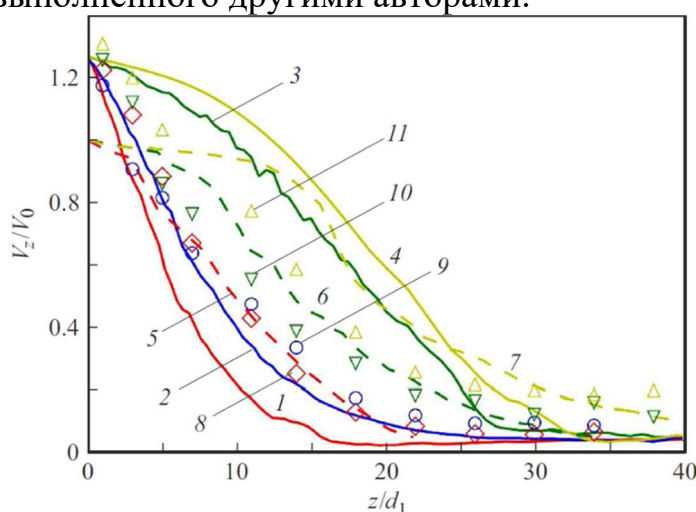


Рисунок 9. Профили осредненной по времени продольной скорости V_z/V_0 на оси при $Re = 10000$. $Na = 0$ (1, 5, 8), 42 (2, 9), 83 (3, 10), 125 (4, 7, 11) и 80 (6). 1–4 — результаты моделирования, полученные в настоящей работе, 5–7 — данные DNS-расчета [12], 8–11 — экспериментальные данные.

В отсутствие ПМП, как показывают осциллограммы продольной компоненты скорости V_z/V_0 на оси (рисунок 10, а), по мере удаления от среза амплитуда и частота пульсаций уменьшаются. На расстоянии $z/d_2 = 6.2$ наступает практически полная ламинаризация.

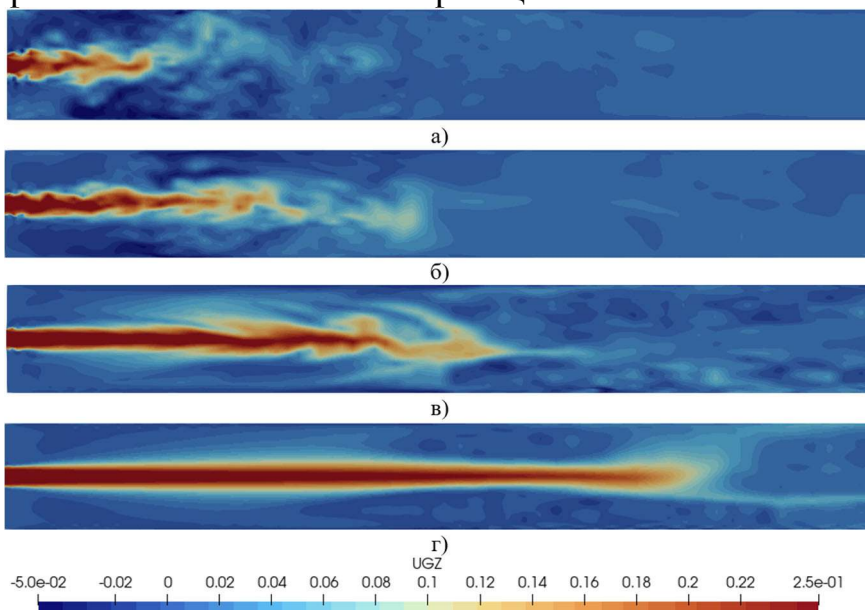


Рисунок 10. Мгновенное поле продольной компоненты скорости при $Re = 10000$: а) $Na = 0$; б) $Na = 42$; в) $Na = 83$; г) $Na = 125$.

По мере увеличения числа Гартмана вблизи среза подавляются пульсации продольной скорости V_z/V_0 , а при $Ha = 83$ и 125 течение ламинаризуется уже на срезе. Амплитуда пульсаций V_z/V_0 вблизи среза струи значительно ниже, чем без поля. Это обусловлено опосредованным подавлением V_z/V_0 через связь компонент скорости в уравнениях неразрывности и импульса, а также за счет подавления поперечных компонент под действием силы Лоренца.

Анализ осциллограмм радиальной и азимутальной компонент скорости (рисунки 11 в, д) подтверждает сделанные ранее выводы. При воздействии ПМП наблюдается снижение флуктуаций радиальной и азимутальной компонент скорости, причём максимум их амплитуды смещается в сторону выходного сечения расчётной области.

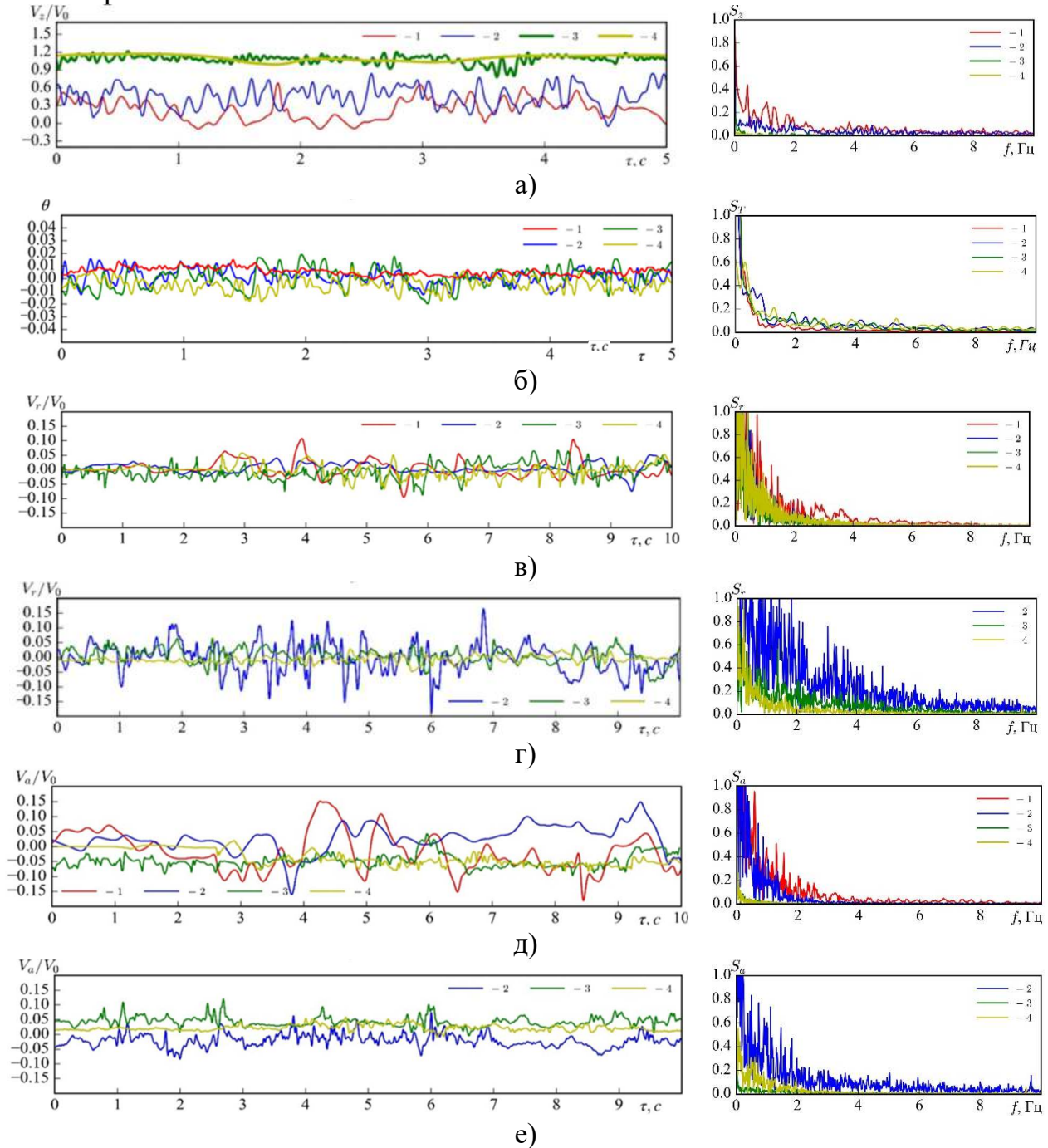


Рисунок 11. Осциллограммы продольной V_z/V_0 , радиальной V_r/V_0 , азимутальной V_a/V_0 компонент скорости и безразмерной температуры θ при $Re = 10000$ при

$z/d_2 = 6.2$ (а, б) и при $z/d_2 = 2.2$ (в, г, д, е) при KDES моделировании (а, в, д) и эксперименте (б, г, е): 1) $Ha = 0$; 2) $Ha = 42$; 3) $Ha = 83$; 4) $Ha = 125$.

Результаты моделирования согласуются с экспериментальными данными: амплитуды сигналов на осциллограммах существенно превышают осреднённые значения и могут достигать величин более $0.1|V_r/V_0|$ и $0.1|V_a/V_0|$. Расчётные и экспериментальные зависимости качественно совпадают и близки по амплитудным и частотным характеристикам.

При наличии ПМП максимум амплитуды флуктуаций смещается в направлении течения. Это указывает на смещение зоны развития турбулентности по длине трубы. Также заметно, что ПМП сохраняет и даже усиливает низкочастотные пульсации. Обнаружена перестройка турбулентной структуры струи под действием ПМП: зона максимальной турбулентности смещается вниз по потоку, а интенсивность пульсаций в этой зоне возрастает. При этом абсолютная величина максимума при сильном поле ($Ha \geq 83$) существенно превышает значения, наблюдаемые при $Ha=0$ и $Ha=42$, что подтверждается результатами эксперимента.

Вплоть до $Ha = 125$ структура струи является устойчивой как в эксперименте, так и при KDES моделировании. При увеличении Ha до 180 наблюдается новый неустойчивый режим течения, характеризующийся периодическими изменениями профиля скорости. При увеличении до $Ha = 250$ наблюдается еще более существенное и устойчивое смещение фронта струи. Пульсации в свою очередь становятся еще более низкочастотными (рисунок 12).

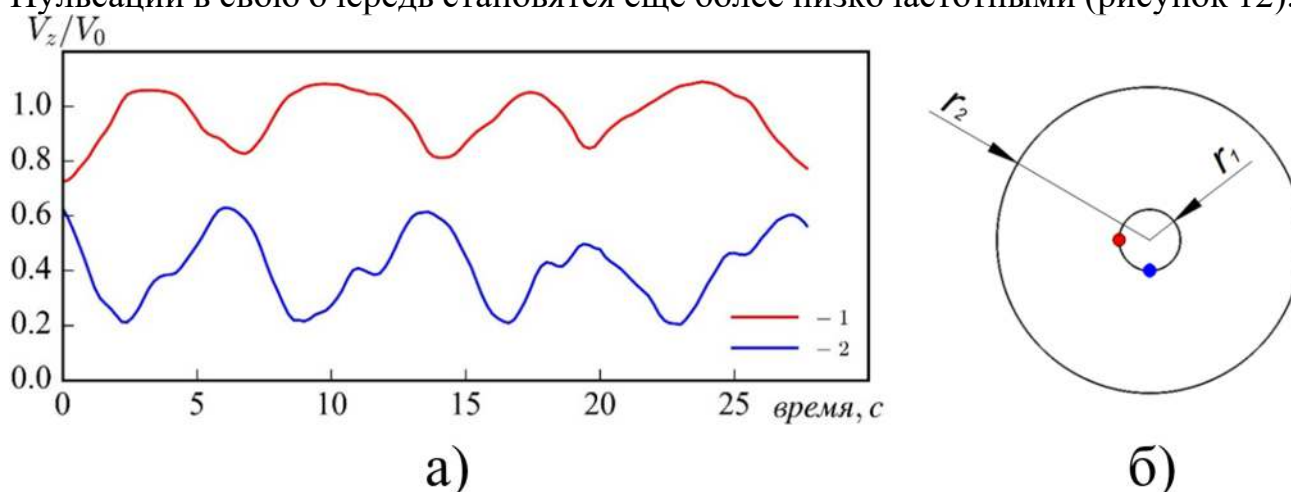


Рисунок 12. Осциллограммы продольной компоненты скорости V_z/V_0 при $Re = 10000$ и $Ha = 250$ при $z/d_2 = 0.6$ и $r/r_2 = 0.2$ (а) и схематичное положение точек, в которых получены осциллограммы (б).

Закключение

Выполнено комплексное исследование гидродинамики и теплообмена ртути в продольном магнитном поле в двух конфигурациях течения: в условиях смешанной конвекции в вертикальной обогреваемой трубе ($Re = 10500 - 50100$, $Ha=0 - 460$) и при внезапном расширении - в затопленной струе ($Re=10000 - 72000$ и $Ha=0 - 125$).

В исследовании теплообмена в вертикальной трубе при подъемном течении числа Nu оказываются существенно ниже турбулентных значений (по Лайону),

а в ПМП снижаются при $Re \geq 400$ и повышаются при $Re \leq 400$. С ростом числа Na длина начального термического участка возрастает. Выявлено, что при $Re = 10500$ поле подавляет турбулентность во всём спектре и пульсации температуры снижаются. При $Re \geq 30400$, напротив, пульсации температуры вырастают, превышая турбулентный уровень, в низкочастотной части спектра.

Экспериментально обнаружены основные МГД-эффекты по гидродинамике струи: подавление поперечных радиальных компонент пульсаций скорости, осевая скорость в ядре возрастает, эффективная длина струи увеличивается с ростом Na (с $15d_l$ до $25d_l$). В диапазоне $Re = 10\,000 - 36\,000$ и $Na = 42 - 125$ зафиксирована слабая осевая закрутка струи ($V_a \leq 0.1V_0$). При малых Re (10000, 15500) влияние поля на температурные пульсации немонотонно: $Na = 42$ интенсивность на удалении $z/d_2 \geq 4$ возрастает, при $Na = 125$ – подавляется.

Расчётные данные, полученные при помощи RANS подхода согласуются с экспериментом на расстоянии $z/d_2 < 3$ от выхода струи, а далее на $z/d_2 \geq 3$ только качественно.

Модель KDES удовлетворительно воспроизводит опытные данные: увеличение длины струи с ростом Na , смену механизма диссипации импульса – от турбулентного смещения к вязкому трению на границе струи при $Re = 10000$ и $Na \geq 83$, и позволила определить характерные точки перехода к развитому течению. Установлено, что при $Na \geq 83$ происходит существенное подавление турбулентных пульсаций.

Модель KDES не воспроизвела эффект осевой закрутки струи, наблюдаемый в эксперименте, что предположительно обусловлено асимметрией реального потока в трубе. При $Na = 180$ в расчётах обнаружен нестационарный режим с поперечными деформациями струи без закрутки. При дальнейшем росте Na до 210 – 250 обнаружено поперечное смещение тела струи, а периодичность возмущений сохраняется.

Сравнительный анализ показал, что KDES обладает значительно более высокой чувствительностью к МП, чем RANS, и лучше согласуется с экспериментом и DNS. Разработанные методики и верифицированная модель KDES могут быть использованы для верификации других турбулентных моделей в МГД-течениях.

Основные положения и результаты диссертационной работы изложены в следующих публикациях:

Список ВАК

1. Соколов М.А., Разуванов Н.Г. Исследование гидродинамики затопленной струи жидкого металла, осложненной влиянием продольного магнитного поля // Тепловые процессы в технике. 2025. Т. 17. № 6. С. 247–256. URL: <https://tptmai.ru/publications.php?ID=185571>
2. Лучинкин Н.А., Разуванов Н.Г., Полянская О. Н, Соколов М.А., Шенягин Е.М. Гидродинамика и теплообмен при подъемном течении жидкого металла в трубе в поперечном магнитном поле при смешанной турбулентной конвекции. Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерно-реакторные константы, 2023, №3, с.206-220.

Системы цитирования Scopus/ Web Of Science

3. Соколов М.А., Разуванов Н.Г. Исследование затопленного струйного течения жидкого металла в трубе в продольном магнитном поле. Теплоэнергетика. 2026. № 4. С. 78-87. <https://doi.org/10.56304/S0040363625600594>.
4. Соколов М.А., Разуванов Н.Г., Полянская О. Н. Численное моделирование затопленного струйного течения жидкого металла в продольном магнитном поле гибридным методом крупных вихрей. Письма в журнал технической физики. 2026. том 52. Выпуск 12. С. 19-24. DOI: <https://doi.org/10.61011/PJTF.2026.12.62980.20655>.
5. Соколов М.А., Разуванов Н.Г., Полянская О. Н. Исследование затопленной струи жидкого металла в продольном магнитном поле методами гибридного LES моделирования и эксперимента. Теплоэнергетика. 2026. № 10. С. 1-16. <https://doi.org/10.56304/S0040363626600114>.
6. Н. А. Лучинкин, Н. Г. Разуванов, О. Н. Полянская, М. А. Соколов, Е. А. Бурдюкова. Исследование теплообмена при подъемном течении жидкого металла в трубе при смешанной турбулентной конвекции, осложненной влиянием магнитного поля // Инженерно-физический журнал. ТОМ 95, №6. С. 1577.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям/Под ред. М. О. Штейнберга. - 3-е изд., перераб. и доп.- М.: Машиностроение, 1997.-672 с.: ил. ISBN 5-217-00393-6
2. Lyon R. N. Liquid metal heat transfer coefficients./ Chem. Engng Progress. 1951, vol. 47, №2, p.87-93.
3. B. S. Petukhov, A. Polyakov. Heat transfer in turbulent mixed convection. Nauka Press, Moscow, 1986
4. Ковалев С.И. Влияние продольного магнитного поля и термогравитационной конвекции на теплоотдачу при течении жидкого металла (эксперимент и расчетные рекомендации): Дис. канд. техн. наук. М., 1988. 109 с.
5. Е. П. Валуева, Турбулентное течение электропроводной жидкости в трубе в продольном магнитном поле на участке гидродинамической стабилизации, ТВТ, 2009, том 47, выпуск 4, 568–574
6. Е. Ю. Красильников, Влияние продольного магнитного поля на конвективный теплообмен при турбулентном течении проводящей жидкости в трубе, ТВТ, 1964, том 2, выпуск 4, 612–615
7. Разуванов Н. Г. Исследование МГД-теплообмена при течении жидкого металла в горизонтальной трубе: дис. д-ра. техн. наук: 01.04.14 / Разуванов Никита Георгиевич. – М.: МЭИ. 2011. 293 с.
8. I. A. Belyaev, Ya. I. Listratov, Yu. P. Ivochkin, N.G. Razuvanov, V.G. Sviridov Temperature fluctuations in MHD flow of liquid metal in a horizontal inhomogeneously heated tube // High Temperature. 2015. V. 54.
9. Абрамович Г.Н. Теория турбулентных струй. — Москва: Физматгиз, 1960. — 715 с. черт.; 23.

10. Ивлеев В.М., Левин В.Б. Ламинаризация затопленной струи электропроводной жидкости продольным магнитным полем // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. №6. С. 35-40. (English version) <https://doi.org/10.1007/BF01050015>.
11. Sajben M., Fay J. A. Measurement of the growth of a turbulent mercury jet in a coaxial magnetic field // J. Fluid Mech. 1967. Vol. 27. P. 81-96. <https://doi.org/10.1017/S0022112067000060>
12. Листратов Я.И., Разуванов Н.Г., Беляев И.А., Свиридов Е.В. Динамика затопленного струйного течения в трубе в продольном магнитном поле. Вычислительная механика сплошных сред, 15(4), 2022, 480-494. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2022.15.4.37>.
13. Свиридов В.Г. Исследование гидродинамики и теплообмена в каналах применительно к проблеме создания термоядерного энергетического реактора. Дисс. докт. техн. наук. М., 1989.
14. Kovalev S. I., Murav'ev E.V., Sviridov V.G., Novye aspekty teploobmena pri techenii zhidkogo metalla v magnitnom pole termoyadernogo reaktora./ Voprosy atomnoj nauki i tekhniki, ser. Termoyadernyj sintez,-1990, -V.1, -P.32-37.
15. Razuvanov N.G. Laboratornoe modelirovanie teploobmena zhidkogo metalla v usloviyah reaktora-tokamaka: Candidate's thesis. – М., – 1997. – 122 P. (in Russian).
16. Артемов В. И., Численное моделирование процессов тепло- и массообмена в элементах теплотехнического и энергетического оборудования / Артемов В. И., Яньков Г. Г., Карпов В. Е., Макаров М. В.// Теплоэнергетика. 2000. № 7. с. 52–59.
17. Артемов В.И., Макаров М.В., Яньков Г.Г., Минко К.Б. Использование гибридной LES/RANS-модели турбулентности для исследования процессов теплообмена при течении жидкости с переменными свойствами в трубах // Седьмая Российская национальная конференция по теплообмену (РНКТ-7): труды конференции. – Москва, Изд-во: Издательский дом МЭИ, – 2018, – Т.1, – С.147
18. Макаров, М. В. Численный анализ турбулентных МГД-течений при смешанной конвекции в трубах: дис. канд. техн. наук: 01.03.14 / Макаров Максим Валентинович. — Москва, 2024. — 155 с.